Google

This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

Google

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter http://books.google.com durchsuchen.

Oskar Gerschel
Buchhandlg. u. Antiquariat
Stuttgart
16. Calwerstrasse 16.

1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE

QB
301
.H89

Lehrbuch

der

praktischen Geometrie

zum Gebrauche

an höheren technischen Lehranstalten.

Von

G. Chr. C. Hunäus,

Doctor der Philosophie und Lehrer an der polytechnischen Schule zu Hannover.

Mit 15 Kupfertafeln.

Hannover.

Im Verlage der Helwing'schen Hof-Buchhandlung.

1848.

Hist of Sci.
Geibel
9-23-30
22854

Vorrede.

Will man den Unterschied zwischen der formellen und materiellen Ausbildung für einzelne Unterrichtszweige auf den technischen Lehranstalten gelten laßen, so dürfte die praktische Geometrie ohne Zweifel zu den Wißenschaften zu zählen sein, bei deren Unterricht von dem Lehrer besonders die materielle Ausbildung im Auge zu haben ist. Denn dem Begriffe der praktischen Geometrie gemäß soll der Vortrag über diese Wißenschaft, verbunden mit praktischen Uebungen, den Lernenden befähigen, kleinere oder größere Theile der Erdoberfläche zu meßen und auf dem Papiere abzubilden, also dem Lernenden zeigen, wie durch Hülfe der Meßwerkzeuge mit Zugrundelegung mathematischer Vorkenntnisse der genannte Zweck auf die möglichst leichteste und zugleich sicherste Weise zu erreichen ist, weniger soll er aber beabsichtigen, den Verstand in der Bildung der Begriffe zu üben und die Urtheilskraft zu schärfen. Deshalb soll der Vortrag auch alle solche theoretische Entwicklungen zu vermeiden suchen, die theils wegen der Natur der Meßapparate, theils wegen der Beschaffenheit des aufzunehmenden Terrains gar nicht, oder nur in sehr seltenen Fällen eine Anwendung erleiden können. Für den letzteren Fall müßen gerade die erworbenen mathematischen Kenntnisse den Führer des Geodäten abgeben.

Als Wißenschaft und namentlich als eine mathematische Disciplin verlangt aber auch die praktische Geometrie einen wißenschaftlichen und methodischen Lehrgang, der, wenn er auch nicht immer wegen der Abhängigkeit vom darzustellenden Gegenstande, von der Analysis der Begriffe zur Synthesis der Wißenschaft und von dieser zur Selbstständigkeit der Erfindung fortschreitet, doch möglichst vom Leichteren zum Schwereren, vom Einfacheren zum Zusammengesetzten führt.

Diese Ideen waren es, welche mich bei der Ausarbeitung eines Heftes mit leiteten, das ich den Vorträgen über praktische Geometrie, welche ich seit 1843 neben den Vorträgen über darstellende Geometrie und Geognosie an der hiesigen polytechnischen Schule halte und früher an der damaligen Königlichen Berg- und Forstschule zu Clausthal hielt, zum Grunde legte, wobei ich aber zugleich die Praxis des Meßens und deren jetzige Anforderungen im Auge hatte. Ich darf versichern, daß ich die nachfolgenden Bogen mit vieler Liebe und Sorgfalt ausarbeitete und dabei bemüht war, einen Mittelweg zwischen unverständlicher Kürze und ermüdender Weitschweifigkeit einzuschlagen. Ob ich das mir vorschwebende Ziel erreicht habe, will ich dem nachsichtsvollen Urtheile gründlicher Kenner der Wißenschaft und ihrer Praxis überlaßen.

Nach meiner Ansicht ist dem Lernenden eine genaue Kenntnis der Meßapparate und der Methoden ihrer Prüfung und Berichtigung durchaus nöthig, weil nur danach der Grad der Genauigkeit einer ausgeführten Meßung mit beurtheilt werden kann. Deshalb mußte aber der Beschrei-

bung der Meßwerkzeuge eine Darstellung der dem Verstehen derselben zum Grunde liegenden optischen Lehren vorangeschickt werden. Bei der Beschreibung der Winkelmeßer und Nivellierwerkzeuge habe ich mich auf die meistens nur zur Anwendung kommenden beschränkt. Die Zeichnungen zu den Meßapparaten sind mit nur sehr wenigen Ausnahmen mit Zugrundelegung eines Maßstabes, der aber des Raumes wegen bei verschiedenen Apparaten nicht derselbe sein konnte, genau nach den Werkzeugen angefertigt, welche die reichhaltige mathematische Sammlung unserer Lehranstalt besitzt, und glaube ich dem Lernenden durch die Durchschnittszeichnungen ganz besonders einen Dienst geleistet zu haben, weil ihm dadurch nur eine gründliche Kenntnis der inneren Theile der Meßwerkzeuge möglich wird.

Da ich im Allgemeinen nur die Kenntnis der Elementar-Mathematik voraussetzen darf, so konnte die im 8. Abschnitte enthaltene Betrachtung über die Größe der Fehler beim Meßen der Dreiecke nur auf einem Umwege abgeleitet werden. Aus demselben Grunde mußte ich auch die für die Praxis so höchst wichtigen Ausgleichungen bei dem Meßen der Winkel mittelst des Theodolithen, da dieselben nur durch die Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Methode der kleinsten Quadrate auszuführen sind, übergehen. Aus eben dem Grunde konnte ich im 13. Abschnitte nur die Grundzüge der höheren Geodäsie und darin nur die Möglichkeit des beim Meßen großer Erdstrecken anzuwendenden Verfahrens zeigen.

Fingierte Meßungsbeispiele über alle Methoden der

Aufnahmen zu geben, schien mir überflüßig, da die in der Praxis vorkommenden Beispiele sich meistens anders gestalten, wie sie hinter dem Schreibtische gebildet werden. Die auf der 9. und 11. Kupfertafel verzeichneten wenigen Beispiele sind aus den angestellten praktischen Uebungen hervorgegangen. Beim Erlernen der praktischen Geometrie bleiben stets vielfach angestellte Uebungen auf dem Felde die Hauptsache. Deshalb habe ich oft nur auf kurzgefaßte Regeln, oft nur auf Andeutungen, bei der Angabe der Methoden der Aufnahmen, mich beschränkt.

Zahlenbeispiele zu den abgeleiteten Formeln sind zur Raumersparung weggelaßen und nur da aufgenommen, wo ich vermuthen konnte, daß die Ausführungen dem Lernenden Schwierigkeiten machen würden.

Die Markscheidekunst, als letzter Zweig der praktischen Geometrie, wurde nur deshalb dem Drucke nicht mit übergeben, um den Umfang und die Kosten des Werkes nicht noch mehr zu vergrößern, obgleich der Verfaßer, der früher als Markscheider bei dem oberharzischen Gang-Bergbau angestellt war, sich des Ausspruchs nicht enthalten kann, daß in den meisten Schriften über praktische Geometrie die von der Markscheidekunst gemachten Darstellungen wenig geeignet sind, um dem Unkundigen eine klare Vorstellung von den markscheiderischen Arbeiten zu geben.

Hannover, im December 1847.

G. Hunäus.

Inhalt.

Seite
Einleitung 1

Erste Abtheilung.

Vorbereitende Lehren.

Erster Abschnitt. Hülfssätze aus der Optik und dem Magnetismus.

I. Allgemeine Beziehungen des Lichts zu den Körpern 5
II. Hülfssätze aus der Katoptrik 8
III. Hülfssätze aus der Dioptrik.
A. Die Gesetze der einfachen Brechung 12
B. Die Gesetze der Brechung in Glasprismen und Linsengläsern
1. Gesetze der Brechung und der totalen Reflexion in Glasprismen 15
2. Gesetze der Brechung in Glaslinsen 18
C. Die durch Refraktion bewirkte Zerlegung des weißen Lichts . . . 26
IV. Vom Auge und vom Sehen 29
1. Das Sehen mit freiem Auge 30
2. Das Sehen mit bewaffnetem Auge.
a. Das einfache Mikroskop 34
b. Das dioptrische Fernrohr 35
c. Das Fadenkreuz des Fernrohrs 39
d. Das astronomische und terrestrische Fernrohr 41
e. Das dialytische und aplanatische Fernrohr 43
V. Hülfssätze aus der Lehre vom Magnetismus 45

Seite

Zweiter Abschnitt. Anfangsgründe der sphärischen Trigonometrie.

I. Eigenschaften des sphärischen Dreiecks 49
II. Relationen unter den Grundbestandtheilen eines sphärischen Dreiecks . 56
III. Auflösung der schiefwinklichten sphärischen Dreiecke und Berechnung des Flächeninhalts derselben 63

Zweite Abtheilung.

Von den Maßen und der Beschreibung und Rektifikation der Meßwerkzeuge.

Dritter Abschnitt. Von den Maßen der Geodäsie.

1. Vom Längenmaße 69
2. Vom Flächenmaße 73
3. Vom Körpermaße 74
4. Verwandlung der Maße 75

Vierter Abschnitt. Beschreibung der Meßwerkzeuge.

Erstes Kapitel. Von den Werkzeugen, die zur Bezeichnung von Punkten und Linien und zur Meßung von Linien auf dem Felde dienen.

I. Werkzeuge zur Bezeichnung von Punkten 79
Der Gaußische Heliotrop 80
Der Steinheilsche Heliotrop 83
II. Werkzeuge zur Bestimmung von Vertikal- und Horizontallinien.
1. Das Loth 85
2. Der Gradbogen oder die Wage der Markscheider . . . 86
3. Die Libelle (Waßerwage, das Niveau) 86
4. Die Setzwage. 88
5. Der Klitometer oder die Bergwage 88
III. Werkzeuge zur Bestimmung von rechten Winkeln.
1. Das Winkelkreuz 89
2. Das Fallon'sche Spiegellineal 90
IV. Werkzeuge zur Meßung von Linien.
1. Die Meßkette 91
2. Das Meßband und die Meßschnur 92
3. Die Meßstäbe oder Meßstangen 93
4. Der Distanzmeßer 95

Seite

Zweites Kapitel. Beschreibung der Werkzeuge, die zur Meßung der Winkel auf dem Felde dienen. 98

I. Die Winkelmeßer mit einem Stativ.

A. Die einzelnen Theile der Winkelmeßer.

1. Das Stativ 100

2. Vorrichtungen zur Horizontalstellung 101

a. Die Nuß 102

b. Die Nuß mit der Centralschraube 104

c. Der Dreifuß 105

3. Vorrichtungen zur Achsendrehung.

a. Die Schraube ohne Ende mit dem Wagen 109

b. Die Klemmung mittelst des Bremsringes 110

c. Die Klemmung mittelst der Halterplatte 111

4. Vorrichtungen zur weiteren Eintheilung der eingetheilten Kreisränder.

a. Der Nonius oder Vernier 113

b. Die Mikrometerschraube 118

5. Vorrichtungen zur Bestimmung der Lage der Winkelschenkel.

a. Das Diopterlineal und die Alhidadenregel 119

b. Das Fernrohr mit dem Fadenkreuze und die Kippregel 120

c. Der mit dem Fernrohr bewegliche Gradbogen oder Höhenkreis 122

d. Die Achsendrehung des Fernrohrs 123

6. Die Versicherungsdioptern und das Versicherungsfernrohr . 125

7. Vorrichtungen zur Horizontalstellung der Winkelmeßer und einzelner Theile derselben 126

B. Die Winkelmeßer selbst.

1. Der Meßtisch oder die Mensel 126

2. Die Boussole 132

3. Das Astrolabium 135

4. Der Theodolith 137

5. Der Repetitionskreis 142

II. Die Spiegelwerkzeuge, oder die Winkelmeßer ohne Stativ . . . 144

1. Der Spiegelsextant 146

2. Das katadioptrische Spiegellineal 148

3. Die Spiegel- oder Reflexionskreise 149

a. Der Mayer-Borda'sche Spiegelkreis 150

b. Der Reflexionskreis mit Spiegel und Glasprisma . . 150

c. Der Reflexionskreis mit dem Stahlspiegel 151

d. Der Steinheil'sche Prismenkreis 152

Seite

Drittes Kapitel. Beschreibung der Nivellirwerkzeuge.

I. Niveaux mit einem Lothe.
1. Die Setzwage. 2. Die Bergwage oder der Klitometer. 3. Der Gradbogen oder die Markscheiderwage. 4. Die Wall- oder Trancheewage . . . 154
5. Die Picard'sche Waßerwage . . . 155

II. Niveaux mit tropfbaren Flüßigkeiten.
1. Die Kanalwage. 2. Die Keith'sche Quecksilberwage . . . 156

III. Niveaux mit Libellen.
1. Das Libellen-Niveau nach neuerer Reichenbach'scher Konstruktion . . . 157
2. Libellen-Niveau mit Horizontalkreis, Höhenbogen und Distanzmeßer . . . 159
3. Das Sissonische Niveau . . . 160
4. Das Liesganig'sche Niveau . . . 161
5. Das Stampfer-Stark'sche Niveau mit Horizontalkreis und Mikrometerschraube . . . 161

Die Nivellierlatten . . . 164

Fünfter Abschnitt. Die Prüfung und Rektifikation der Meßwerkzeuge.

Erstes Kapitel. Prüfung und Rektifikation der Werkzeuge, die zur Bezeichnung von Punkten und Linien auf dem Felde dienen. . . . 166

I. Prüfung und Rektifikation des Gauß'schen Heliotropen . . . 167
II. Prüfung und Rektifikation der Markscheiderwage . . . 169
III. Prüfung und Rektifikation der Libellen . . . 169
IV. Prüfung und Rektifikation der Setzwage und des Klitometers . . . 170
V. Prüfung der Dioptern und des Winkelkreuzes.
A. Prüfung der Dioptern . . . 171
B. Prüfung des Winkelkreuzes und des Spiegellineals . . . 171
VI. Prüfung und Berichtigung der Meßketten und Meßstangen . . . 172
VII. Prüfung und Berichtigung des distanzmeßenden Fernrohrs . . . 173

Zweites Kapitel. Prüfung und Rektifikation der Winkelmeßer und ihrer Theile.

I. Prüfung des festen Standes des Stativs . . . 174
II. Prüfung und Berichtigung der Horizontalstellungsvorrichtungen . . . 174
III. Prüfung und Rektifikation der Vorrichtungen zur Achsendrehung . . . 175
IV. Prüfung und Rektifikation der Kippregel . . . 176
V. Prüfung und Rektifikation des Meßtisches . . . 179
VI. Prüfung und Rektifikation der Boussole . . . 182
VII. Prüfung und Rektifikation des Theodolithen . . . 186

Seite

VIII. Prüfung und Rektifikation des im IV. Abschnitte §. 74. beschriebenen Repetitionskreises 192
IX. Prüfung und Rektifikation der Spiegelwerkzeuge 193
A. Prüfung und Berichtigung des Sextanten und des katadioptrischen Spiegellineals 194
B. Prüfung und Berichtigung der Reflexionskreise 198

Drittes Kapitel. Prüfung und Rektifikation der Nivellierwerkzeuge.

I. Prüfung und Rektifikation der Niveaux mit einem Rohre 199
II. Prüfung der Niveaux mit tropfbaren Flüssigkeiten 200
III. Prüfung und Rektifikation der Niveaux mit Libellen 201

Dritte Abtheilung.

Die Aufnahme kleiner Erdstrecken oder die Operationen der niedern Geodäsie.

Sechster Abschnitt. Das Abstecken und Meßen gerader Linien; die Konstruktion der Winkelrechten und Parallelen; das Abstecken der Kreisbogen; die Theorie der Horizontalaufnahmen und die Aufnahme kleiner Fluren mittelst der im 1. Kap. des 4. Abschnitts beschriebenen Werkzeuge.

I. Das Abstecken gerader Linien 207
II. Unmittelbares Meßen gerader Linien
A. Mittelst der Meßkette 210
B. Mittelst der Meßstangen 213
C. Mittelst des Distanzmeßers 214
D. Mittelst des Schalles und Abschreitens 215
III. Die Konstruktion der Winkelrechten und Parallelen mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes 217
IV. Mittelbares Meßen der Linien mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes 219
V. Das Abstecken der Kreisbogen 221
VI. Theorie der Horizontalmeßungen:
1. Die Umfangsmethode, das Peripherisieren, Umziehen 223
2. Die Dreiecks- oder Triangularmethode.
a. Die eigentliche Dreiecksmethode 225
b. Die Basierungsmethode 225
c. Die Polarmethode 226
3. Die Koordinatenmethode 227
4. Die Normallinienmethode 228

Seite
VII. Aufnahme einzelner Grundstücke und kleiner Fluren mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes oder des Spiegellineals 228
A. Aufnahme übersehbarer Fluren, ohne Rücksicht auf ihre Parzellen 230
B. Aufnahme übersehbarer Fluren mit Rücksicht auf die darin liegenden Parzellen 233
C. Aufnahme nicht übersichtlicher Fluren 234
VIII. Die Zuverläßigkeit der Kettenmeßung 237

Siebenter Abschnitt. Unmittelbare Meßung der Horizontal-, Vertikal- und schiefgeneigten Winkel. Das Centrieren der Winkel und die Reduktion der schiefgemeßenen Winkel auf den Horizont.

I. Meßung der Horizontalwinkel.
1. Mittelst des Meßtisches 241
2. Mittelst der Boussole 242
3. Mittelst des Theodolithen und des Repetitionskreises . . 244
Meßung der Winkel durch die Repetitions- oder Multiplikationsmethode.
1. Durch die einfache oder Mayer'sche Repetitionsmethode 245
2. Durch die doppelte oder Borda'sche Repetitionsmethode 248
II. Das Centrieren der Winkel 250
III. Meßung der Vertikalwinkel 252
IV. Meßung der schiefgeneigten und Höhen-Winkel mittelst der Spiegelwerkzeuge 255
V. Reduktion schief gemeßener Winkel auf den Horizont des Standortes 261
VI. Die Zuverläßigkeit der Winkelmeßung 263

Achter Abschnitt. Die Aufnahme kleiner Fluren mit dem Meßtische und der Boussole, verbunden mit der Meßkette oder dem Distanzmeßer.

I. Konstruktion der Normalen 266
II. Konstruktion der Parallelen 268
III. Konstruktion eines gegebenen Winkels 269
IV. Bestimmung unzugänglicher Linien 269
V. Aufnahme einzelner Grundstücke und kleiner Fluren.
A. Wenn die Flur ganz oder doch gröstentheils übersehbar und zugänglich ist 280
B. Wenn nur der Umfang der Flur zugänglich ist 282

Neunter Abschnitt. Die Aufnahme kleiner Fluren mit den winkelmeßenden Werkzeugen.

I. Bestimmung unzugänglicher Linien 287
II. Aufnahme kleiner Fluren 300
III. Von der Größe der beim Meßen der Dreiecke begangenen Fehler . 305

Seite

Zehnter Abschnitt. Die trigonometrische und geometrische Aufnahme grösserer Erdstrecken, wobei aber die Erdoberfläche noch als eben betrachtet werden darf.

A. Die Aufnahme des Dreiecksnetzes 310
1. Die trigonometrische Netzlegung 312
2. Die Berechnung der Koordinaten und damit in Verbindung stehende Aufgaben 316
3. Die geometrische Netzlegung 320
B. Die Aufnahme des Details mit Zugrundelegung des Dreiecksnetzes 321
1. Die Aufnahme des Details mittelst des Meßtisches . . . 322
2. Die Aufnahme des Details mittelst des Theodolithen . . 325
3. Die Aufnahme des Details mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes 326

Elfter Abschnitt. Die Vertikalmeßungen.

A. Trigonometrische Höhenbestimmungen.
1. Höhenbestimmungen aus kleineren Entfernungen 328
2. Die Korrektion der Höhen wegen der Erhöhung des scheinbaren Horizonts über dem wahren und wegen der Refraktion 331
3. Höhenbestimmungen aus großen Entfernungen 336
B. Das Nivellieren 338
1. Das Nivellieren mit der Setzwage 340
2. Das Nivellieren mit der Markscheiderwage 341
3. Das Nivellieren mit der Kanal- und Quecksilberwage und den Libellen-Niveaux.
a. Das Nivellieren aus den Endpunkten 342
b. Das Nivellieren aus der Mitte 344
C. Das Höhenmeßen mit dem Barometer 349
D. Die topographische Aufnahme der Berge 360

Zwölfter Abschnitt. Die Abbildung des Terrains auf dem Papiere, die Berechnung des Flächeninhalts, die Theilung der Figuren, die Entwerfung der Nivellementspläne und die Berechnung der nach dem Nivellementsprofil vorzunehmenden Erdarbeiten.

I. Die Abbildung des Terrains auf dem Papiere.
A. Die zur Verzeichnung der Linien und Winkel dienenden Werkzeuge und ihr Gebrauch.
1. Der Stangenzirkel 362
2. Der Reduktionszirkel 363
3. Der dreifüßige Zirkel 364
4. Die Maßstäbe 364
5. Der Transporteur 366
6. Der geradlinichte Transporteur 366

Seite

B. Abbildung der Horizontalprojektion einer gemeßenen Flur
1. Abbildung einzelner Grundstücke oder kleiner Fluren . . . 369
2. Abbildung größerer Fluren 370
C. Die weitere Ausarbeitung der Karten 372
D. Abbildung der Unebenheiten des Erdbodens 377
E. Prüfung einer Flurmeßung 380
F. Das Kopiieren der Karten 381
II. Die Berechnung des Flächeninhalts aufgenommener Fluren.
A. Inhaltsbestimmung aus gemeßenen Linien und Größe der Fehler in der Flächenberechnung 382
B. Inhaltsbestimmung aus gemeßenen Linien und Winkeln . . . 384
C. Inhaltsberechnung aus der Zeichnung 385
III. Die Theilung der Figuren 387
IV. Die Entwerfung der Nivellementspläne 392
V. Die Berechnung des Auf- und Abtrages der nach den Nivellementsprofilen vorzunehmenden Erdarbeiten 393

Vierte Abtheilung.

Grundzüge der höhern Geodäsie.

Dreizehnter Abschnitt. Die Aufnahme größerer Erdstrecken, wobei die Erdoberfläche nicht mehr als eben angesehen werden darf. 398
1. Die Meßung und Berechnung der Basis des Dreiecksnetzes 399
2. Meßung und Korrektion der Winkel des Dreiecksnetzes . . 404
3. Bestimmung des Azimuths und der geographischen Breite eines Punktes des Dreiecksnetzes 405
4. Berechnung des Dreiecksnetzes 407
5. Aufnahme des Details 411

Einleitung.

§. 1.

Die praktische Geometrie, Geodäsie (von γῆ, Erde, und δαίζειν, theilen), hat zum Zweck, Theile der Erdoberfläche zu messen, aufzunehmen und auf dem Papiere abzubilden, um danach ihre Größe bestimmen und sie nach bestimmten Verhältnissen theilen zu können. Sie ist demnach der Inbegriff aller Methoden, um die angegebenen Zwecke auf dem sichersten und leichtesten Wege zu erreichen.

In vielen Fällen ist die räumliche Mathematik (Geometrie) nicht nur die Führerin des Geodäten, sondern verlangt auch unmittelbare Anwendung ihrer Sätze, weshalb sie nicht unpassend angewandte Geometrie genannt werden könnte.

§. 2.

Eine Größe meßen, heißt bestimmen, wie viel Mal eine zum Maß (zur Einheit) gewählte gleichartige Größe, oder ein aliquoter Theil derselben, in der ersteren enthalten ist.

Wird die Meßung einer Größe durch wirkliche Anlegung des Maßes verrichtet, so heißt sie eine unmittelbare Meßung; bestimmt man aber die räumliche Ausdehnung einer Größe aus andern bereits unmittelbar gemeßenen Größen durch Konstruktion oder durch Rechnung, so nennt man die Meßung eine mittelbare.

Erläuterung durch Beispiele.

§. 3.

Durch die partiellen Unebenheiten der Erdoberfläche werden aber meistens selbst kleinere Theile derselben als krumme Flächen erscheinen; es kommt daher darauf an, diese bildlich darzustellen. Die Darstellung der krummen Flächen erreicht man zunächst dadurch, daß man ihre Punkte auf einer Horizontalebene konstruiert, also auf einer Ebene, welche auf der Richtung der Schwerkraft normal steht. Zur Aufnahme solcher Punkte nehme man zunächst einen so kleinen Theil der Erdoberfläche an, daß die

von ihren Punkten a, b, c .... auf die Horizontalebene gefällten Normalen ohne merklichen Fehler als parallel angesehen werden können. Die Fußpunkte a′, b′, c′ .... der Normalen in der Horizontalebene nennt man die Horizontalprojectionen jener Punkte und die Figur a′ b′ c′ ...... die Horizontalprojection der Figur abc ...... Und es heißt nun, eine auf der Erdoberfläche liegende Figur abc ...... aufnehmen: soviel bestimmende Stücke derselben unmittelbar oder mittelbar meßen, daß davon nach einem beliebig verjüngten Maßstabe auf dem Papier eine Figur entworfen werden kann, welche der Horizontalprojection a′ b′ c′ ...... ähnlich ist. Die Meßung wird eine Horizontalmeßung, Horizontalaufnahme und das auf dem Papiere entworfene Bild ein Horizontal- oder Grundriß, auch geometrischer Riß, Plan, Karte der Figur abc .... genannt.

§. 4.

Der praktische Geometer soll aber auch die Höhen einzelner Punkte auf der Erdoberfläche, d. h. den Unterschied ihrer Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde bestimmen können. Zu diesem Zwecke denkt man sich von jenen Punkten a, b, c .... auf eine mit der Richtung der Schwerkraft zusammenfallende, also Vertikalebene, Normalen gefällt, deren Fußpunkte a″, b″, c″ .... man die Vertikalprojectionen von a, b, c .... nennt. Die Bestimmung solcher Punkte auf dem Papiere geschieht durch eine Vertikal- oder Höhenmeßung, so wie das auf dem Papier entworfene Bild eine Höhenkarte, auch ein Profilriß genannt wird.

§. 5.

Aus den in verschiedenen Gegenden der Erde angestellten Gradmeßungen und Pendelversuchen ist bekannt, daß unsere Erde die Gestalt eines Sphäroids hat, und daß der Halbmesser des Äquators 3271837,5 Toisen und die halbe Erdachse 3260920,3 Toisen, mithin die Applattung der Erde $1/_{302,22}$ beträgt *). Da nun ferner bekannt ist, daß unsere Erde einer Kugel gleicht,

*) Schmidt's Lehrbuch der mathematischen und physikalischen Geographie I. Göttingen, 1829. S. 200 u. f.

deren Halbmeßer = 3268194 Toisen ist, so darf man annehmen, daß wir selbst bei den ausgedehnteren Meßungen noch einen hinreichenden Grad der Genauigkeit erhalten, wenn wir unsere Erde als eine Kugel ansehen, deren Halbmeßer das arithmetische Mittel zwischen dem Halbmeßer des Erdäquators und der halben Erdachse, mithin = 3266379 Toisen oder 21795294 Hannoversche Fuß ist.

§. 6.

Wenn man nun auch nach dem vorigen §. in der praktischen Geometrie unsere Erde als eine Kugel ansehen kann, so werden doch streng genommen alle in einem abgesteckten Dreiecke gemeßenen Horizontalwinkel die Winkel eines sphärischen Dreiecks und ihre Summe daher größer als 180° sein müßen. Es ergiebt sich aber leicht aus stereometrischen Sätzen, daß der sphärische Exceß in einem Dreiecke von 6 Quadratmeilen Größe noch nicht volle 2 Secunden beträgt. Dieses geringen Unterschiedes wegen in der Größe der Winkel des sphärischen Dreiecks und des ihm zugehörigen ebenen Dreiecks, ist es gestattet, eine auf der Erdoberfläche angenommene Figur, deren größte Ausdehnung 4 — 5 Meilen nicht übersteigt, als eben anzusehen, indem die hieraus entspringenden Unrichtigkeiten noch merklich kleiner ausfallen, als die Irrthümer, welche theils durch unsere Sinne, theils durch die Unvollkommenheit der Meßwerkzeuge Statt finden.

§. 7.

Man theilt deshalb die praktische Geometrie

1) in die niedere Feldmeßkunst, auch Geodäsie oder Feldmeßkunst schlechthin, wenn sie Aufnahmen nur von solchen Erstreckungen zu ihrem Gegenstande macht, daß das betreffende Stück der Erdoberfläche ohne Fehler als eben betrachtet werden kann, und

2) in die höhere Feldmeßkunst, höhere Geodäsie, Landmeßkunst, die sich mit der Aufnahme von so bedeutenden Strecken der Erdoberfläche beschäftigt, daß sie als ein Theil einer Kugelfläche angesehen werden müßen.

Man unterscheidet deshalb auch topographische Karten von geographischen, je nachdem die im §. 3. angegebene rechtwinklichte Projection noch zuläßig ist, oder nicht.

Topographische Karten, die eine Örtlichkeit von nur geringerem Umfange bildlich darstellen, nennt man gewöhnlich Situationsplane, oder Plane schlechthin und nach dem besonderen Zwecke, den sie erfüllen sollen, unterscheidet man dann wieder Fluß-, Straßen-, Eisenbahn-, Forst-, ökonomische, geognostische Karten u. s. w.

§. 8.

Die Gegenstände, welche auf einer Karte dargestellt werden sollen, sind sowohl alle natürlichen Bildungen des Bodens, als auch alle künstlichen Anlagen, also der Lauf der Gebirge, die Begränzungen der Gewäßer und geognostischen Formationen, die Gränzen der Straßen, Wege und verschiedenen Kulturen des Bodens, die Umfänge der Gebäude und anderer Baulichkeiten u. s. w. Alle diese Gegenstände werden daher theils isolierte Punkte, theils gerad- und krummlinichte Figuren bilden. Da aber jedes Polygon durch seine Winkelpunkte bestimmt ist und man den Gränzen einer krummlinichten Figur durch gerade Linien so nahe kommen kann, als man nur will: so wird es bei jeder Horizontalmeßung im Allgemeinen, nur auf die Meßung einer hinreichenden Anzahl Linien und Winkel ankommen, wodurch nach geometrischen Sätzen das Polygon bestimmt wird, während Kurven, durch die ebenfalls in der Geometrie angegebene Koordinatenmethode auf die sie einschließenden Polygonseiten bezogen und dadurch dargestellt werden können.

Hinsichtlich der zu meßenden Winkel mag hier schon bemerkt werden, daß die Winkel, deren Schenkel in dem scheinbaren Horizonte des Standortes liegen, Horizontalwinkel, solche, deren Schenkel in einer auf dem scheinbaren Horizonte senkrechten Ebene liegen, Vertikalwinkel genannt werden. Liegt der eine Schenkel der letzteren im Horizont, der andere über oder unter demselben, so nennt man sie beziehungsweise Elevations- und Depressionswinkel. Die Komplementarwinkel der Elevationswinkel heißen Zenithdistanzen. Außer den Horizontal- und Vertikalwinkeln kommen auch noch Winkel vor, deren Schenkel nicht im Horizonte des Standortes und einer darauf senkrechten Ebene liegen; solche nennt man schiefgeneigte Winkel.

Erste Abtheilung.

Vorbereitende Lehren.

Erster Abschnitt.

Hülfssätze aus der Optik und dem Magnetismus.

I. Allgemeine Beziehungen des Lichts zu den Körpern.

§. 1.

Die Ursache der Wahrnehmbarkeit der uns umgebenden Körper durch den Gesichtssinn nennen wir Licht. Die Wißenschaft, welche sich mit den Gesetzen der Erscheinungen des Lichts beschäftigt, heißt Optik (von 'οπτίζω, sehen).

Anmerkung. Für den Geodäten sind meistens nur die mittelbaren oder objektiven und nur in einzelnen Fällen die unmittelbaren oder subjektiven Wirkungen des Lichts von Wichtigkeit.

§. 2.

Die Wirkung des Lichts erfolgt so lange in gerader Linie, als dasselbe in einem durchsichtigen Mittel von derselben materiellen Beschaffenheit bleibt, also überhaupt keine andern Ursachen darauf einwirken.

Jene geraden Linien nennt man Lichtstrahlen. Die Gesetze der geradlinichten Fortpflanzung des Lichts enthält die Orthoptik (von ὀρθὸς gerade).

Anmerkung. In den gewöhnlichen Fällen der Feldmeßkunst wird der obige Satz ohne Weiteres als richtig angenommen, indem man die Linie, in welcher das Licht von einem erleuchteten Punkte nach dem Auge gelangt, für eine gerade gelten läßt. Er bedarf aber einer Modifikation für sehr hoch und sehr tief gelegene Punkte.

§. 3.

Wenn das Licht auf die nicht polierte Oberfläche eines dunklen (d. h. nicht selbstleuchtenden) Körpers fällt, so wird dieser dadurch selbst erleuchtet; jeder Punkt seiner Oberfläche wird daher auch das Licht nach allen Richtungen umhersenden, womit aber offenbar eine Schwächung des Lichts verbunden sein muß. Je nachdem nun die Körper das empfangene Licht nicht merklich verändern, oder aber verändern, oder fast gar nicht wieder zurückgeben, nennen wir beziehungsweise die Oberfläche der Körper **weiß, farbig** und **schwarz.**

§. 4.

1. Kommt das Licht in ein anderes durchsichtiges Mittel von verschiedener Dichtigkeit, z. B. aus Luft in Glas oder Waßer, oder umgekehrt, so wird ein Theil der schief auffallenden Lichtstrahlen bei dem Eintritt in das andere Mittel von seiner früheren Richtung abgelenkt. Diese Erscheinung nennt man die **Brechung, Refraktion** des Lichts.

2. Fällt das Licht auf dunkle Körper mit polierter Oberfläche, so wird es nach bestimmten Gesetzen zurückgeworfen, welche Erscheinung die **regelmäßige Zurückwerfung, Reflexion, Spiegelung** des Lichts heißt.

3. Bleibt das Licht in demselben Mittel, geht es aber nahe an einem dunklen festen Körper vorbei, oder durch eine kleine Öffnung, so wird es ebenfalls abgelenkt und zugleich mehr oder weniger in farbige Büschel zerlegt. Diese Modifikation hat man die **Beugung, Inflexion, Diffraktion** des Lichts genannt.

4. Die im vorigen §. angegebene **Zerstreuung** oder **unregelmäßige Zurückwerfung** des Lichts von der Oberfläche dunkler, nicht polierter Körper findet auch Statt bei dem Übergange des Lichts aus einem durchsichtigen Mittel in ein anderes von verschiedener Dichtigkeit. Durch die genannte Zerstreuung des Lichts werden uns auch sowohl die durchsichtigen als dunklen Körper sichtbar.

Die Gesetze der Brechung des Lichts stellt die **Dioptrik** (von διοπτρον, jedes Werkzeug zum Durchsehen), die Gesetze der Spiegelung die **Katoptrik** (von κάτοπτρον, Spiegel) und die Gesetze der Inflexion des Lichts die **Paroptik** (von παρά, neben) auf.

§. 5.

Das von einem leuchtenden Körper auf einen dunklen Körper fallende und von den Augen wahrgenommene Licht wird die Stärke der Erleuchtung oder die Helligkeit der Oberfläche des Körpers genannt, die daher nicht mit der Stärke oder Intensität des auffallenden Lichts verwechselt werden darf.

Die Stärke der Erleuchtung hängt ab:

1) Von der Entfernung des dunklen Körpers von dem leuchtenden. Nach stereometrischen Sätzen läßt sich zeigen, daß die Helligkeit im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat der Entfernung steht.

2) Von der Intensität des auffallenden Lichtes; unter übrigens gleichen Umständen ist die Helligkeit einer Fläche der Stärke des auffallenden Lichtes proportional.

3) Von der Größe der erleuchteten Fläche, der die Helligkeit ebenfalls proportional ist.

4) Von der Lage der erleuchteten Fläche gegen die auffallenden Lichtstrahlen. Unter übrigens gleichen Umständen ist die Helligkeit dem Sinus des Neigungswinkels proportional, den die Lichtstrahlen mit der auffangenden Ebene bilden, also dem Cosinus des Neigungswinkels der auffangenden Ebene gegen die auf den Lichtstrahlen normal stehende Ebene. Denn in der Lage B (Fig. 1.), erhält die durch AB gedachte Ebene nur so viel Lichtstrahlen, als auf DB fallen; es ist aber

Fig. 1.

$$DB = \sin. BCD = \cos. ABC.$$

Anmerkung. Auf diesem Satze beruht theilweise die Lehmann'sche Bergzeichnungsmethode.

5) Von der Beschaffenheit des Mittels, durch welches das Licht geht, und

6) Von der Beschaffenheit der Oberfläche des erleuchteten Körpers. Dunkelfarbige Oberflächen reflektieren nur wenig Licht; durchsichtige Körper erscheinen um so weniger erleuchtet, je durchsichtiger sie sind und eben so wenig zeigen sich spiegelnde Oberflächen in allen Richtungen stark erleuchtet.

§. 6.

Die Geschwindigkeit, mit der das Licht im Raum sich fortpflanzt, ist eine so außerordentlich große, daß die dazu erforderliche

Zeit bei den größten übersehbaren terrestrischen Abständen ganz verschwindet. Nach Berechnungen legt das Licht in einer Zeitsecunde einen Weg von 41900 geographischen Meilen zurück.

Anmerkung. Die Geschwindigkeit des Lichts wurde 1675 von dem Dänen Olof Römer entdeckt und 1725 von Bradley bestätigt. Eine nähere Belehrung hierüber findet man u. A. in Pouillet's Lehrbuch der Physik, von Joh. Müller herausgegeben, II. Braunschweig, 1842. 99. u. f.

II. Hülfssätze aus der Katoptrik.

§. 7.

Nach den §§. 3. und 4. ist das Licht, welches an der Gränze zweier verschiedener Mittel gleichsam in das erste Mittel zurückgeht, entweder zerstreutes oder regelmäßig zurückgeworfenes. Durch das letztere sehen wir in bestimmten Richtungen ein Bild des Körpers, der das Licht ausstrahlt. Ob eine Zerstreuung oder eine regelmäßige Reflexion Statt findet, hängt allein von der Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers ab, der das Licht empfängt. Man nennt solche Körper, deren Oberfläche poliert ist und daher durch regelmäßig reflektiertes Licht Bilder von anderen erleuchteten Körpern zeigen, Spiegel oder Körper mit spiegelnder Oberfläche. Nach der Gestalt der letzteren unterscheidet man ebene, sphärische, parabolische, elliptische u. s. w. Spiegel. Nur die ebenen oder Planspiegel werden bei den geodätischen Werkzeugen angewendet.

§. 8.

Fig. 2. Ist in Fig. 2. AB die polierte Trennungsfläche zweier ungleichartiger Mittel, C der Punkt, in welchem ein Lichtstrahl SC die spiegelnde Fläche trifft und CD die Richtung des (regelmäßig) reflektierten Lichtstrahls, so heißt C der Einfallspunkt, die in C auf die Fläche AB errichtete Normale CE das Einfallsloth, die durch SC und CE festgelegte Ebene die Einfallsebene, SCE der Einfallswinkel und ECD der Reflexionswinkel.

Die Gesetze, nach welchen die regelmäßige Reflexion erfolgt, sind:

1) der reflektierte Strahl liegt stets in der Einfallsebene, und

2) der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich.

Hieraus folgt dann weiter:

3) die Neigungswinkel des Einfalls- und reflektierten Strahls gegen die Spiegelfläche sind einander gleich, und

4) jeder normal auffallende Lichtstrahl wird in sich selbst zurückgeworfen.

§. 9.

Wenn von einem leuchtenden Punkte S auf den Planspiegel AB Lichtstrahlen SC, SC' ..... fallen, so werden diese so reflektiert, daß die Verlängerungen der reflektierten Strahlen nach der entgegengesetzten Seite des Spiegels die von S auf den Spiegel gefällte Normale SF in einem und demselben Punkte F schneiden und es liegt dieser Punkt eben so weit hinter dem Spiegel, als der leuchtende Punkt vor demselben, oder es ist SA = AF.

Denn es ist z. B. für den Einfallsstrahl SC, $\alpha = \beta = \gamma$ (§. 8. 3.), folglich, da SF normal gegen AB ist, nach einem planimetrischen Satze SC = CF und SA = AF; da aber CF die Verlängerung von DC und AF die Verlängerung des rechtwinklicht auffallenden Strahls SA ist, so muß in F das Bild von S zu liegen scheinen.

Dasselbe gilt von jedem andern Einfallsstrahle, wie SC'.

Man nennt den Punkt F das optische Bild des leuchtenden Punktes S.

§. 10.

Da zu jedem leuchtenden Punkte ein optisches Bild gehört, so muß ein Planspiegel von einem davor befindlichen leuchtenden Gegenstande ein Bild erzeugen, das eine gleiche Lage gegen die Hinterfläche, wie sie der Gegenstand gegen die Vorderfläche hat und dessen Größe der des Gegenstandes gleich kommt.

Ein unter 45 Grad gegen eine Linie oder Ebene geneigter Planspiegel wird demnach von einem Objekte, welches parallel zu der Linie oder Ebene liegt, ein Bild erzeugen, das gegen die Linie oder Ebene normal steht; ein horizontal liegender Gegenstand

spiegelt sich demnach in einem unter 45 Grad gegen den Horizont geneigten Spiegel senkrecht ab und umgekehrt, ein vertikal stehender horizontal.

Anmerkung. Auf der letzteren Eigenschaft der Spiegelung beruht die Konstruktion des Handniveaus von Romershausen und des Fallon'schen Spiegellineals.

§. 11.

Wenn ein von einem Spiegel zurückgeworfener Lichtstrahl auf einen zweiten Spiegel fällt, der mit dem ersteren einen beliebigen Winkel bildet, so ist der Winkel, welchen der von dem zweiten Spiegel reflektierte Lichtstrahl mit dem Einfallsstrahle des ersten Spiegels bildet, doppelt so groß, als der Winkel, in dessen Schenkeln die beiden Spiegel liegen.

Fig. 3. Denn ist SA in Fig. 3. der auf den ersten Spiegel M fallende Lichtstrahl, so ist, wenn $\alpha = \beta$, der reflektierte Strahl AB (§. 8. 3.) für den zweiten Spiegel N Einfallsstrahl und daher, wenn $\gamma = \delta$, BC der zweite reflektierte Strahl, folglich ACB der Winkel, den SA mit BC bildet.

Nun ist aber $\gamma = \beta + D$,
folglich $D = \gamma - \beta = \delta - \varepsilon$,
ferner ist $\varepsilon + C = \delta + D$,
mithin $C = D + \delta - \varepsilon = 2D$.

Zusatz. Denkt man sich in C das Auge, so sieht dieß das Objekt S in der Richtung BE. Hat demnach der Spiegel N eine solche Stellung gegen das Auge, daß dieß über dem Spiegel weg ein zweites Objekt E wahrnimmt, welches mit dem optischen Bilde von S in einerlei Richtung liegt, so ist der Winkel, den die beiden Spiegel bilden, halb so groß, als der Winkel, den die Objekte S und E mit dem Standorte C einschließen.

Anmerkung. Auf den obigen Satz gründeten Newton, Hadley und Tob. Mayer die Konstruktion der von ihnen erfundenen Spiegelwerkzeuge.

§. 12.

Wenn von einem unendlich entfernten leuchtenden Punkte Lichtstrahlen auf zwei Spiegel fallen, die gegen

einander rechtwinklicht stehen, so werden die Lichtstrahlen von den Spiegeln nach entgegengesetzten Richtungen zurückgeworfen.

Denn ist SA in Fig. 4 ein auf den Spiegel MN fallender Lichtstrahl, so ist, wenn $\alpha = \beta$, AB der reflektierte Strahl für MN (§. 8. 2.), und wenn $\gamma = \delta$, ist für denselben Einfallsstrahl, AC der reflektierte Strahl des Spiegels PQ. Es ist daher auch $\alpha + \gamma = \beta + \delta = R$, mithin

$\alpha + \gamma + \beta + \delta = 2\,R$, d. h. AB und AC liegen in einer geraden Linie.

Fig. 4.

Anmerkung. Auf diesen Satz stützt sich die Konstruktion des von Gauß erfundenen Heliotrops.

§. 13.

Wenn ein Spiegel, auf welchen ein Lichtstrahl unter einem beliebigen Winkel fällt, um einen bestimmten Winkel α so gedreht wird, daß die Drehungsachse rechtwinklicht auf der Einfallsebene steht, so ist der Winkel, den die reflektierten Strahlen vor und nach der Drehung mit einander bilden, $= 2\,\alpha$.

Denn ist in Fig. 5. SA der Einfallsstrahl, MN der Spiegel vor der Drehung, so ist, wenn MAB = SAN, AB der reflektierte Strahl, und für die zweite Lage des Spiegels M'N', AB' der reflektierte Strahl, wenn M'AB' = SAN' ist. Nun ist

Fig. 5.

$$\begin{aligned} BAB' &= M'AB' - M'AB = M'AB' - (MAB - \alpha) \\ &= SAN' - SAN + \alpha \\ &= 2\,\alpha. \end{aligned}$$

§. 14.

1. Wenn demnach BA und B'A zwei verschiedene auf einen Spiegel fallende Lichtstrahlen sind, und beide nach einerlei Richtung AS reflektiert werden sollen, so muß der Spiegel um den halben Winkel gedreht werden, welchen die beiden Einfallsstrahlen mit einander einschließen.

2. Hieraus, so wie in Verbindung mit §. 11. folgt dann ferner, daß wenn SA ein auf einen Spiegel M (Fig. 3.) fallender Lichtstrahl ist, der in der Richtung AB auf den zweiten Spiegel N und von diesem in der Richtung BC, reflektiert wird, und man nun den Spiegel N um einen bestimmten Winkel φ dreht, so muß

ein zweiter Einfallsstrahl S′A mit dem ersteren S′A einen Winkel $= 2\ \varphi$ bilden, damit der von dem gedrehten Spiegel reflektierte Strahl mit der Richtung BC des ersteren zusammenfällt.

Anmerkung. In dem ersteren dieser Sätze liegt das Princip der Repetition der Winkelbestimmung bei den Spiegelkreisen.

III. Hülfssätze aus der Dioptrik.

§. 15.

Fig. 6. Errichtet man in dem Punkte A, Fig. 6. der Berührungsfläche MN zweier verschiedener durchsichtiger Mittel, zu dem einfallenden Strahle SA auf MN die Senkrechte AB, so heißt diese auch hier das Einfallsloth, der Winkel SAB, den der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe bildet, der Einfallswinkel und dessen Ebene die Einfallsebene. Ist AD der gebrochene Strahl, so wird der Winkel CAD, den AD mit der Verlängerung AC des Einfallslothes bildet, der Brechungswinkel und seine Ebene die Brechungsebene genannt.

A. Die Gesetze der einfachen Brechung.

§. 16.

Die wichtigsten Gesetze der einfachen Brechung, nämlich derjenigen Erscheinungen der Refraktion, wobei der gebrochene Strahl nicht in mehrere Bündel zerlegt wird und alle Theile desselben den nämlichen Grad der Brechbarkeit haben, sind folgende:

1) Die Brechungsebene liegt stets mit der Einfallsebene in einer Ebene.

2) Für dasselbe brechende Mittel zeigt sich bei verschiedenen Einfallswinkeln die Brechung des Lichts dergestalt, daß zwischen dem Sinus des Einfallswinkels (auch wohl Einfallssinus kurzweg genannt) und dem Sinus des Brechungswinkels (dem Brechungssinus) ein konstantes Verhältnis Statt findet, welches das Brechungsverhältnis oder der Brechungsexponent genannt wird.

Wird der Einfallswinkel $= \varphi$, der Brechungswinkel $= \psi$ und das Verhältnis $n : 1$ gesetzt, so giebt der obige Satz die Proportion

$$\sin.\ \varphi : \sin.\ \psi = n : 1.$$

3) Sind die beiden Mittel von gleicher materieller Beschaffenheit aber verschiedener Dichtigkeit, so nähert sich der Lichtstrahl im dichtern Mittel dem Einfallslothe. Es ist demnach beim Übergange des Lichts aus dem dünnern Mittel in ein dichteres der Brechungsexponent ein unächter Bruch, im entgegengesetzen Falle also ein ächter Bruch. Indessen ist die brechende Kraft nicht immer der Dichtigkeit proportional.

§. 17.

Aus dem vorigen §. folgt dann weiter:

1) Ist der Einfallswinkel $\varphi = 0$, so muß auch $\psi = 0$ sein, d. h. der winkelrecht einfallende Strahl geht ungebrochen hindurch.

2) Geht ein Lichtstrahl aus einem Mittel in ein anderes, das von zwei parallelen Ebenen begränzt wird und tritt aus diesem wieder in ein Mittel, das mit dem erstern gleiche materielle Beschaffenheit und Dichtigkeit hat, so ist der gebrochene Strahl in diesem dritten Mittel dem Einfallsstrahle in dem ersten parallel. Bei Plangläsern mit parallelen Ebenen wird man demnach alle Gegenstände, deren Lichtstrahlen nicht zu schief auffallen, gerade so sehen, als ob kein Glas da wäre; nur wenn man in sehr schiefer Richtung durch solche Gläser sieht, erscheinen die Objekte etwas seitwärts gerückt.

Auch ergiebt sich hieraus, daß die Planspiegel von Glas keine reine Wirkung der Spiegelung zeigen, sondern daß hierbei zugleich noch eine zweifache Brechung (aus Luft in Glas und Glas in Luft) Statt findet. Nur bei genau parallelen Glasflächen und geringer Glasdicke kann man die einfallenden und reflektierten Lichtstrahlen vor und nach der Brechung als parallel betrachten.

3) Ist $\varphi = 90^\circ$, so ist, da $\sin. 90^\circ = 1$, $\sin. \psi = 1/n$, dessen zugehöriger Winkel ψ der Gränzwinkel genannt wird.

Da nun nach Schubarth's Sammlung physikalischer Tabellen, Berlin, 1841, für Luft und Crownglas der Brechungsexponent $n : 1 = 1539/1000$ (weniger genau $3 : 2$), also $1/n = 0{,}6497725\ldots$ ist, welche Zahl aber dem Sinus von $40^\circ\ 31'\ 28'$ zugehört, wofür aber $40^\circ\ 31'$ gesetzt werden sollen, so folgt, daß bei dem Eintritt der Lichtstrahlen aus Luft in Glas alle gebrochenen Strahlen zwischen 0° und $40^\circ\ 31'$ liegen müßen.

So wie demnach ein Lichtstrahl im Glase mit dem Einfallslothe einen Winkel von 40° 31′ bildet, wird er bei seinem Austritte in die Lufteinen Winkel von 90° mit dem Einfallslothe bilden, d. h. parallel der Berührungsfläche sich fort bewegen. Alle im Glase gebrochenen Lichtstrahlen aber, welche einen noch größern Winkel als 40° 31′ mit dem Einfallslothe einschließen, können demnach gar nicht in die Luft eintreten, sondern erleiden nun eine regelmäßige Reflexion. Da das Licht hierbei nichts an seiner Intensität verliert, so sagt man, das Licht erleide eine totale Reflexion.

§. 18.

Fig. 7. Denkt man sich unter MN (in Fig. 7.) die Gränze zweier Luftschichten von verschiedener Dichtigkeit und unterhalb MN die dichtere Luft, so wird der von S kommende schief auffallende Lichtstrahl SA etwa nach AB hin gebrochen. Ein in B befindliches Auge wird aber den leuchtenden Punkt S in der Richtung BAC, also höher zu sehen glauben, als er wirklich liegt. Dasselbe gilt von jedem andern schief auffallenden Lichstrahle. Nur der in der Vertikale BD liegende Punkt D wird in seiner wahren Lage gesehen.

Da nun die atmosphärische Luft nach den Gesetzen der Aërostatik ein von Oben nach Unten stetig dichter werdendes Mittel ist, so werden die von leuchtenden Punkten schief ausgehenden Lichtstrahlen ein über der Erdoberfläche befindliches Auge in einer Kurve treffen und es wird das Auge den leuchtenden Punkt in die Richtung der Berührungslinie zu dem letzten Bogenstück der Kurve versetzen. Alle Himmelskörper und auch alle hoch gelegenen irdischen Gegenstände werden demnach, wenn sie nicht im Zenith des Beobachters stehen, höher erscheinen und es erhellt auch leicht, daß der Unterschied zwischen der wahren und scheinbaren Lage um so bedeutender erscheinen muß, je näher die Körper dem Horizonte liegen.

Man nennt diese Ablenkung der Lichtstrahlen, wenn sie von Himmelskörpern ausgehen, die astronomische Strahlenbrechung und bei irdischen Gegenständen die irdische oder terrestrische.

Anmerkung 1. Da hiernach die Gipfel höherer Berge u. s. w. durch die Strahlenbrechung eine scheinbare Veränderung ihrer

Lage erleiden, so muß bei trigonometrischen Höhenbestimmungen hierauf Rücksicht genommen werden.

2. Ist die Erdoberfläche durch die Sonnenstrahlen bedeutend erwärmt, so wird diese höhere Temperatur sich den nächsten Luftschichten durch Aufsteigen mittheilen und an die Stelle dieser wärmeren Säulen werden dann kältere durch Herabsinken treten. Dadurch entsteht das sogenannte Wallen oder Flimmern der Luft, wodurch Objekte scheinbar bewegt werden und eine Unsicherheit beim Visieren abgeben. Da aber die vorhin erwähnten unteren Luftschichten dünner als die obern sein werden, so müßen dadurch tief gelegene Gegenstände auch eine scheinbar tiefere Lage erhalten.

B. Die Gesetze der Brechung in Glasprismen und Linsengläsern.

1. Gesetze der Brechung und der totalen Reflexion in Glasprimen.

§. 19.

Ist in Fig. 7a. ABC der auf den Seitenkanten rechtwinklichte Durchschnitt eines dreiseitigen Glasprisma, dessen brechender Winkel ABC $= \beta$, SD ein mit dem Durchschnitt parallel auffallender Lichtstrahl, welcher mit dem Einfallslothe MN den Winkel φ bildet, so wird SD in dem Glase nach DE so gebrochen, daß wenn das Brechungsverhältnis zwischen Luft und Glas $= n : 1$ ist, Fig.7.a

$\sin. \varphi : \sin. \psi = n : 1,$

also $\sin. \psi = {}^1/_n \sin. \varphi.$ 1.

Ist ferner ON das zu E gehörige Einfallsloth, mit welchem der gebrochene Strahl DE den Winkel ψ' bildet, so wird dieser Strahl beim Austritt in die Luft wieder so gebrochen werden, daß

$\sin. \psi' : \sin. \varphi' = 1 : n,$

also $\sin. \varphi' = n \sin. \psi'$ ist.

In dem Vierecke DNEC ist aber $\psi + \psi' = \beta$,

also $\psi' = \beta - \psi.$ 2.

und mithin $\sin. \varphi' = n \sin. (\beta - \psi).$ 3.

Verlängert man SD und FE bis sie sich in G schneiden, so ist der Winkel α die Größe der Ablenkung, welche der Einfallsstrahl durch die zweimalige Brechung erlitten hat, also der gesammten Größe

der Brechung gleich. Es ist aber

$$\alpha = \gamma + \delta = (\varphi - \psi) + (\varphi' - \psi'),$$

oder da nach 2. $\psi' = \beta - \psi$ ist,

$$\alpha = \varphi + \varphi' - \beta. \quad 4.$$

Mittelst dieser vier Gleichungen kann man also aus dem gegebenen brechenden Winkel β, dem Brechungsexponenten $n : 1$ und dem bekannten Einfallswinkel φ die Größe der Winkel ψ, ψ', φ' und α bestimmen.

§. 20.

Als ein besonderer Fall ist der zu bemerken, wenn $\beta = 0$ ist, d. h. wenn die Glasebenen AC und BC parallel sind. Dann ist in Bezug auf die Lage der Winkelschenkel beim Prisma $\psi' = -\psi$, und daher auch $\varphi' = -\varphi$, mithin

$$\alpha = \varphi - \varphi + 0 = 0$$

d. h. der zum zweiten Male gebrochene Strahl EA ist dem Einfallsstrahle SD parallel.

§. 21.

Auch beim Glasprisma wird nach dem im §. 17. 3. angenommenen Brechungsverhältnisse dann die Erscheinung der totalen Reflexion eintreten, wenn der im Glase gebrochene Strahl DE mit dem Einfallslothe NO einen größeren Winkel als $40^0\ 31'$ bildet. Ist DE' der zum Einfallsstrahle S'D gehörige gebrochene Strahl, E' P das in E' errichtete Einfallsloth und $\varepsilon > 40^0\ 31'$, so wird DE' von der Prismenebene CB nach E' D' reflektiert, daß $\varepsilon = \zeta$ ist. Da nun ferner, wenn ϑ der beim Eintritt ins Glas gebildete zum Einfallswinkel S'DM $= \eta$ gehörige Brechungswinkel ist, nach §. 19. 2 und 1.

$$\vartheta = \beta - \varepsilon$$

und $\sin. \eta = n \sin. \vartheta$ ist,

so läßt sich bei einer bestimmten Größe des brechenden Winkels auch der Gränzwerth des Einfallswinkels η berechnen, von welchem an für alle kleineren Einfallswinkel der gebrochene Strahl eine totale Reflexion erleidet. Auf die nämliche Weise läßt sich dann auch die Größe der Winkel ι und $\varkappa$ bestimmen, sobald ABC bekannt ist.

Verlängert man S'D und ID' bis L und K, so ist

$S'HC = S'DC - \beta$,

$IH'B = ID'B - ABC$

und der Ablenkungswinkel $IKL = S'HC + (180^\circ - IH'B)$; bei einem Glasprisma mit gleichschenklichtem Querschnitt, für welches $ABC = \beta$ ist, ist daher $\iota = \vartheta$, $\varkappa = \eta$ $IH'B = S'HC$ und daher $SH'C = 180^\circ - IH'C$ und $GKL = 2.\ S'HC$, d. h. der Winkel, welchen ein Einfallsstrahl innerhalb der totalen Reflexionsgränze mit der gegenüberstehenden Prismenebene bildet, ist das Supplement des Winkels, welchen der zum zweiten Male gebrochene Strahl mit derselben Prismenebene einschließt und der Ablenkungswinkel beider Strahlen dem doppelten des ersteren Winkels gleich.

Für die Geodäsie ist besonders das Glasprisma von gleichschenklicht-rechtwinklichtem Querschnitt von Wichtigkeit, für welches daher $ABC = \beta = 45^\circ$ ist. Man erhält daher:

$$\vartheta = 45^\circ - 40^\circ\ 31' = 4^\circ\ 29',$$

und $\sin. \eta = 1{,}539.\ \sin. \vartheta = 0{,}1203022$,

folglich $\eta = 6^\circ\ 55'$, $S'HC = 51^\circ\ 55'$, $IH'C = 128^\circ\ 5'$ und $GKL = 103^\circ\ 50'$.

Für alle auf die eine Kathetenebene auffallenden Lichtstrahlen, welche mit derselben einen Winkel bilden, der zwischen $\pm\ 6^\circ 55'$ liegt, wird demnach eine totale Reflexion Statt finden.

Anmerkung. Von dem Naturgesetze der totalen Reflexion macht man eine Anwendung bei einzelnen Fernröhren, bei der Schmalkalderschen Patentboussole und einigen optischen Werkzeugen z. B. die Camera lucida, wo man parallele Lichtstrahlen im rechten Winkel reflektieren will. Zu diesem Zwecke läßt man auf die eine Kathetenebene eines polierten Glasprisma von gleichschenklicht rechtwinklichtem Querschnitt Lichtstrahlen normal auffallen; diese werden dann bis zur Hypotenusenebene ungebrochen unter 45° auftreffen, daher von dieser Ebene total reflektiert, also normal auf die andere Kathetenebene treffen und nun in derselben Richtung aus dem Prisma in die Luft treten. Außerdem wendet man nach von Steinheils Erfindung die Glasprismen bei den nach ihm benannten Prismenkreisen an, bei welchen sie die Stelle der Planspiegel der Spiegelwerkzeuge vertreten.

2. Gesetze der Brechung in Glaslinsen.

§. 22.

Fig. 8. Beschreibt man aus M und N der geraden Linie MN, Fig. 8, mit beliebigen Halbmeßern zwei Kreisbogen CEA und CIB und denkt sich die Ebene ACB um MN ganz herum gedreht, so entsteht ein von zwei Kugelsegmenten begränzter Körper, der, wenn er von Glas ist, eine Glaslinse, Linse, ein Linsenglas und in dem vorliegenden Falle eine doppelt konvexe (bikonvexe) Linse genannt wird.

Kehren die Erzeugungskreisbogen ihre konvexen Seiten statt der konkaven, wie vorhin angenommen wurde, einander zu, so entsteht die doppeltkonkave (bikonkave) Linse.

Bei beiden Arten kann der eine der Erzeugungskreisbogen durch eine gerade Linie vertreten werden, wodurch sich die plankonvexe und plankonkave Linse bilden. Bei diesen kann man sich den zur ebenen Fläche gehörigen Halbmeßer als unendlich groß vorstellen.

Nimmt endlich die ebene Seite bei der ersteren der letztgenannten Formen eine konkave, bei der zweiten eine konvexe Fläche an, so entsteht die konkavkonvexe (der Meniskus) und konvexkonkave Linse.

Alle drei Arten der Konvexlinsen unterscheiden sich von den drei Konkavlinsen noch dadurch wesentlich, daß die ersteren in der Mitte dicker als am Rande, die letztern dagegen am Rande dicker als in der Mitte sind.

Die Mittelpunkte, aus welchen die Erzeugungskreisbogen beschrieben sind, werden die geometrischen Mittelpunkte und die durch sie gehende gerade Linie die Achse der Linse genannt.

Vorderfläche der Linse nennt man die Fläche, auf welche das Licht fällt, die andere die Hinterfläche. In dem Nachfolgenden soll zur Vorderfläche stets die zur Linken liegende Fläche gedacht werden.

a) Gesetze der Brechung in Konvexlinsen.

§. 23.

In jeder Glaslinse giebt es in der Achse einen Punkt von der Beschaffenheit, daß jeder durch ihn

gehende Lichtstrahl vor und hinter der Linse in derselben Richtung fortgeht. Diesen Punkt nennt man den optischen Mittelpunkt der Linse.

Denn ist ABC (Fig. 8.) der Querschnitt einer beliebigen Glaslinse, deren geometrische Mittelpunkte M und N sind, so ziehe man in beliebiger Richtung die parallelen Halbmeßer MH und NE. Für den in der Richtung EH durch die Linse gehenden Lichtstrahl wird, wenn sin. SEF = n sin. NEH ist, SE der Einfallsstrahl und, da S'HG = FES sein muß, HS' SE sein. Da nun die Achse von EH in O geschnitten wird, so ist O der optische Mittelpunkt. Zur Bestimmung seiner Lage erhält man aus den beiden ähnlichen Dreiecken MOH und NEO die Proportion:

$$MO : MH = NO : NE;$$

setzt man nun $NE = NA = r$, $MH = MB = \varrho$, $AB = d$, und $AO = x$, so ist:

$$\varrho - d + x : \varrho = r - x : r,$$

woraus dann $x = \frac{r. d}{r + \varrho}$ folgt.

Da nun der Werth für x sich ganz unabhängig von den Einfalls- und Brechungswinkeln bei E und H bestimmt, so muß derselbe für alle beliebige Strahlen derselbe bleiben und daher die obige Eigenschaft besitzen.

Nimmt man nun die Linse sehr dünn an, so wird man die Statt findende seitliche Verschiebung des Lichtstrahls außer Acht lassen können und der auf die Linse fallende Lichtstrahl geht dann ungebrochen hindurch. Man nennt die durch den optischen Mittelpunkt gehenden Strahlen Hauptstrahlen.

Setzt man ferner $r = \varrho$, so ist $x = 1/2\ d$; bei der sogenannten gleichseitigen Linse, d. h. bei welcher die Halbmeßer der Vorder- und Hinterfläche gleich sind und wie sie nur bei geodätischen Werkzeugen angewandt werden, liegt demnach der optische Mittelpunkt in der Mitte des Glases. Da bei der plankonvexen Linse $\varrho = \infty$, so wird $x = 0$, also liegt bei dieser Linse der optische Mittelpunkt in der Mitte der krummen Fläche.

§. 24.

Bezeichnet d die Entfernung eines in der Achse liegenden leuchtenden Punktes von der Linse, δ die

Entfernung des Vereinigungspunktes der von dem genannten Punkte ausgegangenen und gebrochenen Lichtstrahlen von derselben, r den Halbmeßer der Vorderfläche, ϱ den der Hinterfläche und n : 1 das Brechungsverhältnis zwischen der Luft und der Linse, so ist für alle solche Strahlen, die nur einen kleinen Winkel mit der Achse bilden,

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\delta} = (n - 1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right).$$

Fig. 9. Denn ist D (Fig. 9.) der Punkt in der Achse, so wird der Achsenstrahl DA ungebrochen hindurchgehen (§. 17. 1.), jeder andere Strahl dagegen, wie DE, gebrochen werden. Zieht man durch E das Einfallsloth NH, so wird DE beim Eintritt in's Glas nach EF so gebrochen werden, daß der Einfallssinus sich zum Brechungssinus wie n : 1 verhält (§. 16. 2.).

Da aber DE mit der Achse nur einen sehr kleinen Winkel bilden soll, so kann man diesen seinem Sinus proportional setzen, und man erhält daher:

$$z = n. w$$

und eben so für den aus dem Glase tretenden Strahl FG

$$t = n. s$$

folglich: $z + t = n (w + s)$.

Es ist aber $z = a + b$,

$t = y + x$.

mithin $z + t = a + b + y + x$.

Ferner ist $w + s = y + b$,

folglich $a + b + y + x = n (y + b)$,

oder: $a + b + y + x : y + b = n : 1$,

mithin auch $a + x : y + b = n - 1 : 1$,

oder: $a + x = (n - 1) (y + b)$.

Da man aber wegen der sehr geringen Krümmung der Linsenflächen die nur kleinen Bogen AE und BF als gerade und ohne merklichen Fehler auch als normal auf DG annehmen und endlich die kleinen Winkel ihren Sinus proportional setzen kann, so erhält man:

$$y = \frac{BF}{\varrho}, \; x = \frac{BF}{\delta}, \; a = \frac{AE}{d}, \text{ und } b = \frac{AE}{r}$$

und daher ist

$$\frac{AE}{d} + \frac{BF}{\delta} = (n - 1)\frac{AE}{r} + \frac{BF}{\varrho};$$

bei der geringen Dicke des Linsenglases endlich kann man auch AE = BF setzen und man erhält demnach:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\delta} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right) \quad (1.$$

§. 25.

Nimmt man die Entfernung d unendlich groß, so sind die auf die Glaslinse fallenden Lichtstrahlen als parallel der Achse anzusehen; da nun der im vorigen §. abgeleitete Ausdruck zeigt, daß bei derselben Glaslinse jede der Größen d und δ ihren Werth so lange nicht ändern kann, so lange der andere ungeändert bleibt, so werden bei demselben Werthe von $d = \infty$, alle parallel auffallenden Lichtstrahlen sich in einem Punkte hinter der Linse vereinigen, welchen man den Brennpunkt (Fokus) der Linse nennt. Die Entfernung dieses Punktes von der Linse heißt die Brennweite (Fokaldistanz). Setzt man diese = b, so erhält man: Fig. 9.

$$\frac{1}{b} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right) \quad (2.$$

Für $r = \varrho$ und das Brechungsverhältnis zwischen Luft und Glas = 3 : 2 (§. 17. 3.) ist mithin

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{r} \text{ folglich } b = r,$$

d. h. für eine gleichseitige bikonvere Glaslinse ist (für parallel mit der Achse auffallende Lichtstrahlen) die Brennweite dem Krümmungshalbmeßer gleich.

Bei der plankonveren Linse ist $\varrho = \infty$ zu setzen, also:

$$\frac{1}{\varrho} = o, \text{ weshalb bei ihr}$$

$$b = 2\,r$$

ist.

Anmerkung. Die konkavkonveren Linsengläser sind hier nicht zur Betrachtung gezogen, da sie bei geometrischen Werkzeugen nicht angewandt werden.

§. 26.

Aus den Gleichungen 1. und 2. (§§. 24. und 25.) folgt:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta},$$

aus welcher Formel die Vereinigungsweite aus der Entfernung des leuchtenden Punktes und der Brennweite der Glaslinse sich berechnen läßt; man erhält nämlich:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{b} - \frac{1}{d},$$

woraus sich ergiebt:

1) Je kleiner bei der nämlichen Glaslinse d wird, desto größer wird δ;

2) So lange $\frac{1}{d} < \frac{1}{b}$, oder so lange $d > b$ ist, wird δ positiv bleiben, d. h. der Vereinigungspunkt hinter die Linse fallen;

3) Ist aber $d < b$, so wird δ negativ, also der Vereinigungspunkt vor die Linse fallen. In diesem Falle zeigen sich demnach die gebrochenen Strahlen hinter der Linse divergierend, und nehmen eine Lage an, als kämen sie aus einem Punkte vor der Linse her;

4) Wird $d = b$, so ist $\frac{1}{\delta} = 0$ oder $\delta = \frac{1}{0} = \infty$, d. h. liegt der leuchtende Punkt im vorderen Brennpunkte, so gehen die gebrochenen Lichtstrahlen hinter der Linse parallel zur Achse fort, erzeugen also kein Bild.

Das bei der unter 3. gemachten Voraussetzung entstandene optische Bild des leuchtenden Punktes unterscheidet sich also von den Bildern, welche nach 1. und 2. entstehen, dadurch wesentlich, daß bei letzteren sich die gebrochenen Strahlen wieder in einem Punkte vereinigen, was bei dem ersteren nicht der Fall ist. In den beiden ersten Fällen nennt man die optischen Bilder physische oder Luftbilder, in dem dritten Falle aber geometrische Bilder.

§. 27.

In dem Vorhergehenden ist der leuchtende Punkt in der Achse der Linse angenommen; liegt er aber außerhalb der Achse, so wird auch das optische Bild außerhalb der Achse liegen und zwar auf der entgegengesetzten Seite, wenn ein physisches Bild

zu Stande kommt, auf der nämlichen Seite aber bei geometrischen Bildern.

Denn aus den §§. 23. und 25. folgt, daß es bei der Bestimmung des optischen Bildes eines leuchtenden Punktes nur auf die Bestimmung des Durchschnittspunktes des zu dem Parallelstrahle gehörigen gebrochenen Strahles mit dem Hauptstrahle ankommt.

Ist nun in Fig. 10. S ein über der Achse und außerhalb der Brennweite liegender leuchtender Punkt, so wird nach §. 25. der Parallelstrahl SA nach dem geometrischen Mittelpunkte N der Vorderfläche gebrochen, während der durch B gehende Hauptstrahl, vorausgesetzt, daß die Dicke des Linsenglases nur gering ist, nach §. 23. ungebrochen hindurch geht und den ersteren unter der Achse in S schneidet. Fig. 10.

Liegt der leuchtende Punkt innerhalb der Brennweite über der Achse in Σ, so wird der Parallelstrahl ΣA ebenfalls nach N gebrochen, der Hauptstrahl ΣB aber rückwärts verlängert den ersteren in σ, also ebenfalls oberhalb der Achse schneiden.

Anmerkung. Der hier eingeschlagene Weg beruht mehr auf unmittelbarer Anschauung und ist nur der Kürze wegen gewählt. Gründlichere Untersuchungen hierüber finden sich u. a. in Grunert's Geodäsie, Leipzig 1842.

§. 28.

Alle bisher über die Brechung der Lichtstrahlen in Linsengläsern aufgestellten Gesetze sind aber nur annähernd und namentlich unter der Voraussetzung richtig, daß die Lichtstrahlen nur auf einen kleineren mittleren Theil der Linse fallen, also die von ihnen mit der Achse gebildeten Winkel nur sehr klein sind. Je entfernter von der Mitte der Vorderseite der Linse aber ein Lichtstrahl auffällt, je größer daher der Winkel ist, den er mit der Achse bildet, desto näher am Glase wird er auch die Achse nach der Brechung schneiden müßen. In diesem Falle giebt es daher hinter der Linse keinen Vereinigungspunkt, sondern einen Vereinigungsraum, der aber Undeutlichkeit der optischen Bilder hervorbringt.

Man nennt diese Undeutlichkeit die Abweichung wegen der Kugelgestalt.

Anmerkung. Ganz frei von der sphärischen Abweichung sind nicht nur sphärisch=ellipsoidische Linsen, deren vordere konvexe Seite einem Ellipsoide angehört, für welches die große Achse der erzeugenden Ellipse sich eben so zur Excentricität verhält, wie der Brechungsexponent zur Einheit, und deren konkave Hinterfläche die Zone einer Kugel ist, die aus dem entfernteren Brennpunkte der Ellipse beschrieben wird, sondern auch plankonvexe hyperboloidische Linsen, deren hintere Seite einem Hyperboloide angehört, für welches die Hauptachse der erzeugenden Hyperbel sich eben so zur Excentricität, wie der Brechungsexponent sich zur Einheit verhält und durch Umdrehung der Hyperbel um ihre Hauptachse entstanden ist, deren Vorderfläche aber eine gegen die Achse normale Lage hat. Allein es ist zu schwierig, durch Schleifen den Linsen die erforderliche Gestalt zu geben. Man vergleiche in dieser Hinsicht u. a. die Ellipse und Hyperbel in ihrer Anwendung auf die Dioptrik von Hunäus. 1839.

§. 29.

Liegen mehrere strahlende Punkte in einer auf der Achse der Linse normalen Linie über einander, so müßen auch die optischen Bilder in einer solchen Linie liegen; zu deren Bestimmung kommt es daher nur auf die Bestimmung der Bilder der Gränzpunkte des Objekts an.

Ist 1) der Gegenstand in sehr großer Entfernung vor der Linse, so erscheint das physische Bild in der Nähe des Brennpunktes oder in ihm selbst, und zwar umgekehrt (§§. 25—27).

2) Beim Näherrücken des Gegenstandes wird das Bild dieselbe Beschaffenheit behalten, aber sich von dem Brennpunkte weiter entfernen, mithin größer werden (§. 26. 1.).

3) Kommt der Gegenstand in den vordern Brennpunkt, so kann sich kein Bild erzeugen (§. 26. 4.).

4) Steht das Objekt innerhalb der vordern Brennweite, so entsteht ein geometrisches und aufrechtes Bild, welches größer, als der Gegenstand ist. Je mehr sich nun der Gegenstand dem Glase nähert, um so näher kommt auch das Bild, um so kleiner wird es aber (§§. 26, 3. und 27.).

b) Gesetze der Brechung in Konkavlinsen.

§. 30.

Die in den §§. 24—26. abgeleiteten Formeln können mit geringer Modifikation auch dazu dienen, die Gesetze der Brechung in Konkavlinsen abzuleiten. Da die Halbmeßer der krummen Flächen bei den Konkavlinsen die entgegengesetzte Lage von denen bei den Konvexlinsen haben, so muß hier sowohl r, als ϱ subtraktiv genommen werden, und man erhält daher aus der Gleichung 2. des §. 25.:

$$\frac{1}{b} = -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right).$$

Bei der gleichseitigen Bikonkavlinse von Glas, wie sie nur bei den geometrischen Werkzeugen angewandt wird, ist daher

$$b = -r.$$

Da nun dieser Werth für b unter der Voraussetzung entstanden ist, daß in dem aus 1. §. 24 sich ergebenden Ausdrucke

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\delta} = -(1-n)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right)$$

$d = \infty$ gesetzt wurde, so folgt, daß alle Lichtstrahlen, die auf eine doppelt konkave Linse parallel mit der Achse einfallen, durch die Refraktion hinter der Linie so divergieren, als kämen sie aus einem Punkte vor der Linse her, welchen man den *imaginären Brennpunkt*, beßer *Zerstreuungspunkt* der Linse nennt. Die Entfernung desselben von der Glasfläche heißt die *imaginäre Brennweite* (*Zerstreuungsweite*).

§. 31.

Da die Brennweite bei der Konkavlinse nach dem vorigen §. negativ ist, so folgt aus 3. des §. 26.

$$-\frac{1}{b} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta},$$

und daher $\frac{1}{\delta} = -\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d}\right)$,

woraus sich weiter ergiebt; daß immer $\frac{1}{\delta} > \frac{1}{b}$ oder $\delta < b$ ist.

Das Bild jedes nicht in unendlicher Entfernung liegenden Punktes wird demnach zwischen den Zerstreuungspunkt und die

Linse fallen. Wird d kleiner, so wird auch δ kleiner, das Bild es leuchtenden Punktes sich daher dem Glase nähern.

Bei der Bikonkavlinse werden also die gebrochenen Lichtstrahlen, da sie von einem näher liegenden Punkt auszugehen scheinen, noch divergierender, als sie vor der Brechung waren. Aus diesem Grunde nennt man die Konkavlinsen Zerstreuungsgläser, die Konvexlinsen dagegen Sammelgläser.

Auch folgt noch, daß die Konkavlinsen nur geometrische Bilder liefern, die, wenn der Gegenstand außerhalb der Zerstreuungsweite sich findet, dem hinter der Linse befindlichen Auge aufrecht und verkleinert erscheinen und sich dem Glase nähern, also an Größe zunehmen, wenn der Gegenstand dem Glase näher rückt.

C. Die durch Refraction bewirkte Zerlegung des weißen Lichts.

§. 32.

Das Phänomen der Brechung des Lichts ist noch mit der anderen Erscheinung verbunden, daß die reinen (weißen) Strahlen des Sonnenlichts in farbige Strahlen zerlegt werden, die eine ungleiche Brechung erleiden. Man nennt dieß Phänomen die Zerlegung oder Zerstreuung des weißen Lichts.

Läßt man nämlich durch eine kleine runde Oeffnung im Fensterladen eines verfinsterten Zimmers Sonnenstrahlen fallen, so zeigt sich auf einer weißen Ebene, welche von den Strahlen getroffen wird, ein kleiner leuchtender weißer Kreis. Läßt man aber den von der Oeffnung ausgehenden Lichtcylinder auf ein dreiseitiges Glasprisma fallen, dessen Seitenkanten horizontal liegen und dessen brechender Winkel nach Unten gekehrt ist, so zeigt sich oberhalb des vorigen kleinen Kreises ein länglichtes, oben und unten abgerundetes, seitwärts aber von geraden Linien begränztes farbiges Bild (Farbenbild, Spectrum), dessen Länge aber theils vom Einfallswinkel der Sonnenstrahlen, theils von dem brechenden Winkel des Glasprisma abhängt. Der untere Theil des Farbenbildes ist dunkelroth; von da aufwärts zeigt es sich hellroth und durch Orange allmälig in das Schwefelgelbe übergehend. Dieß wird immer mehr grünlich und dann

reingrün; dann zieht es sich wieder allmälig in's Lichtblaue und geht durch Indigoblau in ein dunkles Violet über.

Obgleich es also eigentlich eine große Menge einfacher farbiger Strahlen sind, woraus das weiße Sonnenlicht besteht und woraus sich auch die seitlichen geraden Contouren nur erklären laßen, so pflegt man doch nur die sechs Hauptfarben, Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau und Violet die prismatischen oder Regenbogen-Farben zu nennen.

§. 33.

Während also das weiße Sonnenlicht aus einer bestimmten Menge einfacher Strahlen besteht, zeigt sich durch den angegebenen Versuch zugleich, daß die verschieden gefärbten Strahlen ungleich gebrochen werden, nämlich bei Roth am wenigsten und bei Violet am stärksten; es ist aber auch noch zu bemerken, daß ein farbiger Strahl, welcher einmal zerlegt worden ist, nicht weiter zerlegt werden kann. Denn bringt man auf der auffangenden Ebene mehrere durch geeignete Schieber verschließbare Spalten an und läßt durch eine offene dieser Spalten einen einzelnen Farbenstrahl auf ein zweites Glasprisma fallen, so erscheint von ihm auf einer zweiten auffangenden Ebene nur ein rundes Bild von der Farbe des durchgelaßenen Lichts.

§. 34.

Die ungleiche Brechung, welche bei den verschiedenfarbigen Strahlen Statt findet, muß aber offenbar einen wesentlichen Einfluß auf die Wirkung der Linsengläser ausüben. Fallen Lichtstrahlen auf die Glaslinse AB, Fig. 11., so werden die violetten Strahlen, als am stärksten gebrochen, etwa in v, die rothen etwa in r in einen Punkt sich vereinigen, mithin der zwischen r und v enthaltene Raum als eine Reihe der Brennpunkte für die anderen Farben zu betrachten sein. Auf einer in v oder dessen Nähe befindlichen weißen Ebene würden in der Nähe von m und n nur rothe Strahlen sich zeigen, indem die orangefarbigen, als die etwas stärker gebrochenen, schon vor r zusammenkommen, die Mitte aber, wo die andern farbigen Strahlen vereinigt sind, wird weiß erscheinen. Das Bild des Gegenstandes wird daher mit einem rothen Rande umgeben sein, der gegen die Mitte in's Orange und dann in's Weiße übergeht.

Fig. 11.

Das Bild dagegen, was in der Nähe von r betrachtet wird, muß mit einem violetten Rande umgeben sein, der nach der Mitte zu in Blau und dann ebenfalls in Weiß übergeht. Das beobachtende Auge wird daher in keinem Punkte ein vollkommen scharfes Bild des Gegenstandes wahrnehmen können. Man nennt diese Undeutlichkeit der Bilder die Abweichung wegen der Farbenzerstreuung oder die chromatische Abweichung.

§. 35.

Wegen dieser Undeutlichkeit werden demnach auch alle dioptrischen Werkzeuge mit Mängeln behaftet sein, weshalb es von der höchsten Wichtigkeit ist, Mittel zu besitzen, wodurch die Farbenzerstreuung möglichst aufgehoben wird, ohne jedoch dabei zugleich die Ablenkung der Strahlen zu vernichten, weil diese gerade der Zweck der genannten Werkzeuge ist.

Solche Linsengläser, welche farbenlose Bilder der durch sie betrachteten Gegenstände liefern, bei denen also die Brennpunkte der verschiedenfarbigen Strahlen zusammenfallen, heißen achromatisch (von dem verneinenden ἀ und χρῶμα, Farbe.)

Bekanntlich hielt Newton, welcher die Zerstreuung des Lichts der brechenden Kraft proportional setzte, das Zustandebringen der achromatischen Linsen für unmöglich, während Euler, der auf die Konstruktion des menschlichen Auges sich stützte, es behauptete, und damals auch über diesen Gegenstand zwischen Newton, Euler, d'Alembert und Clairaut weitläufige Discussionen Statt fanden. Der erste, welcher die Entdeckung 1757 bekannt machte, war John Dollond, obgleich schon 1733 von dem Engländer Hall achromatische Linsen verfertigt sein sollen *). Die Dollondschen achromatischen Linsen bestanden aus zwei Bikonverlinsen von Crownglas (das gewöhnliche Fenster- oder Tafelglas von grünlichem Stich) und einer dazwischen liegenden Bikonkavlinse von Flintglas, in welchem dem Kiesel und Kali noch rothes Bleioxyd zugesetzt ist und dadurch nicht allein eine größere brechende, sondern auch eine größere Farben zerstreuende

*) Ueber die Geschichte der Achromasie und das Wesen derselben ist zu vergleichen: Gehler's physikalisches Wörterbuch, neue Bearbeitung, Art. Linsenglas und Fernrohr, und E. G. Fischer's mechanische Naturlehre, bearbeitet von August, II. Band. Berlin, 1840.

Kraft besitzt. Frauenhofer aber wandte eine Bikonverlinse aus Crownglas und eine dahinter stehende Bikonkav- oder auch Plankonkavlinse von Flintglas an. In neuerer Zeit wendet man nach Frauenhofer auch für die Flintglaslinse eine konverkonkave an. Stets liegt aber die bikonvexe Crownglaslinse dem Objekte zu.

IV. Vom Auge und vom Sehen.

§. 36.

Das Auge ist das Gesichtsorgan, wodurch wir nicht allein zur Vorstellung der Größe und Gestalt, sondern auch der Entfernung, Lage und Farbe der uns umgebenden Körper gelangen. Es liegt in einer Knochenhöhle auf einer weichen, elastischen Fettmasse. Sein Haupttheil ist der Augapfel, ein sphärischer Körper, der aus Häuten und s. g. Feuchtigkeiten besteht und durch Muskeln nach verschiedenen Seiten bewegt werden kann. Seine äußerste Hülle ist eine feste, weiße elastische Haut aaa, Fig. 12, die undurchsichtige harte Hornhaut oder Sklerotika. Von ihr wird der Augapfel ganz bedeckt, bis auf ein vorn liegendes Segment einer kleineren Kugel, das von der durchsichtigen Hornhaut c, c gebildet wird. Innerhalb der Sklerotika liegt die Aderhaut, Choroidea, dd, eine Verzweigung der zartesten Blutgefäße; sie ist auf ihrer innern Oberfläche von einem schwarzen Sekrete, dem schwarzen Pigmente überzogen. Nach vorn endet die Aderhaut mit einem doppelt ringförmigen Saume; der hintere Saum, der Strahlen- oder Ciliarkörper ee, besteht aus einer Menge zarter Falten; der vordere ist eben und heißt die Iris oder Regenbogenhaut, ff. Diese besteht wieder aus zwei Schichten zusammenziehbarer Fasern. Bei der vorderen, blau, grünlichgrau oder braun gefärbten Schicht verlaufen die Fasern strahlenförmig und können durch ihr Zusammenziehen eine Vergrößerung der in der Iris befindlichen Oeffnung, der Pupille oder des Sehlochs g, bewirken. Die hintere Schicht enthält koncentrische Fasern, durch deren Zusammenziehung eine Verkleinerung der Pupille möglich wird. Innerhalb der Aderhaut liegt die aus dem zartesten Flor bestehende und fast ganz durchsichtige Netzhaut, Retina, h h,

Fig. 12.

die eigentlich eine Ausbreitung der Nervensubstanz des Sehnerven b ist.

Die Iris und der Ciliarkörper theilen das Innere des Augapfels in zwei ungleiche Räume, die durch die Pupille in Verbindung stehen. Der größere hintere Raum wird von der Glasfeuchtigkeit ll angefüllt, einer Menge Lamellen, welche aus durchsichtigen Häuten, zwischen denen eine klare Flüßigkeit liegt, gebildet werden. Nach hinten spannt die Glasfeuchtigkeit die Netzhaut aus; vorn, der Pupille gegenüber, hat sie eine Aushöhlung, in welcher die bikonvexe, hinterwärts stärker gekrümmte Krystalllinse m liegt. Der zwischen ihr und der durchsichtigen Hornhaut befindliche kleinere Raum wird von einer durchsichtigen tropfbaren Flüßigkeit, der wäßrigen Feuchtigkeit, ausgefüllt.

Zum Schutze des Auges dienen die Augenlieder, in deren Rändern die Augenwimpern befestigt sind. Zwischen ihnen stehen die Meibomschen Oeldrüschen, welche das Ueberströmen der Thränenfeuchtigkeit und das Zusammenwachsen der Augenlieder verhindern sollen. Vor dem herabfließenden Schweiß endlich schützen die Augenbraunen.

Eine gerade Linie durch die Mitte der Pupille und normal auf die beiden Flächen der Linse wird die Augachse genannt; sie ist bei dem nicht schielenden Auge auf den betrachteten Gegenstand gerichtet.

1. Das Sehen mit freiem Auge.

§. 37.

Vom Sehen wißen wir nur, daß von einem leuchtenden Gegenstande, auf den das Auge gerichtet ist, auf der Netzhaut ein scharfes umgekehrtes Bild entsteht, durch welches der Sehnerv afficiert wird. Die hieran sich knüpfende Frage: warum man, ungeachtet des umgekehrten Bildes, dennoch die Gegenstände aufrecht sieht, ist von jeher sehr verschieden und oft sehr ungenügend beantwortet; beantwortet sich aber sehr befriedigend dadurch, wenn man berücksichtigt, daß wir unmittelbar nur den vom Lichte hervorgebrachten Eindruck empfinden, der erstlich in der Farbe des Lichts und zweitens in der Richtung liegt, in welcher der mittelste Strahl des Strahlenkegels auf die

Netzhaut trifft. Indem wir also jeden Punkt des Gegenstandes in die Richtung versetzen, woher der Eindruck kommt, sehen wir den Gegenstand in seiner aufrechten Stellung.

Eine zweite an den Begriff des Sehens sich knüpfende Frage: warum wir mit beiden Augen den betrachteten Gegenstand nur einfach sehen, obgleich auf der Netzhaut jedes Auges ein Bild liegt, kann dadurch genügend beantwortet werden, wenn man annimmt, daß es auf jeder Netzhaut Punkte giebt, welche die Eigenschaft haben, daß, wenn auf ihnen die Bilder des Gegenstandes liegen, beide zu einem verschmolzen werden. Damit dieß erreicht werden kann, richtet man beide Augachse auf das zu betrachtende Objekt, ein Vermögen, welches der Schielende nicht besitzt.

Die Richtigkeit der obigen Annahme wird dadurch begründet, daß man sogleich zwei Bilder eines Objekts wahrnimmt, wenn man entweder auf das eine Auge einen seitlichen Druck ausübt, während die Achse des andern auf das Objekt gerichtet ist, oder daß man die Augachsen auf einen nahen Gegenstand richtet, zugleich aber auch ein hinter diesem liegendes entfernteres Objekt beobachtet, von welchem dann immer zwei Bilder wahrgenommen werden können.

§. 38.

Damit aber der Sehnerv von dem auf der Netzhaut erzeugten Bilde gehörig afficiert werde, muß dasselbe 1) die hinreichende Deutlichkeit und Helligkeit besitzen; 2) gerade auf die Retina fallen und 3) eine hinreichende Größe haben.

1) Die hinreichende Deutlichkeit kann es nur dadurch besitzen, daß das Auge frei ist von der sphärischen und chromatischen Abweichung. Auf welche Weise dieß im Auge erreicht wird, ist noch nicht hinlänglich bekannt. Wahrscheinlich wird durch die Form der Krystallinse und die Lage der Iris die sphärische Abweichung, so wie durch die Feuchtigkeiten und die Materie der Krystallinse die chromatische Abweichung gehoben.

Die erforderliche Helligkeit erlangt das Bild nur durch die Fähigkeit der Iris, die Pupille zu vergrößern oder zu verkleinern, wodurch die gehörige Lichtmenge von dem Objekte in's Auge gelangt.

2) Da nach §. 24. die Lage des von einer Glaslinse erzeugten Bildes abhängig ist von der Entfernung des betreffenden Objekts von der Linse, so würden diesem zufolge nur Gegenstände in einer bestimmten Entfernung deutlich wahrgenommen werden können. Der Erfahrung gemäß aber sieht das gesunde Auge innerhalb gewißer Gränzen Gegenstände von sehr verschiedener Entfernung doch gleich deutlich. Es muß deshalb das Auge gewisse Veränderungen gestatten, wodurch es möglich wird, daß die Bilder von verschieden entfernten Objekten auf die Netzhaut fallen. Die Art, wie diese Veränderungen das Auge hervorbringt, ist zwar noch nicht hinlänglich bekannt, allein wahrscheinlich wird durch stärkeres und schwächeres Zusammenziehen des Ciliarkörpers die Krystalllinse weniger oder mehr konvex und dadurch fähig gemacht, die durch die Pupille gedrungenen Lichtstrahlen schwächer oder stärker zu brechen. Man nennt diese Abänderung in dem Auge das Akkomodationsvermögen. Indessen hat dieß doch seine Gränzen. Das gesunde Auge vermag nämlich nicht, das Bild eines Gegenstandes, der ihm näher als 8 bis 10 Zoll steht, ohne Anstrengung auf die Netzhaut zu bringen und kann daher nur solche Gegenstände deutlich sehen, die außerhalb jener Gränze liegen. Man nennt die Entfernung deshalb auch die Sehweite oder die Weite des deutlichen Sehens.

Manches Auge hat aber das Akkomodationsvermögen verloren; ist bei ihm die Sehweite kleiner, als beim gesunden Auge, so heißt es kurzsichtig (myops), ist sie größer, weitsichtig (presbys).

3) Die sichtbare Größe eines Gegenstandes hängt offenbar von dem Winkel ab, den die von den äußersten Punkten des Bildes auf der Netzhaut nach den zugehörigen Punkten des Objekts gezogenen Linien mit einander einschließen. Nach den Untersuchungen von Volkmann*) liegt der Scheitel des Winkels nahe in der Mitte des Augapfels; auch ist dieser Punkt zugleich der Kreuzungspunkt für alle andern Linien, welche von den Punkten des Bildes nach den zugehörigen Punkten des Objekts gezogen werden. Man nennt deshalb den genannten Winkel den Sehwinkel, auch den sichtbaren Durchmeßer des Gegenstandes.

*) Neue Beiträge zur Physiologie des Gesichtssinnes. Leipzig, 1836. Poggendorf's Annalen der Physik und Chemie. XXXVII.

Als äußerste Gränze, in welcher ein Gegenstand noch sichtbar ist, nimmt man bei mäßiger Beleuchtung, einen Sehwinkel von $^1/_2$ — 1 Minute an; allein es ist klar, daß diese Bestimmung nicht nur von der Beschaffenheit des Auges, sondern auch von der Beleuchtung des Gegenstandes und seiner Farbe, und namentlich von der Farbe gegen die des Hintergrundes abhängt. Bei weißen Gegenständen im Sonnenlichte auf schwarzem Hintergrunde soll der Sehwinkel von 2 Secunden hinreichend sein, um empfunden werden zu können.

§. 39.

Von der Entfernung der Gegenstände von uns empfindet das Auge unmittelbar nichts, sondern es ist wieder die Richtung, aber auch die Stärke der Lichtstrahlen, die das Auge unmittelbar empfindet. Daraus wird dann durch ein Urtheil, das durch gewisse Empfindungen gebildet wird, auf die Entfernung ein Schluß gemacht. Die Empfindungen werden aber bestimmt:

1) durch den Winkel, den die beiden Augachsen mit einander bilden, indem sie auf einen nähern oder entferntern Gegenstand gerichtet werden;

2) durch die Deutlichkeit und Schärfe, mit welcher ein Gegenstand wahrgenommen wird;

3) durch die Stärke der Beleuchtung eines Gegenstandes;

4) durch den Sehwinkel, unter welchem der Gegenstand wahrgenommen wird, wenn seine wahre Größe bekannt ist. Sind e und e′ die Entfernungen desselben Gegenstandes AB von dem Auge, α und α' die zugehörigen Sehwinkel, so läßt sich leicht nachweisen, daß

$$e : e' = tg\ ^1/_2\ \alpha' : tg\ ^1/_2\ \alpha.$$

d. h. die Enfernungen sich umgekehrt verhalten, wie die Tangenten der halben Sehwinkel;

5) durch die Lage eines Gegenstandes gegen andere Gegenstände, deren Entfernung bekannt ist und

6) durch die Menge der zwischen dem Auge und dem Objekte liegenden Dinge.

Anmerkung. Auf dem in 4. ausgesprochenen Satze beruht die Theorie des Distanzmeßers.

2. Das Sehen mit bewaffnetem Auge.

§. 40.

Erscheinen die Gegenstände wegen ihrer zu geringen Ausdehnung oder wegen ihrer zu großen Entfernung zu klein, um mit dem freien Auge deutlich wahrgenommen werden zu können, so bewaffnet man das Auge mit einem optischen Werkzeuge.

Sollen diese zum Sehen sehr kleiner Objekte mittelst der Vergrößerung ihrer Bilder dienen, so nennt man sie Vergrößerungsgläser, Loupen, Mikroskope (von μικρός, klein und σκόπειν, betrachten). Bringen sie aber entfernte Gegenstände durch deren Bilder scheinbar näher und stellen sie dieselben dadurch vergrößert dar, so heißen sie Fernröhre oder Teleskope (von τῆλε, in die Ferne und σκόπειν). Sind endlich diese bloß aus Linsengläsern zusammengesetzt, so nennt man sie dioptrische Fernröhre, auch wohl Fernröhre schlechthin, Refraktoren; werden dabei auch Spiegel angewandt, katadioptrische Fernröhre oder Spiegelteleskope.

a) Das einfache Mikroskop.

§. 41.

Es besteht aus einer einzigen Bikonvexlinse, deren Brennweite aber beträchtlich kleiner ist als die Sehweite. Zur Erzielung größerer Helligkeit stellt man auch zwei Bikonvexlinsen nahe neben einander.

Beim Gebrauche des Mikroskops muß der zu sehende Gegenstand PQ, Fig. 13, innerhalb der Brennweite des Glases stehen; alsdann entsteht nach §. 29. 4. von PQ ein vergrößertes geometrisches Bild pq, welches in der Weite des deutlichen Sehens von dem hinter der Loupe befindlichen Auge betrachtet wird.

Fig. 13.

Die Vergrößerung der Loupe ist offenbar der Quotient $\frac{pq}{PQ}$ oder $\frac{pc}{PC} = \frac{cO}{CO} = v$. Setzt man die Brennweite $= b$, $CO = d$ und cO (gleich der Sehweite) $= s$, so ist nach §. 26. da hier s negativ zu setzen ist,

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{d} - \frac{1}{s} \text{ oder } \frac{s}{b} = \frac{s}{d} - 1,$$

folglich $v = \frac{s}{b} + 1$.

Anmerkung. Man bedient sich der Loupen bei den geodätischen Werkzeugen meistens nur zum genauen Ablesen der Theilungen, zu welchem Zwecke sie in Messingfaßungen gebracht werden und sowohl in einer besonderen Hülse nach Belieben verschoben als auch über der Theilungsebene längs der Theilung bewegt werden können.

b. Das dioptrische Fernrohr.

Figg. 14. und 15.

§. 42.

Nach §. 29. 1. werden die von einem entfernten Gegenstande ausgehenden auf eine Konvexlinse fallenden Lichtstrahlen in der Nähe des Brennpunktes ein verkleinertes Bild des Objekts erzeugen. Betrachtet man dieß nun durch eine zweite Linse, oder durch eine passende Verbindung von mehreren derselben und giebt der letztern eine solche Stellung, daß das genannte Bild innerhalb der Brennweite des letzten Glases liegt, so erscheint nach §. 29. 4. von dem Bilde ein vergrößertes unter einem größern Sehwinkel. Eine solche Verbindung von Linsengläsern in einer festen Röhre heißt ein Fernrohr. Die Linse, auf welche von dem Gegenstande die Lichtstrahlen fallen, heißt das Objektivglas oder Objektiv; die Linse, oder die Verbindung von mehreren derselben, durch welche das Bild vergrößert erscheint, das Okular und zwar im ersteren Falle ein einfaches, im letztern ein zusammengesetztes.

Da aber der Ort des Bildes, welches das Objektiv hervorbringt, sich nach der verschiedenen Entfernung des Gegenstandes ändert und namentlich nach §. 29. 2. das Bild eines näheren Gegenstandes sich von dem Brennpunkte des Objektivs weiter entfernen wird, so muß schon aus diesem Grunde, aber auch wegen der verschiedenen Beschaffenheit der Augen, das Fernrohr gestatten, das Okular so zu stellen, daß das Bild innerhalb der Brennweite desselben liegt und das zweite (geometrische) Bild in die Sehweite des Auges gebracht werden kann. Der Kurzsichtige wird nämlich nach §. 38. 2. das Okular weiter einschieben, der Weitsichtige weiter ausziehen müßen. Man schließt

Fig. 15. deßhalb das Okular in eine besondere Röhre AB, Fig. 15., die innerhalb des Objektivrohrs CD, mittelst eines auf jener sitzenden prismatischen Ansatzes (Stahlrückens) c und einer im Innern des Objektivrohrs befindlichen Feder d, sich verschieben läßt. Bei nur schwach vergrößernden Fernröhren, oder solchen die zum gewöhnlichen Gebrauch dienen, begnügt man sich, mit der Hand die Okularröhre hin und her zu schieben und allenfalls durch ein Paar seitwärts sitzende Stellschräubchen fest zu stellen; bei stark vergrößernden Fernröhren aber dient zu diesem Zwecke ein Getriebe e, welches in die Zähne des vorhingenannten Ansatzes greift.

Auch bewirkt man die erforderliche Stellung durch Verschiebung des in einer besonderen Röhre sitzenden Objektivs mittelst eines Getriebes und einer gezahnten Stange.

Endlich muß auch dem Auge die Stelle hinter dem Okular gegeben werden, daß die äußersten Strahlen die von dem Bilde auf das Glas gehen, noch die Pupille treffen. Danach muß der Mechaniker die Okularfaßung einrichten. Aus der Formel 3. §. 26. folgt nämlich

$$\delta = \frac{b. \ d}{d - b};$$

da hier nun d der Summe der Brennweiten b und β des Objektivs und des Okulars gleich zu setzen ist, so erhält man für die Entfernung des Auges von der Okularlinse den Ausdruck

$$\delta = \frac{b. \ (b + \beta)}{\beta}.$$

Anmerkung. Bei der Ableitung dieser Formel ist zwar angenommen, daß das Fernrohr aus einem einfachen Okular besteht; sie gilt aber auch für ein zusammengesetztes, wenn man dafür die s. g. äquivalente Linse substituirt, welche dieselbe Wirkung hat, als die einzelnen Linsengläser zusammen. Dasselbe gilt auch für die nachfolgende Angabe über die Vergrößerung des Fernrohrs.

§. 43.

Mit jedem Fernrohr übersieht man in einer festen Lage desselben immer einen kreisförmigen Raum, welchen man das Gesichtsfeld des Fernrohrs nennt. Es wird bestimmt von einer in der Mitte ausgebohrten Metallplatte, die senkrecht auf

die Achse des Fernrohrs da im Innern desselben angebracht ist, wo in der Nähe das Bild des Objekts sich erzeugt und den Zweck hat, die auf das Objektiv fallenden Randstrahlen abzuhalten, wodurch nach §. 28. die von den mittleren Hauptstrahlen erzeugten Bilder nur undeutlich oder ganz zerstört werden würden. Man nennt eine solche Platte eine Blendung oder ein Diaphragma (von διάφραγμα, Scheidewand). Solche Blendungen hat ein Fernrohr noch mehrere. Sie müßen zwar im Allgemeinen solche Öffnung haben, daß soviel Lichtstrahlen durchgehen können, als nöthig sind, um dem Bilde hinreichend Licht zu geben; allein auf der andern Seite werden sie bedingt durch die Größe der Öffnung des Okulars. m, n . . . . t, stellen die Blendungen vor.

Sowohl die Blendungen, als das ganze Innere des Rohrs sind geschwärzt, um jede störende Reflexion des Lichts zu verhindern.

§. 44.

Die Vergrößerung, welche durch ein Fernrohr hervorgebracht wird, ist offenbar die Zahl, welche man erhält, wenn man den Sehwinkel, der für eine bestimmte Entfernung vom Objekte erscheint, in den Sehwinkel des zugehörigen Bildes im Fernrohre dividiert. Es sei Fig. 14. von dem unendlich entfernten Objekte PQ durch die Bikonverlinse A, deren Brennweite OF ist, nahe bei F das umgekehrte Bild pq entstanden. Wird dieß durch die zweite Konverlinse B, deren Brennweite oF viel kleiner als OF ist, wie durch eine Loupe betrachtet, so entsteht das vergrößerte ebenfalls umgekehrte Bild p'q'. Da nun der Sehwinkel für das Objekt, wenn man sich in O das Auge denkt, = COD = qOP, der Sehwinkel für das Bild qop ist, so ist die Vergrößerung Fig. 14.

$$v = \frac{qop}{qOp} = \frac{qoF}{qOF}.$$

Es ist aber $\operatorname{tg} qoF = \frac{qF}{oF}$,

$$\operatorname{tg} qOF = \frac{qF}{OF},$$

mithin, da die fraglichen Winkel bei Fernröhren immer nur klein

sein werden, also dieselben ihren Tangenten proportional gesetzt werden können,

$$v = \frac{1}{oF} : \frac{1}{OF} = \frac{OF}{oF},$$

d. h. man erhält die Vergrößerung eines Fernrohrs, wenn man die Brennweite des Objektivs durch die des Okulars dividiert.

Anmerkung. Bei der vorliegenden Ableitung ist angenommen, daß das durch die Objektivlinse erzeugte Bild pq in dem gemeinschaftlichen Brennpunkte des Objektivs und Okulars sich findet, was streng genommen nie der Fall sein kann. Eine gründlichere Ableitung fordert die Berücksichtigung der Entfernungen des Objektivs und Okulars von dem Gegenstande und den beiden Bildern, wodurch sich dann wieder näherungsweise die obige Regel ergiebt. Man vergleiche in dieser Beziehung Grunert's Geodäsie. S. 83. u. f.

Sind die Brennweiten des Objektivs und Okulars unbekannt, so findet man die Vergrößerung dadurch, daß man mit dem einen Auge durch das Fernrohr nach einer in Felder abgetheilten Ebene, z. B. den Ziegelsteinen eines Daches oder einer Mauer sieht und zugleich mit dem andern freien Auge; dann sieht man das vergrößerte Bild vor dem mit freiem Auge wahrgenommenen. Zählt man nun, wie viel Ziegelsteine des letzteren durch das vergrößerte Bild eines Steins des ersteren gedeckt werden, so ist die erhaltene Zahl die gesuchte Vergrößerung. Indessen setzt diese Bestimmung schon einige Uebung voraus.

Oder man mißt den Durchmeßer des auf der Hinterfläche des Okulars scharf begränzten Kreises, welcher das Bild des Objektivs ist, und den Durchmeßer des letzteren, so ist der Quotient der letzteren Zahl durch die erstere ebenfalls die Vergrößerungszahl.

Anmerkung. Zur Bestimmung des kleinen Lichtkreises kann man sich eines auf Glas fein getheilten Mikrometers bedienen. Andere von Gauß, Bessel u. A. angegebene Methoden finden sich in: Dove über Maaß und Meßen. Berlin, 1835.

§. 45.

Die Helligkeit des durch das Objektiv erzeugten Bildes hängt bei den nichtachromatischen Objektiven und bei derselben

Vergrößerung von dem Durchmeßer d. h. der **Öffnung** oder **Apertur** des Objektivs ab, weil, wie schon früher bemerkt ist, die Farbenzerlegung den Grad der Deutlichkeit des Bildes am meisten bedingt. Es folgt daher leicht, daß die Helligkeit des Bildes bei derselben Öffnung des Okulars und derselben Vergrößerung wie das Quadrat des Durchmeßers des Objektivs sich verhalten wird.

Obgleich nun ein Fernrohr um so vollkommner ist, je mehr es vergrößert, je größer die Helligkeit und je größer sein Gesichtsfeld ist, so läßt sich doch leider jede einzelne dieser Eigenschaften nur auf Unkosten der andern erhöhen. Bei der Steigerung der Vergrößerung z. B. wird bei derselben Öffnung des Objektivs ein Okular mit kleinerer Brennweite anzuwenden sein, wozu aber ein kleineres Diophragma gehört, also die Helligkeit des Bildes geringer sein wird.

Anmerkung. Es kann nicht die Absicht sein, hier die Verhältnisse zwischen der Vergrößerung, dem Gesichtsfelde, der Helligkeit und Öffnung (des Objektivs) eines Fernrohrs, wie sie bei bestimmten Zwecken am vortheilhaftesten anzuwenden sind, näher zu fixiren, da dieß mehr Sache des Künstlers ist. Man findet hierüber vollständige Belehrung u. a. in **Prechtl's** praktischer Dioptrik. Wien, 1828.

c. Das Fadenkreuz des Fernrohrs.

§. 46.

Das Fernrohr hat in der Geodäsie nicht allein den Zweck, entfernte Gegenstände unter einem größern Sehwinkel erscheinen zu laßen, sondern es soll auch zum Einvisieren der Richtungen nach entfernten Signalen dienen, um, wenn es mit einem winkelmeßenden Werkzeuge verbunden wird, die Größe eines Winkels bestimmen zu können. Deshalb muß es noch eine Vorrichtung enthalten, mittelst welcher ein Punkt eines Objekts mit dem gleichnamigen Punkte seines Bildes sich bestimmen läßt.

Ehe aber diese gerade Linie bestimmt werden kann, muß bei dem Fernrohr die wesentliche Bedingung erfüllt werden, daß die Achsen der Linsengläser in einer einzigen geraden Linie liegen, welche die **geometrische Achse des Fernrohrs** genannt

wird. Ist diese Bedingung erfüllt, so sagt man, die Gläser des Fernrohrs sind richtig centriert. Ob dieß der Fall ist, prüft man, wenn man das Fernrohr in zwei gabelförmige Ausschnitte legt, damit nach einem entfernten Punkte sieht und untersucht, ob während der Drehung des Fernrohrs um seine Achse das Bild des gewählten Punktes unbeweglich erscheint. Am sichersten nimmt der Künstler diese Prüfung nach Frauenhofer's Anleitung auf der Drehbank vor *).

Die zum Visieren erforderliche Vorrichtung besteht aus einem kreisförmig ausgebohrten Metallringe m (Fig. 15. und 15. a.), auf welchem 1 bis 3 Fäden von Spinngewebe oder feinem Metalldrath horizontal ausgespannt sind und von eben so viel vertikal stehenden durchschnitten werden. Dieser Ring passt mit einem wulstförmigen Ansatze in den Ausschnitt eines andern in der Okularröhre verschiebaren Ringes u. Durch letzteren gehen 2 Paar Schrauben, aa, bb bis vor den Wulst, welche den Ring m festhalten. Man nennt diese Vorrichtung die Okularblendung und das darauf befindliche Fadennetz das Fadenkreuz des Fernrohrs. Die gerade Linie, welche den Durchschnitt des Fadenkreuzes mit dem Punkte des Objekts verbindet, dessen Bild in den Durchschnitt fällt, heißt die optische Achse oder die Visierlinie des Fernrohrs.

Anmerkung. Ein Verfahren, die Fäden des Fadenkreuzes einzuziehen, ist beschrieben in Gehler's physikalischem Wörterbuche IV. S. 188. Auch in Breithaupt's Magazin mathematischer Instrumente, Heft 2. Cassel, 1835. S. 20. Das Fadenkreuz wurde 1640 von dem Engländer Gascoigne erfunden. (Vergl. Littrow's Wunder des Himmels. Stuttgart, 1836.)

§. 47.

Der Durchschnitt der Kreuzfäden muß aber nicht allein in der geometrischen Achse des Fernrohrs liegen, sondern auch mit dem Orte des Bildes des Objektivs zusammenfallen. Das Letztere ist der Fall, wenn die Kreuzfäden deutlich, scharf begränzt und einfach sich zeigen. Nimmt

---

*) Gehler's physikalisches Wörterbuch. IV. S. 187.

man aber beim Hin- und Herbewegen des Auges vor dem Okulare doppelte Kreuzfäden wahr, so muß man mittelst der Schräubchen aa den Ring u sammt der Blendung m in dem zu diesem Zwecke in der Okularröhre befindlichen Einschnitte so lange vor- oder zurückschieben, bis das Fadennetz einfach und scharf begränzt erscheint. Auch läßt sich dieß bei einigen Fernröhren durch Vor- und Zurückschrauben des Okularkopfs erreichen.

Zu der ersten Prüfung, welche man die Centrierung des Fernrohrs nennt, legt man das Fernrohr in zwei gabelförmige Unterlagen, zieht die Okularröhre (oder Objektivröhre) so weit aus, daß man das Bild eines scharf begrenzten Punktes deutlich sieht, und richtet den Durchschnitt der Kreuzfäden genau auf denselben. Dreht man dann das Fernrohr um seine Achse allmälig herum, so muß der Durchschnitt der Kreuzfäden immer den Punkt decken. Zur Verbeßerung einer etwa gefundenen Abweichung dienen die beiden Schräubchen bb, welche durch die Okularröhre gegen den ringförmigen Wulst treten und zu welchem Zwecke der Wulst einigen Spielraum in dem Ausschnitte der Röhre u hat. Nur muß die eine Schraube so viel angezogen werden, als die gegenüberstehende gelöst wird. Bei dem Mangel dieser Schrauben kann der Fehler nur vom Mechaniker verbeßert werden.

d. Das astronomische und terrestrische Fernrohr.

§. 48.

Nach der Beschaffenheit und Anzahl der Okulargläser des Fernrohrs unterscheidet man auch verschiedene Arten. Das Keplersche oder astronomische Fernrohr*) enthält die bikonvexe Objektivlinse und eine eben solche Linse von viel kleinerer Brennweite zum Okular. Der Gang der Lichtstrahlen in demselben, so wie die Bestimmung der Vergrößerung ist im §. 44. angegeben. Ist das Fernrohr mit einem achromatischem Objektiv versehen, so heißt es, sowie auch jedes andere ein solches Objektiv enthaltende, ein achromatisches Fernrohr.

*) Kepler gab 1611 von diesem Fernrohre eine theoretische Entwicklung der Gründe seiner Wirkung, daher es seinen Namen trägt.

Da aber ein einfaches bikonveres Okular von sehr kleiner Brennweite, wegen der starken Krümmung der Flächen, weder von der sphärischen noch chromatischen Abweichung sich frei zeigen, und auch nur ein kleines Gesichtsfeld gewähren kann, so bleibt ein Fernrohr, das selbst ein vollkommen achromatisches Objektiv hat, immer unvollkommen, wenn das Okular von jenen Fehlern nicht befreit ist. Man wendet deßhalb bei den astronomischen Fernröhren zwei plankonvere Linsen an, deren Planseiten dem Auge zugekehrt sind und bei denen die Brennweite der ersten (dem Objektive zugekehrten) Linse, die Entfernung der Linsen von einander und die Brennweite der zweiten Linse sich verhält, wie 3 : 2 : 1. Die erste Linse wird dann so gestellt, daß das Bild des Objektivs in die Mitte beider Okularlinsen fällt; an den Ort des Bildes kommt die Okularblendung, deren Öffnung etwa $\frac{2}{3}$ der Öffnung des ersten Okulars beträgt.

Durch dieß Doppelokular und die Stellung der Linsen wird nun nicht allein die sphärische und chromatische Abweichung gehoben, sondern es bietet auch eine stärkere Vergrößerung und ein größeres Gesichtsfeld, also eine größere Helligkeit dar.

Um irdische Gegenstände stark vergrößert und zugleich aufrecht zu sehen, verbindet man mit dem achromatischen Objektive ein dreifaches Okular und nennt ein so konstruiertes Fernrohr ein terrestrisches oder Erdfernrohr*).

Man wendet zu den Okularlinsen ebenfalls plankonvere an, die mit der konveren Seite dem Objektive zugekehrt sind, ausgenommen die mittlere, deren konvere Fläche gegen das Auge gekehrt ist, deren Brennweiten aber beliebig sind. Bezeichnen B, b und β die Brennweiten der ersten bis dritten Linse, so giebt Prechtl in seiner Dioptrik

für die Entfernung der ersten Linse vom Brennpunkte des Objektivs den Ausdruck . . . . $\frac{B.\ b.}{B + b}$

für die Entfernung der ersten und zweiten Linse . $B + b$,

und für die Entfernung der zweiten und dritten Linse . . . . $b + \beta + \frac{b^2}{B + b}$ an.

---

*) Ein solches wurde zuerst 1665 von Ant. Mar. de Rheita verfertigt, welcher aber ein vierfaches Okular anwandte.

In den Brennpunkt des Objektivs kömmt eine Blendung, deren Öffnung etwas kleiner ist, als die Öffnung der ersten Linse.

Anmerkung 1. Über die Konstruktion zwei- und dreifacher Okulare vergleiche man Prechtl's praktische Dioptrik. S. 185. u. f.

2. Astronomische Fernröhre, deren Objektiv bei einer nicht zu großen Brennweite eine bedeutende Öffnung haben und deshalb eine große Helligkeit gewähren, nennt man Nachtfernröhre, Sucher, die man aber vorzüglich nur bei Beobachtungen am Sternenhimmel anwendet.

3. Das größte, bis jetzt konstruierte astronomische Fernrohr ist der Frauenhofer'sche Refraktor in Dorpat, dessen Objektiv 9 Pariser Zoll Öffnung und 160 Zoll Brennweite hat. Seine Länge beträgt 13 Fuß 7 Zoll und die stärkste lineare Vergrößerung ist 480.

4. Über das Reinigen achromatischer Objektive und das Wiedereinsetzen derselben in ihre Faßungen findet man die von Frauenhofer gegebene Vorschrift in Breithaupt's Magazin mathematischer Instrumente. Heft 2. S. 19.

5. Das Fernrohr, welches 1610 zuerst von Galilei gebraucht wurde und nach ihm das Galilei'sche, auch Holländische Fernrohr genannt wird, besteht aus einem achromatischen Objektive und einem bikonkaven Okular, welches letztere eine solche Stellung hat, daß das durch das Objektiv hervorgebrachte umgekehrte Bild noch außerhalb der hintern Zerstreuungsweite des Okulars liegt. Dadurch erzeugt sich ein aufrechtes, aber geometrisches Bild des Objekts, gestattet aus diesem Grunde auch kein Fadenkreuz und ist deshalb zu geodätischen Werkzeugen untauglich. Dieß Fernrohr giebt zwar nur eine schwache Vergrößerung, aber deutliche Bilder; ausgezeichnet liefert dasselbe unter dem Namen Feldstecher, Plößl in Wien.

e. Das dialytische und aplanatische Fernrohr.

§. 49.

Da das zusammengesetzte Objektiv des achromatischen Fernrohrs aus vollkommen homogenem Glase bestehen muß, weil

sonst verzerrte Bilder entstehen würden, diese Bedingung aber sehr schwer bei dem Flintglase zu erreichen ist, so stellte man schon 1827 über diesen Gegenstand ernstliche Untersuchungen an und fand, daß, wenn man die Flintglaslinse von der Kronglaslinse trenne und die erstere in $1/3$ bis $1/2$ der Brennweite der Kronglaslinse bringe, sie nur etwa halb so groß mache und mit einer konvexen Kronglaslinse zusammenkitte, das Fernrohr dadurch eine ungemeine Deutlichkeit des Bildes zeige.

Durch diese Einrichtung gewinnt man nicht nur bedeutend wegen der geringeren Größe des Flintglases, sondern auch wegen der größeren Kürze des Fernrohrs, wodurch man also Objektive mit größerer Öffnung anwenden kann. Man nennt so konstruierte Fernröhre dialytische (von διάλῦτος, getrennt).

Anmerkung. Die erste Idee dazu gab Barlow, der bei der Trennung der Linsen eine stark zerstreuende Substanz, den Schwefelkohlenstoff, anwandte, den aber Rogers wieder aufgab und dafür die Flintglaslinse mit der Kronglaslinse verband. In neuester Zeit hat sich besonders Plößl in Wien mit der Konstruktion der dialytischen Fernröhre beschäftigt. Man vergleiche Baumgärtner's Zeitschrift für Physik IV. V. und in der neuen Folge III., so wie Prechtl's Jahrbuch des polytechnischen Instituts. XIII. und XIV.

Fast auf demselben Princip, worauf sich die Konstruktion der dialytischen Fernröhre stützt, beruht die Verfertigung von Fernröhren, die ein Objektiv enthalten, welches sowohl die sphärische als chromatische Abweichung aufhebt. Man nennt solche Fernröhre aplanatische (von ἀπλάνητος, ohne Verirrung). Bei ihnen suchte man die frühere Idee Euler's, statt der Gläser besondere Flüßigkeiten anzuwenden, wieder auszuführen, indem man für die eine der Glaslinsen des achromatischen Objektivs eine zwischen Gläsern eingeschloßene Flüßigkeit substituierte. Nach den ersten Untersuchungen von Blair, die nicht ganz befriedigend ausgefallen waren, sind solche Objektive aufs Neue von Barlow und dem jüngern Blair empfohlen worden. Der erstere schließt nämlich zwischen zwei richtig geschliffene konvexe Kronglaslinsen Schwefelkohlenstoff ein und stellt diese korrigierende Linse beträchtlich weit von der vordern bikonvexen Kronglaslinse auf, wodurch er dieselben Vortheile erhält, welche die

dialytischen Fernröhre gewähren. Indessen dienen beide Arten mehr zum astronomischen Gebrauche.

Anmerkung. Man vergleiche hierüber u. a. Gehler's physikalisches Wörterbuch. Art. Linsenglas in VI.

V. Hülfssätze aus der Lehre vom Magnetismus.

§. 50.

Der Magneteisenstein besitzt die Eigenschaft, das regulinische Eisen durch eine unsichtbar in die Ferne wirkende Kraft anzuziehen. Man nennt diese Mineralien natürliche Magnete und die Anziehung eine magnetische.

Nickel, Kobalt und in geringerem Grade auch Magnesium und Uranium zeigen dasselbe Phänomen. So lange das regulinische Eisen unter der Einwirkung eines natürlichen Magnets sich befindet, besitzt es ebenfalls magnetische Kraft; das weiche Eisen und der ungehärtete Stahl behalten sie aber nur so lange, als sie mit dem natürlichen Magnet in Berührung oder in dessen unmittelbarer Nähe bleiben; der gehärtete Stahl hingegen bleibt lange Zeit magnetisch. Diese Magnete nennt man künstliche.

Beide Arten ziehen aber das Eisen nicht an allen Punkten gleich stark an, sondern jeder Magnet hat gewöhnlich zwei Stellen, wo sich die Anziehung am stärksten zeigt. Man nennt sie die Pole und die sie verbindende Linie die Achse des Magnets.

§. 51.

Hängt man einen Magnet, dem man am zweckmäßigsten die Form eines dünnen flachen Parallelepipedums giebt, so auf, daß er sich frei drehen kann, so wird er immer von selbst eine bestimmte Richtung gegen die Himmelsgegenden annehmen. Der eine Pol wird nämlich nach Norden, der andere also nach Süden sich wenden, auch immer in diese Richtung zurückkehren, wenn man ihn davon entfernte; weshalb bei uns jener der Nordpol, dieser der Südpol, die Eigenschaft selbst die Polarität des Magnets genannt wird.

Eine durch die Achse des freischwebenden Magnets gelegte Ebene heißt der magnetische Meridian. An den meisten Örtern der Erde fällt er nicht mit dem Erdmeridian zusammen;

dann wird der Neigungswinkel beider Ebenen die **magnetische Abweichung** oder **Deklination** genannt, bei der man eine westliche und östliche unterscheidet.

Aus den von **Halley**, **Hansteen**, **Humboldt**, **Barlow** u. A. angestellten Untersuchungen geht hervor, daß die Deklination an verschiedenen Örtern der Erde verschieden ist und daß es auf der Erdoberfläche zwei unregelmäßige Kurven giebt, in welchen die Deklination = 0 ist. Man nennt sie **Agonen** (von dem verneinenden ἀ und γωνία, Winkel) oder **Linien ohne Abweichung**. Zwischen diesen liegen wieder andere, theils geschloßene, theils nichtgeschloßene Kurven durch Örter, welche gleiche Deklination haben und die man deshalb **Isogonen** (von ἴσος, gleich und γωνία) nennt*).

Aus der Vergleichung älterer Abweichungsbeobachtungen mit denen neuerer Zeit geht hervor, daß die Deklination sich an demselben Orte der Erde verändert. Jetzt ist sie im mittleren Europa 17 bis 18 Grad westlich. Außer dieser jährlichen Variation der Deklination zeigt sich auch eine tägliche und selbst diese wieder in verschiedenen Jahreszeiten verschieden. Zur Bestimmung der Gesetzmäßigkeit dieser Veränderungen dienen die an verschiedenen Orten der Erde errichteten **magnetischen Observatorien**.

§. 52. Aufgabe.

Für einen bestimmten Ort der Erde die magnetische Deklination zu bestimmen.

Man errichte etwa in der Mitte eines mit Papier überzogenen, horizontal und so fest gestellten Reißbretts eine kleine, 4—5 Zoll hohe Säule, die unten in eine Spitze endet, oben aber eine mit einem kleinen Loche versehene Platte trägt. Aus dem Loche laße man auf die Papierebene ein Loth herab, beschreibe aus dem Fußpunkte deßelben mit beliebigen Halbmeßern einige koncentrische Kreise und bemerke genau den Punkt Vor- und Nachmittags, wo in derselben Kreislinie durch das kleine Loch des Blechs ein kleiner Lichtkreis sich bildet. Verbindet man nun

*) Über die Lage der Agonen und Isogonen vergl. man u. a. **Gehler's** physikalisches Wörterbuch. Art. Magnetismus.

die Punkte desselben Kreises durch eine gerade Linie, welche dann mit den Linien der andern Kreise parallel sein muß und errichtet in der Mitte derselben eine Normale, so ist diese die Richtung der Mittagslinie des Ortes. Legt man also an diese die Zulegeplatte des Kompasses, so giebt die Magnetnadel die zu bestimmende Abweichung an.

Hierbei wird aber vorausgesetzt, daß während der Beobachtungszeit die Deklination der Sonne die nämliche geblieben ist, weshalb man die Bestimmung um die Zeit des Sommer- oder Wintersolstitiums vornehmen muß.

Anmerkung. Andere Methoden, die magnetische Abweichung zu bestimmen, können erst in der Folge angegeben werden, da sie sich theilweise auf die Kenntnis der sphärischen Trigonometrie stützen. Auch hat man eigene Werkzeuge zur Bestimmung der Deklination, welche Deklinatorien genannt werden. Eine Beschreibung derselben findet sich u. a. in Fischer's Lehrbuch der mechanischen Naturlehre, herausgegeben von August. II. 172 u. f.

§. 53.

Wenn man dem Nord- oder Südpole eines freischwebenden Magnets den ungleichnamigen Pol eines andern Magnets nähert, so ziehen sich beide stärker an, als jeder Pol für sich unmagnetisches Eisen anziehen würde. Bei der Annäherung des gleichnamigen Poles dagegen findet eine eben so starke Abstoßung Statt. Man nennt deshalb die ungleichnamigen Pole freundschaftliche, die gleichnamigen feindschaftliche.

§. 54.

Zur Verfertigung künstlicher Magnete bedient man sich nach §. 50. nur des gehärteten Stahls, und ertheilt diesem dadurch den Magnetismus, daß man denselben mit einem Magnete streicht. Man unterscheidet hierbei den einfachen Strich von dem Doppelstriche.

Bei dem einfachen Striche setzt man den Nordpol eines Magnetstabes unter etwa 30 Grad Neigung auf der Mitte der Stahlplatte auf, führt den Stab bis zu dem Ende der Platte, und hebt jenen erst dann ab, wenn er über das Ende der Platte

gekommen ist: dann ist dieß Ende ein Südpol. Um den neuen Magnet zu verstärken, kehrt man mit dem Magnetstabe in einem Bogen bis zur Mitte zurück und wiederholt das Verfahren. Nach Umkehrung des Magnetstabes und das eben so oftmalige Streichen der zweiten Hälfte bildet sich dann der Nordpol.

Beim Doppelstriche wendet man am bequemsten einen Hufeisenmagnet an, den man auf der Mitte des Stahlstabes aufsetzt, dann, ohne die Richtung der Pole zu ändern, beliebige Male von einem Ende bis zum andern streicht und in der Mitte der Stahlplatte wieder abhebt. Das Ende der Platte, welches von dem Nordpole des Magnetstabes berührt wurde, ist dann der Südpol, das andere also der Nordpol.

§. 55.

Wenn eine unmagnetische Stahlplatte (ein dünnes Parallelepipedum), in ihrem Schwerpunkte unterstützt, kein Bestreben zeigen wird, mit dem einen Ende sich zur Erde zu neigen und in dieser Lage zu beharren, so wird sie nach dem Magnetisieren sogleich die Eigenschaft besitzen, in unserer Halbkugel mit dem Nordpole sich zur Erde zu neigen und in dieser Lage auch zu bleiben. Der Winkel, den die Achse des Magnets mit dem Horizonte macht, wird die Iklination des Magnets und dieser selbst eine Inklinationsnadel genannt. Soll eine solche, frei aufgehangen, eine horizontale Lage annehmen, so muß durch Beschwerung des Südpols das verlorne Gleichgewicht wieder hergestellt werden. Solche Inklinationsnadeln nennt man nun schlechthin Magnetnadeln. Früher ließ man sie meistens in Spitzen auslaufen, jetzt giebt man ihnen aber die Form eines schmalen langen Oblongums; eine mitten auf der obern Ebene gezogene Linie bezeichnet die Achse der Magnetnadel.

Zweiter Abschnitt.

Anfangsgründe der sphärischen Trigonometrie.

I. Eigenschaften des sphärischen Dreiecks.

§. 1. Erklärung.

Der Theil der Kugelfläche, welcher zwischen den Peripherieen zweier größter Kreisebenen PAQ und PBQ (Fig. 16.) liegt, heißt ein Kugelzweieck oder ein Kugelstreifen; der Neigungswinkel der sich schneidenden Kreisebenen wird in Bezug auf die Kreisbogen ein sphärischer Winkel genannt. Fig. 16.

§. 2. Folgesatz.

Durchschneidet man die beiden größten Kreisebenen von einem dritten darauf rechtwinklicht stehenden größten Kreise ABD, so sind die Durchschnittslinien desselben mit den ersteren, AC und BC, die Schenkel des Neigungswinkels der Kreisebenen des Kugelzweiecks, also arc. AB das Maß des sphärischen Winkels APB.

§. 3. Erklärung.

Der Theil der Kugelfläche, der von den Bogen dreier größter Kreisebenen begränzt wird, heißt ein sphärisches Dreieck; die Bogen der größten Kreise werden seine Seiten, die sphärischen Winkel schlechthin die Winkel des sphärischen Dreiecks genannt. Der von n Bogen größter Kreise eingeschloßene Theil der Kugelfläche heißt ein sphärisches neck.

§. 4. Folgesatz.

Zu jedem sphärischen Dreiecke oder necke gehört eine im Kugelmittelpunkte liegende drei- oder nkantige körperliche Ecke, die von den sich schneidenden größten Kreisebenen gebildet wird. Die Neigungswinkel der körperlichen Ecke stimmen daher mit den Winkeln des sphärischen necks, die Kantenwinkel der ersteren mit den Seiten des letzteren überein.

§. 5. Lehrsatz.

Wenn man durch eine Kugel drei größte Kreise legt, so entstehen auf der Kugelfläche acht sphärische Dreiecke, von denen nur vier hinsichtlich ihrer Stücke verschieden sind, und auch von diesen vier Dreiecken sind durch die Stücke des einen die der drei andern gegeben.

Beweis. Bezeichnet man die Winkel des sphärischen Dreiecks ABC, Fig. 17, der Halbkugel ABA'B'C durch A, B, C, die Gegenseiten der Winkel durch a, b, c, so hat das Dreieck AB'C zu seinen Winkeln: 180° — A, B, 180° — C und zu seinen Seiten: 180° — a, b, 180° — c. Dieselbe Abhängigkeit der Stücke läßt sich von den beiden andern Dreiecken derselben Halbkugel nachweisen. Von der Halbkugel ABA'B'C' hat das Dreieck A'B'C' zu seinen Winkeln: A, B, C und zu seinen Seiten a, b, c. Auf gleiche Weise läßt sich die Gleichheit der Stücke der drei andern Dreiecke der genannten Halbkugel mit den drei andern Dreiecken der ersteren zeigen.

Fig. 17.

§. 6. Erklärungen.

Zu jedem sphärischen Dreiecke, wie ABC, gehört daher auf derselben Kugel noch ein zweites, A'B'C', von welchen die gezogenen Kugelhalbmeßer des einen die Verlängerungen der Halbmeßer des anderen sind; welche beide auch dieselben Stücke enthalten; wobei aber die Ordnung, in welcher die Stücke auf einander folgen, in dem einen Dreiecke die entgegengesetzte von der in dem andern ist und deshalb auch nicht zur Deckung gebracht werden können. Man nennt solche Dreiecke Gegendreiecke und hinsichtlich der Gleichheit ihrer Stücke symmetrisch gleiche. Die zugehörigen dreikantigen Ecken heißen Gegen- oder Scheitelecken.

Da sich zwei größte Kugelkreise immer in einem Durchmeßer schneiden, so folgt, daß weder eine Seite, noch ein Winkel eines sphärischen Dreiecks 180° betragen kann. Solche sphärische Dreiecke, in welchen jede Seite und jeder Winkel kleiner als 180° ist, heißen einfache Dreiecke. Zu einem solchen gehört noch ein anderes, dessen Winkel konvex und dessen Seiten größer als 180° sind, das aber in einfache Dreiecke zerlegt werden kann.

Anmerkung. Ist in der Folge von sphärischen Dreiecken die Rede, so sind damit nur einfache gemeint.

§. 7. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke ist die Summe zweier Seiten größer als die dritte.

Beweis. Denkt man sich die zugehörige dreikantige Ecke, so ist einleuchtend, daß der Satz nur dann bewiesen zu werden braucht, wenn der eine Kantenwinkel, wie AMB, Fig. 18, größer als jeder der andern ist und gezeigt wird, daß AMC + BMC > AMB ist. Man mache BMD = BMC und MD = MC, ziehe durch A und D die Linie ADB und lege durch A, B und C eine Ebene, so ist Fig. 18.

$$AC + CB > AD + DB,$$

mithin, da Δ BMD $\cong$ Δ BMC, also BC = BD ist,

$$AC = AD \text{ und daher auch } AMC > AMD,$$

woraus dann AMC + BMC > AMB folgt.

Nach §. 4. ist daher auch $a + b > c$.

§. 8. Lehrsatz.

Die Summe der drei Seiten eines sphärischen Dreiecks ist kleiner als der Umfang eines größten Kreises.

Beweis. Denn verlängert man in Fig. 17. die Seiten BA und BC des sphärischen Dreiecks ABC bis sie sich in B′ schneiden so ist nach dem vorigen §. Fig. 17.

$$AB' + B'C > AC,$$

daher auch $AB' + B'C + AB + BC > AB + BC + AC$,

d. h. $2 . 180^0 > AB + BC + AC$.

§. 9. Erklärung.

Errichtet man in dem Mittelpunkte einer größten Kreisebene eine Normale, so nennt man die Durchschnittspunkte der letzteren mit der Kugelfläche die Pole des größten Kreises.

Es folgt leicht, daß die sphärische Entfernung der Pole eines größten Kreises von allen Punkten der Peripherie 90 Grad beträgt.

§. 10. Lehrsatz.

Beschreibt man zu einem sphärischen Dreiecke so ein zweites, daß die Winkelspitzen des ersteren, die Pole der Seiten des zweiten sind, so sind auch die Winkelspitzen des zweiten, die Pole der Seiten des ersteren.

Fig. 19. Beweis. Es seien A, B und C, Fig. 19., die Pole der Seiten B'C', A'C' und A'B'. Legt man durch A' und C, und ebenso durch A' und B einen größten Kreis, so ist nach dem vorigen §.

$$A'C = A'B = 90^0,$$

folglich A' der Pol von BC.

Dasselbe läßt sich von den beiden andern Winkelspitzen B' und C' zeigen.

§. 11. Erklärung.

Sphärische Dreiecke, welche die im vorigen §. angegebene Eigenschaft haben, nennt man **zusammengehörige Polardreiecke.**

§. 12. Lehrsatz.

In zwei zusammengehörigen Polardreiecken ergänzt jede Seite des einen den Gegenwinkel des andern zu 180°.

Beweis. Verlängert man die Seiten des Dreiecks ABC (Fig. 19.), bis die des andern geschnitten werden, so ist in dem Dreiecke CDE, nach §. 2., DE das Maß des sphärischen Winkels C, folglich $C + A'B' = DE + A'B' = A'E + DB' = 180^0$.

Da ferner FG das Maß des sphärischen Winkels C' ist, so ist $C' + AB = FG + AB = FB + AG' = 180^0$.

Dasselbe läßt sich von den andern Stücken der Dreiecke zeigen.

§. 13. Erklärung.

Aus diesem Grunde nennt man auch jedes der zusammengehörigen Polardreiecke das **Supplementardreieck** des andern.

§. 14. Lehrsatz.

Die Summe der Winkel eines sphärischen Dreiecks ist immer größer als 2R und zugleich kleiner als 6R.

Beweis. Denn nach §. 12 ist in dem zugehörigen Supplementardreiecke A'B'C',

$$A = 180^0 - a'$$
$$B = 180^0 - b'$$
$$C = 180^0 - c'$$

folglich $A + B + C = 3.\ 180^0 - (a' + b' + c')$, woraus in Verbindung mit §. 8, die Richtigkeit des Satzes folgt.

§. 15. Folgesätze.

1. Die Summe jeder zwei Winkel eines sphärischen Dreiecks übertrifft den dritten um weniger als 2R, denn es ist $A + B > 180^0 - C$.

2. Jeder Außenwinkel eines sphärischen Dreiecks ist kleiner als die Summe, aber größer als die Differenz der beiden innern Gegenwinkel. Der Außenwinkel kann demnach größer, gleich und kleiner als einer der Gegenwinkel sein.

3. Sphärische Dreiecke können einen, zwei und drei rechte oder stumpfe oder spitze Winkel enthalten. In dem Dreiecke mit zwei rechten Winkeln sind zwei Seiten Quadranten des größten Kreises, die dritte das Maß des Gegenwinkels (§. 2.).

§. 16. Erklärungen.

Das sphärische Dreieck mit einem rechten Winkel heißt rechtwinklicht, die Gegenseite des Winkels die Hypotenuse, die einschließenden Seiten Katheten.

Der Winkel, um welchen die Summe der Winkel eines sphärischen Dreiecks größer ist als 2R, heißt der sphärische Überschuß oder Excess.

§. 17. Lehrsatz.

Wenn in zwei sphärischen Dreiecken zwei Seiten und der eingeschloßene Winkel wechselsweise gleich sind, so sind auch die übrigen Stücke der Dreiecke gleich.

Beweis. Folgen die gegebenen Stücke in einerlei Ordnung auf einander, so läßt sich der Beweis wie in der Planimetrie durch's Aufeinanderlegen führen, wenn man sich die Theile der größten Kreisebenen hinzudenkt. Ist die Ordnung der Stücke in dem einen Dreiecke aber entgegengesetzt von der in dem andern, so nehme man Statt des einen Dreiecks sein Gegendreieck, so läßt sich der Beweis wie vorhin führen.

§. 18. Lehrsatz.

Wenn in zwei sphärischen Dreiecken zwei Winkel und die eingeschloßene Seite wechselsweise gleich sind, so sind auch die andern Stücke der beiden Dreiecke gleich.

Beweis. Denn in den zugehörigen Supplementardrieecken sind nach §. 12. zwei Seiten und der eingeschloßene Winkel, folglich nach dem vorigen §. auch die beiden andern Winkel und die dritte Seite gleich, mithin in den Urdreiecken die beiden fehlenden Seiten und der eingeschloßene Winkel (§. 12.).

§. 19. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke liegen gleichen Seiten auch gleiche Winkel gegenüber, und umgekehrt.

Fig. 19. Beweis. 1. In Fig. 19 sei AC = BC. Man schneide CH = CI auf CA und CB ab und lege durch H und B und ebenso durch I und A größte Kreise, so ist nach §. 17. AI = BH, $\alpha = \beta$ und daher auch $\gamma = \delta$, mithin in den Dreiecken ABH und ABI nach §. 17. CAB = CBA.

2. Macht man AH = BI und legt durch A und I und eben so durch B und H Bogen größte Kreise, so ist, wenn man CAB = CBA setzt, nach §. 17 in den Dreiecken ABH und ABI AI = BH, $\varepsilon = \zeta$, also auch $\eta = \vartheta$, $\gamma = \delta$ und daher auch $\alpha = \beta$, folglich nach §. 18. in den Dreiecken ACI und BHC, AC = BC.

§. 20. Lehrsatz.

Wenn in zwei sphärischen Dreiecken die Seiten des einen den Seiten des andern wechselsweise gleich sind, so stimmen die Dreiecke auch in ihren Winkeln überein.

Beweis. Folgen die gegebenen Stücke in beiden Dreiecken in derselben Ordnung auf einander, so nehme man für das eine das Gegendreieck; dieß sei in Fig. 20. in Bezug auf ABC, abc. Fig. 20. Man lege nun ab auf AB, mache AC′ = ac, BC′ = bc und ge durch C und C′ einen größten Kreis, so ist nach §. 19. 1.

$\alpha = \beta$, $\gamma = \delta$, folglich auch nach §. 17. $\varepsilon = \xi = a$ und $\eta = \vartheta = b$, so wie auch $\alpha + \gamma = \beta + \delta = c$.

§. 21. Lehrsatz.

Wenn in zwei sphärischen Dreiecken die Winkel des einen den Winkeln des andern wechselsweise gleich sind, so stimmen die beiden Dreiecke auch in ihren Seiten überein.

Beweis. Aus §§. 12. und 20. wie im §. 18.

§. 22. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke steht dem größeren Winkel die größere Seite gegenüber, und umgekehrt.

Beweis. 1. In Fig. 21. sei $ABC > BAC$. Man lege Fig. 21. durch B so einen Bogen eines größten Kreises, daß $ABD = CAB$ ist, so ist nach §. 19 $AD = BD$. Da nun nach §. 7. $DB + DC > CB$, so ist auch $AC > BC$.

2. Ist $AC > BC$, so ist in dem zugehörigen Polardreiecke $B' > A'$ (§. 12.), daher nach 1. $b' > a'$ und mithin auch $B > A$. (§. 12.)

Anmerkung. Außer den in den §§. 17. 18. 20. und 21. aufgestellten Sätzen von der Gleichheit der sphärischen Dreiecke würden noch zwei andere zu nennen sein, in welchen zwei Seiten und der Gegenwinkel der einen, so wie zwei Winkel und die Gegenseite des einen als gleich gegeben sind. Da aber in diesen Fällen die Gleichheit der anderen Stücke nur unter gewissen Bedingungen folgt, so wird sie der Geodät immer zu vermeiden suchen. Aus diesem Grunde sind jene Sätze hier nicht aufgestellt. Man findet sie erwiesen u. a. in Schulz Lehrbuch der Sphärik, Leipzig, 1833, und Crelle's Lehrbuch der Geometrie und Trigonometrie II., Berlin 1827, in welchen Werken auch noch mehrere andere Sätze über andere Eigenschaften des sphärischen Dreiecks aufgestellt sind.

dann wird der Neigungswinkel beider Ebenen die **magnetische Abweichung** oder **Deklination** genannt, bei der man eine westliche und östliche unterscheidet.

Aus den von Halley, Hansteen, Humboldt, Barlow u. A. angestellten Untersuchungen geht hervor, daß die Deklination an verschiedenen Örtern der Erde verschieden ist und daß es auf der Erdoberfläche zwei unregelmäßige Kurven giebt, in welchen die Deklination = 0 ist. Man nennt sie **Agonen** (von dem verneinenden ἀ und γωνία, Winkel) oder **Linien ohne Abweichung**. Zwischen diesen liegen wieder andere, theils geschloßene, theils nichtgeschloßene Kurven durch Örter, welche gleiche Deklination haben und die man deshalb **Isogonen** (von ἴσος, gleich und γωνία) nennt*).

Aus der Vergleichung älterer Abweichungsbeobachtungen mit denen neuerer Zeit geht hervor, daß die Deklination sich an demselben Orte der Erde verändert. Jetzt ist sie im mittleren Europa 17 bis 18 Grad westlich. Außer dieser jährlichen Variation der Deklination zeigt sich auch eine tägliche und selbst diese wieder in verschiedenen Jahreszeiten verschieden. Zur Bestimmung der Gesetzmäßigkeit dieser Veränderungen dienen die an verschiedenen Orten der Erde errichteten **magnetischen Observatorien**.

§. 52. Aufgabe.

Für einen bestimmten Ort der Erde die magnetische Deklination zu bestimmen.

Man errichte etwa in der Mitte eines mit Papier überzogenen, horizontal und so fest gestellten Reißbretts eine kleine, 4—5 Zoll hohe Säule, die unten in eine Spitze endet, oben aber eine mit einem kleinen Loche versehene Platte trägt. Aus dem Loche laße man auf die Papierebene ein Loth herab, beschreibe aus dem Fußpunkte deßelben mit beliebigen Halbmeßern einige koncentrische Kreise und bemerke genau den Punkt Vor- und Nachmittags, wo in derselben Kreislinie durch das kleine Loch des Blechs ein kleiner Lichtkreis sich bildet. Verbindet man nun

*) Über die Lage der Agonen und Isogonen vergl. man u. a. Gehler's physikalisches Wörterbuch. Art. Magnetismus.

die Punkte desselben Kreises durch eine gerade Linie, welche dann mit den Linien der andern Kreise parallel sein muß und errichtet in der Mitte derselben eine Normale, so ist diese die Richtung der Mittagslinie des Ortes. Legt man also an diese die Zulegeplatte des Kompasses, so giebt die Magnetnadel die zu bestimmende Abweichung an.

Hierbei wird aber vorausgesetzt, daß während der Beobachtungszeit die Deklination der Sonne die nämliche geblieben ist, weshalb man die Bestimmung um die Zeit des Sommer- oder Wintersolstitiums vornehmen muß.

Anmerkung. Andere Methoden, die magnetische Abweichung zu bestimmen, können erst in der Folge angegeben werden, da sie sich theilweise auf die Kenntnis der sphärischen Trigonometrie stützen. Auch hat man eigene Werkzeuge zur Bestimmung der Deklination, welche Deklinatorien genannt werden. Eine Beschreibung derselben findet sich u. a. in Fischer's Lehrbuch der mechanischen Naturlehre, herausgegeben von August. II. 172 u. f.

§. 53.

Wenn man dem Nord- oder Südpole eines freischwebenden Magnets den ungleichnamigen Pol eines andern Magnets nähert, so ziehen sich beide stärker an, als jeder Pol für sich unmagnetisches Eisen anziehen würde. Bei der Annäherung des gleichnamigen Poles dagegen findet eine eben so starke Abstoßung Statt. Man nennt deshalb die ungleichnamigen Pole freundschaftliche, die gleichnamigen feindschaftliche.

§. 54.

Zur Verfertigung künstlicher Magnete bedient man sich nach §. 50. nur des gehärteten Stahls, und ertheilt diesem dadurch den Magnetismus, daß man denselben mit einem Magnete streicht. Man unterscheidet hierbei den einfachen Strich von dem Doppelstriche.

Bei dem einfachen Striche setzt man den Nordpol eines Magnetstabes unter etwa 30 Grad Neigung auf der Mitte der Stahlplatte auf, führt den Stab bis zu dem Ende der Platte, und hebt jenen erst dann ab, wenn er über das Ende der Platte

$\cos. a' = -\cos. A$, $\cos. b' = -\cos. B$, $\cos. c' = -\cos. C$ und $\cos. A' = -\cos. a$, folglich

$$-\cos. A = \cos. B \cos. C - \sin. B \sin. C \cos. a,$$

woraus (2) folgt.

§. 26. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke verhalten sich die Sinus der Seiten zu einander, wie die Sinus ihrer Gegenwinkel, oder

$$\sin. a : \sin. b : \sin. c = \sin. A : \sin. B : \sin. C. \quad (3.)$$

Beweis. In Fig. 22. ist $CD = CE. \sin. B = CF. \sin. A$; da aber, wenn $CM = 1$, $CE = \sin. a$ und $CF = \sin. b$, so ist $\sin. a \sin. B = \sin. A \sin. b$.

Daßelbe läßt sich in Bezug auf c und C beweisen. Daß aber der obige Ausdruck allgemeine Gültigkeit hat, folgt, weil man für CD dieselben Werthe erhalten wird, wenn auch die eine oder andere Seite größer als 90^0 gesetzt wird.

§. 27. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke finden zwischen zwei beliebigen Seiten, dem eingeschloßenen Winkel und einem Gegenwinkel folgende Beziehungen Statt:

$$\text{cotg. } a \sin. b = \text{cotg. } A \sin. C + \cos. b \cos. C. \quad (4)$$

$$\text{cotg. } A \sin. B = \text{cotg. } a \sin. c - \cos. B \cos. c. \quad (5)$$

Beweis. 1. Aus (1) (§. 24.) folgt:

$$\cos. c = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. C;$$

setzt man diesen Werth für cos. c in (1), so erhält man nach vollzogener Multiplikation:

$\cos. a = \cos. a \cos. b^2 + \sin. a \sin. b \cos. b \cos. C + \sin. b \sin. c \cos. A$, folglich, da $1 - \cos. b^2 = \sin. b^2$ ist und wenn man auf beiden Seiten durch $\sin. a \sin. b$ dividiert,

$$\text{cotg. } a \sin. b = \cos. b \cos. C + \frac{\sin. c}{\sin. a} \cos. A;$$

Da nun nach §. 26. $\frac{\sin. c}{\sin. a} = \frac{\sin. C}{\sin. A}$, so erhält man durch Substitution die Gleichung (4).

2. Die Gleichung (5) ergiebt sich aus (4) durch Hülfe des Supplementardreiecks wie im §. 25.

§. 28.

Obgleich die Gleichungen (1) bis (5) und die durch Vertauschung der Buchstaben sich daraus ergebenden, völlig hinreichend sind, um aus jeden drei bestimmenden Stücken eines sphärischen Dreiecks die drei fehlenden zu berechnen, so wird doch die Berechnung sehr erleichtert, wenn man die in den obigen Gleichungen vorkommenden Summen und Differenzen in Produkte und Quotienten verwandelt, um die Rechnung bequem mit Logarithmen ausführen zu können.

§. 29. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke finden zwischen den drei Seiten und einem Winkel folgende Beziehungen Statt:

$$\cos. \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin. \tfrac{1}{2} s \sin. (\tfrac{1}{2} s - a)}{\sin. b \sin. c}} \qquad (6)$$

$$\sin. \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin. (\tfrac{1}{2} s - b) \sin. (\tfrac{1}{2} s - c)}{\sin. b \sin. c}} \qquad (7)$$

$$\text{tg } \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin. (\tfrac{1}{2} s - b) \sin. (\tfrac{1}{2} s - c)*)}{\sin. \tfrac{1}{2} s \sin. (\tfrac{1}{2} s - a)}} \qquad (8.)$$

Beweis. 1. Leitet man aus (1) den Werth für cos. A ab, addiert dann 1 auf beiden Seiten und berücksichtigt die Gleichung II. im §. 23., so erhält man

$$1 + \cos. A = \frac{\cos. a - \cos. (b + c)}{\sin. b \sin. c};$$

da ferner nach VI. und VIII. im §. 23. $\cos. a - \cos. (b + c) = 2 \sin. \tfrac{1}{2} (a + b + c) \sin. \tfrac{1}{2} (b + c - a)$

und $\sqrt{\dfrac{1 + \cos. A}{2}} = \cos. \tfrac{1}{2} A$ ist, so folgt

$$\cos. \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin. \tfrac{1}{2} (a + b + c) \sin. \tfrac{1}{2} (b + c - a)}{\sin. b \sin. c},}$$

woraus dann (6) sich ergiebt.

2. Leitet man aus (1) den Werth für cos. A ab, subtrahiert auf beiden Seiten von 1 und wendet dann die Gleichungen

---

*) Durch s ist die Summe der drei Seiten des Dreiecks bezeichnet.

II, VI und VII im §. 23. an, so erhält man

$$\sin. \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin. \tfrac{1}{2}(a + c - b) \sin. \tfrac{1}{2} a + b - c)}{\sin. b \sin. c}},$$

woraus dann (7) sich ergiebt.

3. Die Gleichung (8) erhält man, wenn man (7) durch (6) dividiert.

§. 30. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke finden unter den drei Winkeln und einer Seite folgende Beziehungen Statt:

$$\cos. \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos. (\tfrac{1}{2} S - B) \cos. (\tfrac{1}{2} S - C)^{*)}}{\sin. B \sin. C}} \qquad (9)$$

$$\sin. \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{-\cos. \tfrac{1}{2} S \cos. (\tfrac{1}{2} S - A)}{\sin. B \sin. C}} \qquad (10)$$

$$\text{tg } \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{-\cos. \tfrac{1}{2} S \cos. (\tfrac{1}{2} S - A)}{\cos. (\tfrac{1}{2} S - B) \cos. (\tfrac{1}{2} S - C)}} \qquad (11)$$

Beweis. Die Ableitung dieser Formeln ist im Allgemeinen dieselbe, wie die im vorigen §. angegebene, nur wendet man die Gleichung (2) und außerdem die Formeln V. — VIII. im §. 23. an.

§. 31. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke finden unter je fünf Stücken folgende Relationen Statt:

$$\text{tg. } \tfrac{1}{2}(A + B) \text{ tg. } \tfrac{1}{2} C = \frac{\cos. \tfrac{1}{2}(a - b)}{\cos. \tfrac{1}{2}(a + b)}. \qquad (12)$$

$$\text{tg. } \tfrac{1}{2}(A - B) \text{ tg. } \tfrac{1}{2} C = \frac{\sin. \tfrac{1}{2}(a - b)}{\sin. \tfrac{1}{2}(a + b)}. \qquad (13)$$

$$\text{tg. } \tfrac{1}{2}(a + b) \text{ cotg. } \tfrac{1}{2} c = \frac{\cos. \tfrac{1}{2}(A - B)}{\cos. \tfrac{1}{2}(A + B)}. \qquad (14)$$

$$\text{tg. } \tfrac{1}{2}(a - b) \text{ cotg. } \tfrac{1}{2} c = \frac{\sin. \tfrac{1}{2}(A - B)}{\sin. \tfrac{1}{2}(A + B)}. \qquad (15)$$

---

*) Durch S ist die Summe der drei Winkel bezeichnet.

Beweis. Nach I. (§. 23.) ist

$$\frac{\sin.(A+B)}{\sin. C} = \frac{\sin. A}{\sin. C}\cos. B + \frac{\sin. B}{\sin. C}\cos. A,$$

folglich nach (1) und (3)

$$\frac{\sin.(A+B)}{\sin. C} = \frac{\sin. a}{\sin. c}\;\frac{\cos. b - \cos. a \cos. c}{\sin. a \sin. c}$$
$$+ \frac{\sin. b}{\sin. c}\;\frac{\cos. a - \cos. b \cos. c}{\sin. b \sin. c}.$$

Dividiert man Zähler und Nenner des ersten Gliedes des rechtsseitigen Ausdruckes durch sin. a, des zweiten Gliedes durch sin. b, so ergiebt sich nach gehöriger Zusammenziehung:

$$\frac{\sin.(A+B)}{\sin. C} = \frac{(1 - \cos. c)(\cos. a + \cos. b)}{\sin. c^2}.$$

und nach VII. und IX. im §. 23.

$$\frac{\sin.(A+B)}{\sin. C} = \frac{2 \sin. \tfrac{1}{2} c^2 (\cos. a + \cos. b)}{4 \sin. \tfrac{1}{2} c^2 \cos. \tfrac{1}{2} c^2} = \frac{\cos. a + \cos. b}{2 \cos. \tfrac{1}{2} c^2}. \quad (\mathfrak{A}.)$$

Auf demselben Wege erhält man, nur daß man Statt VII. (§. 23.), VIII. anwendet,

$$\frac{\sin.(a+b)}{\sin. c} = \frac{\cos. A + \cos. B}{2 \sin. \tfrac{1}{2} C^2}. \quad (\mathfrak{B}.)$$

Ferner folgt aus (3), wenn man 1 addiert und darauf 1 subtrahiert

$$\frac{\sin. A + \sin. B}{\sin. B} = \frac{\sin. a + \sin. b}{\sin. b}.$$
$$\frac{\sin. A - \sin. B}{\sin. B} = \frac{\sin. a - \sin. b}{\sin. b}$$

und durch Multiplikation mit $\frac{\sin. B}{\sin. C} = \frac{\sin. b}{\sin. c}$

$$\frac{\sin. A + \sin. B}{\sin. C} = \frac{\sin. a + \sin. b}{\sin. c}, \quad (\mathfrak{C}.)$$
$$\frac{\sin. A - \sin. B}{\sin. C} = \frac{\sin. a - \sin. b}{\sin. c}. \quad (\mathfrak{D}.)$$

Wendet man ferner auf Zähler und Nenner der linksseitigen Ausdrücke der Gleichungen (𝔄) und (𝔅) und auf beide Nenner der Gleichungen (ℭ) und (𝔇) die Gleichung IX. (§. 23.), auf die rechtsseitigen Zähler von (𝔄) und (𝔅), so wie auf beide

Zähler von (C) und (D) die Formeln III. bis VI. (§. 23.) an, so ergeben sich folgende vier Gleichungen

$$\frac{\sin.\ {}^1/_2(A+B)\cos.\ {}^1/_2(A+B)}{\sin.\ {}^1/_2 C\cos.\ {}^1/_2 C}=\frac{\cos.{}^1/_2(a+b)\cos.\ {}^1/_2(a-b)}{\cos.\ {}^1/_2 c^2},\ (\mathfrak{E}.)$$

$$\frac{\cos.\quad(A+B)\cos.\ {}^1/_2(A-B)}{\sin.\ {}^1/_2 C^2}=\frac{\sin.\ {}^1/_2(a+b)\cos.\ {}^1/_2(a+b)}{\sin.\ {}^1/_2 c\cos.\ {}^1/_2 c},\ (\mathfrak{F}.)$$

$$\frac{\sin.\quad(A+B)\cos.\ {}^1/_2(A-B)}{\sin.\ {}^1/_2 C\cos.\ {}^1/_2 C}=\frac{\sin.\ {}^1/_2(a+b)\cos.\ {}^1/_2(a-b)}{\sin.\ {}^1/_2 c\cos.\ {}^1/_2 c},(\mathfrak{G}.)$$

$$\frac{\cos.\ {}^1/_2(A+B)\sin.{}^1/_2(A-B)}{\sin.\ {}^1/_2 C\cos.\ {}^1/_2 C}=\frac{\cos.\ {}^1/_2(a+b)\sin.\ {}^1/_2(a-b)}{\sin.\ {}^1/_2 c\cos.\ {}^1/_2 c}.(\mathfrak{H}).$$

Dividiert man endlich (G) und (H) zuerst durch (F) und dann durch (E), so ergeben sich die obigen vier Formeln.

Anmerkung. Man nennt diese Gleichungen nach ihrem Erfinder J. Neper, die Neperschen Analogien.

§. 32. Lehrsatz.

In jedem sphärischen Dreiecke finden unter den sechs Stücken folgende Relationen Statt:

$\cos.\ {}^1/_2\ (A-B)\ \sin.\ {}^1/_2\ c=\sin.\ {}^1/_2\ (a+b)\ \sin.\ {}^1/_2 C.$ (16.)

$\sin.\ {}^1/_2\ (A-B)\ \sin.\ {}^1/_2\ c=\sin.\ {}^1/_2\ (a-b)\ \cos.\ {}^1/_2 C.$ (17.)

$\cos.\ {}^1/_2\ (A+B)\ \cos.\ {}^1/_2\ c=\cos.\ {}^1/_2\ (a+b)\ \sin.\ {}^1/_2 C.$ (18.)

$\sin.\ {}^1/_2\ (A+B)\ \cos.\ {}^1/_2\ c=\cos.\ {}^1/_2\ (a-b)\ \cos.\ {}^1/_2 C.$ (19.)

Beweis. Man erhält aus (12) und (15):

$$\frac{\sin.\ {}^1/_2\ (A+B)\ \sin.\ {}^1/_2\ C}{\cos.\ {}^1/_2\ (A+B)\ \cos.\ {}^1/_2\ C}=\frac{\cos.\ {}^1/_2\ (a-b)}{\cos.\ {}^1/_2\ (a+b)}$$

und
$$\frac{\sin.\ {}^1/_2\ (A-B)}{\sin.\ {}^1/_2\ (A+B)}=\frac{\sin.\ {}^1/_2\ (a-b)\ \cos,\ {}^1/_2\ c}{\cos.\ {}^1/_2\ (a-b)\ \sin.\ {}^1/_2\ c'}$$

und aus der Multiplikation dieser Gleichungen:

$$\frac{\sin.\ {}^1/_2\ (A-B)\ \sin.\ {}^1/_2\ C}{\cos.\ {}^1/_2\ (A+B)\ \cos.\ {}^1/_2\ C}=\frac{\sin.\ {}^1/_2\ (a-b)\ \cos.\ {}^1/_2\ c}{\cos.\ {}^1/_2\ (a+b)\ \sin.\ {}^1/_2\ c};$$

aus der Division durch $\sin.\ {}^1/_2\ C\ \cos.\ {}^1/_2\ c$ erhält man

$$\frac{\sin.\ {}^1/_2\ (A-B)}{\cos.\ {}^1/_2(A+B)\cos.\ {}^1/_2C\cos.\ {}^1/_2 c}=\frac{\sin.\ {}^1/_2\ (a-b)}{\cos.\ {}^1/_2(a+b)\sin.\ {}^1/_2C\sin.{}^1/_2 c};$$

multipliciert man diese Gleichung mit $\cos.\ {}^1/_2(A+B)\cos.\ ({}^1/_2a+b)$, so ergiebt sich

$$\frac{\sin.\ {}^1/_2(A-B)\cos.\ {}^1/_2\ (a+b)}{\cos.\ {}^1/_2\ C\ \cos.\ {}^1/_2\ c}=\frac{\sin.\ {}^1/_2(a-b)\cos.\ {}^1/_2(A+B)}{\sin.\ {}^1/_2\ C\ \sin.\ {}^1/_2\ c}$$

und durch Zerlegung in zwei Faktoren:

$$\frac{\sin. \frac{1}{2}(A-B)}{\cos. \frac{1}{2} c} = \frac{\sin. \frac{1}{2}(a-b)}{\sin. \frac{1}{2} c} \text{ und } \frac{\cos. \frac{1}{2}(a+b)}{\cos. \frac{1}{2} c} = \frac{\cos. \frac{1}{2}(A+B)}{\sin. \frac{1}{2} C},$$

welche Gleichungen mit (17) und (18) übereinstimmen.

Behandelt man auf dieselbe Weise die Gleichungen (12) und (14), so findet man aus ihrer Multiplikation

$$\frac{\sin. \frac{1}{2} (A+B) \sin. \frac{1}{2} C}{\cos. \frac{1}{2} (A+B) \cos. \frac{1}{2} C} = \frac{\cos. \frac{1}{2} (a-b) \sin. \frac{1}{2} c}{\sin. \frac{1}{2} (a+b) \cos. \frac{1}{2} c}.$$

Aus der Division durch $\sin. \frac{1}{2} C \sin. \frac{1}{2} c$, aus der nachfolgenden Multiplikation mit $\sin. \frac{1}{2} (a+b) \cos. \frac{1}{2} (A-B)$ und aus der Zerlegung der dadurch entstehenden Gleichung in zwei Faktoren erhält man

$$\frac{\sin. \frac{1}{2}(A+B)}{\cos. \frac{1}{2} C} = \frac{\cos. \frac{1}{2}(a-b)}{\cos. \frac{1}{2} c} \text{ und } \frac{\sin. \frac{1}{2}(a+b)}{\sin. \frac{1}{2} c} = \frac{\cos. \frac{1}{2}(A-B)}{\sin. \frac{1}{2} C}$$

welche Gleichungen mit (16) und (19) übereinstimmen.

Anmerkung. 1. Man nennt die obigen Gleichungen die Gauß-schen oder Delambre'schen auch Mollweide'schen Gleichungen.

2. Die Ableitung der Relationen unter den Stücken eines rechtwinklichten sphärischen Dreiecks hat keine Schwierigkeit; nimmt man A zum rechten Winkel, so liefern die Gleichungen (1.) bis (5.) die gesuchten Ausdrücke; da aber bei geodätischen Operationen ein rechtwinklichtes sphärisches Dreieck nur zu den Ausnahmen gezählt werden darf, so ist die Ableitung hier übergangen; aus demselben Grunde wird auch die nun folgende Auflösung der sphärischen Dreiecke auf die schiefwinklichten sich beschränken, und auch von diesen sollen die beiden im §. 22. Anmerkung, angeführten zweideutigen Fälle unberücksichtigt bleiben, da der Geodät sie immer vermeiden wird.

III. Auflösung der schiefwinklichten sphärischen Dreiecke und Berechnung des Flächeninhalts derselben.

§. 33. Aufgabe.

In einem sphärischen Dreiecke sind die drei Seiten gegeben, man soll die drei Winkel berechnen.

Auflösung. Aus (1) erhält man zur Berechnung des Winkels A den Ausdruck

$$\cos. A = \frac{\cos. a - \cos. b \cos. c}{\sin. b \sin c}.$$

Ähnliche Ausdrücke für die Winkel B und C erhält man aus dem vorliegenden durch Vertauschung der Buchstaben. Da aber die Auflösungsformel sich zur logarithmischen Berechnung nicht eignet, so bedient man sich zweckmäßiger der Gleichungen (6 bis (8).

§. 34 Aufgabe.

In einem sphärischen Dreiecke sind die drei Winkel gegeben, man soll die drei Seiten berechnen.

Auflösung. Man erhält zwar zur Berechnung der Seite a aus (2) die Formel

$$\cos. a = \frac{\cos. A + \cos. B \cos. C}{\sin. B \sin. C},$$

allein aus dem im vorigen §. angeführten Grunde wendet man die Gleichungen (9) bis (11) an.

§. 35. Aufgabe.

In einem sphärischen Dreiecke sind zwei Seiten nebst dem eingeschloßenen Winkel gegeben, man soll die fehlenden Stücke berechnen.

Auflösung. Sind z. B. a, b und C gegeben, so findet man die dritte Seite c aus (1), jeden der beiden andern Winkel aus (4) durch die Formel

$$\operatorname{cotg}. A = \frac{\operatorname{cotg}. a \sin. b}{\sin. C} - \operatorname{cotg}. C \cos. b.$$

Vortheilhafter ist es aber, die Neperschen Analogieen anzuwenden; aus (12) und (13) erhält man

$$\operatorname{tg}. \tfrac{1}{2} (A + B) = \frac{\cos. \tfrac{1}{2} (a - b)}{\cos. \tfrac{1}{2} (a + b)} \operatorname{cotg}. \tfrac{1}{2} C,$$

$$\operatorname{tg}. \tfrac{1}{2} (A - B) = \frac{\sin. \tfrac{1}{2} (a - b)}{\sin. \tfrac{1}{2} (a + b)} \operatorname{cotg}. \tfrac{1}{2} C,$$

woraus dann A und B leicht zu finden sind. Berechnet man

A und B zuerst, so findet man c aus (14) und (15) durch

$$\text{cotg. } {}^1/_2\, c = \frac{\text{cos. } {}^1/_2\, (A - B)}{\text{cos. } {}^1/_2\, (A + B)} \text{ cotg. } {}^1/_2\, (a + b),$$

$$= \frac{\text{sin. } {}^1/_2\, (A - B)}{\text{sin. } {}^1/_2\, (A + B)} \text{ cotg. } {}^1/_2\, (a - b),$$

oder aus (3)

$$\text{sin. } c = \frac{\text{sin. } b \text{ sin. } C}{\text{sin. } B} = \frac{\text{sin. } a \text{ sin. } C}{\text{sin. } A}$$

in welchen letztern Ausdrücken es aber unbestimmt bleibt, ob der aus den trigonometrischen Tafeln sich ergebende Werth für c oder seine Ergänzung zu 180° zu nehmen sei.

Endlich laßen sich auch die Mollweideschen Gleichungen anwenden, wodurch die drei fehlenden Stücke zugleich gefunden werden. Man berechnet nämlich in (16) und (17) zuerst den Werth des linksseitigen Ausdrucks, dividiert den letzteren durch den ersteren, so erhält man ½ (A—B); auf dieselbe Weise findet man aus (18) und (19) ½ (A + B) und hierdurch A und B. Wie man dann c findet, ergiebt sich leicht.

§. 36. Aufgabe.

In einem sphärischen Dreiecke sind zwei Winkel und die eingeschloßene Seite gegeben, man soll die fehlenden Stücke berechnen.

Auflösung. Ist z. B. c, A und B gegeben, so findet man jede der fehlenden Seiten aus (5) durch die Formeln

$$\text{cotg. } a = \frac{\text{cotg. } A \text{ sin. } B + \text{cos. } B \text{ cos. } c}{\text{sin. } c},$$

$$\text{cotg. } b = \frac{\text{cotg. } B \text{ sin. } A + \text{cos. } A \text{ cos. } c}{\text{sin. } c}.$$

Mehr Bequemlichkeit beim Berechnen gestatten aber wieder die Neperschen Analogien. Man erhält nämlich aus (14) und (15):

$$\text{tg. } {}^1/_2\, (a + b) = \frac{\text{cos. } {}^1/_2\, (A - B)}{\text{cos. } {}^1/_2\, (A + B)} \text{ tg. } {}^1/_2\, c,$$

$$\text{tg. } {}^1/_2\, (a - b) = \frac{\text{sin. } {}^1/_2\, (A - B)}{\text{sin. } {}^1/_2\, (A + B)} \text{ tg. } {}^1/_2\, c,$$

woraus sich a und b zugleich ergeben.

Den dritten Winkel C kann man aus (2) finden, wenn man A mit C und a mit c vertauscht, man erhält dann

$$\cos. C = \cos. c \sin. A \sin. B - \cos. A \cos. B;$$

aus den Neperschen Analogien (12) und (13) bekommt man

$$\text{tg. } {}^1/_2\, C = \text{cotg. } {}^1/_2\, (A + B) \frac{\cos. {}^1/_2\, (a - b)}{\cos. {}^1/_2\, (a + b)} =$$

$$= \text{cotg. } {}^1/_2\, (A - B) \frac{\sin. {}^1/_2\, (a - b)}{\sin. {}^1/_2\, (a + b)}.$$

Auch aus (3) findet man

$$\sin. C = \frac{\sin. c \sin. A}{\sin. a} = \frac{\sin. c \sin. B}{\sin. b}.$$

Endlich kann man, wie im vorigen §. gezeigt ist, die drei fehlenden Stücke auch durch eine Rechnung aus den Mollweide'schen Gleichungen finden.

§. 37. Lehrsatz.

Zwei sphärische Gegendreiecke sind an Fläche gleich.

Beweis. Die beiden Dreiecke seien ABC und A'B'C' in Fig. 22. a. Man konstruiere die ebenen Sehnendreiecke und ziehe die Kugelhalbmeßer nach den Winkelspitzen derselben, so ist Δ ABM $\cong$ Δ A'B'M und Δ ACM $\cong$ Δ A'C'M, folglich BAM = B'A'M und CAM = C'A'M, mithin AB $\#$ A'B' und AC $\#$ A'C' und daher auch ABC $\#$ A'B'C'. Die von M auf ABC gefällte Normale MD wird daher auch, rückwärts verlängert, auf A'B'C' rechtwinklicht stehen und mithin auch AD $\#$ A'D' und DAM = D'A'M sein. Weil demnach Δ ADM $\cong$ Δ A'D'M ist, so ist auch MD = MD'. Es werden also nicht nur die kleinen Kugelkreise AEBC und A'E'B'C', sondern auch die zugehörigen Kugelzonen gleich sein. Nun ist aber auch arc. AGC = arc. A'G'C', arc. CFB = arc. C'F'B' und arc. BEA = arc. B'E'A' folglich sind auch die von diesen Bogen und den Seiten der sphärischen Dreiecke gebildeten Kugelstreifen S und s, S' und s', S'' und s'' einander gleich. Bezeichnet man nun die Flächen der sphärischen Dreiecke durch Δ und 'Δ, so ist

$$S + S' + S'' + \Delta = s + s' + s'' + \Delta'$$

folglich auch $\Delta = \Delta'$.

Fig. 22. a.

§. 38. Lehrsatz.

Die Fläche F eines von größten Kreisebenen gebildeten Kugelstreifens ist dem Produkte der größten Kreisebene der Kugel in den in Graden ausgedrückten Winkel φ, welcher von den Kreisebenen gebildet wird, dividiert durch 90^0 gleich, oder

$$F = \frac{R^2 \pi . \varphi^0}{90^0} .^{*)}$$

Beweis. Denn $F : 4 R^2 \pi = \varphi^0 : 360^0$, woraus der obige Ausdruck sich ergiebt.

§. 39. Lehrsatz.

Bezeichnen A, B, C die drei Winkel eines sphärischen Dreiecks auf einer Kugel, deren Halbmeßer R bekannt ist, so ist die Fläche Δ desselben

$$= \frac{A + B + C - 180^0}{180^0} . R^2 \pi.$$

Beweis. Denn erweitert man die größten Kreisebenen des sphärischen Dreiecks ABC (Fig. 17.), bis sie sich schneiden, so ist nach §. 38. Fig.17.

$$\varDelta ABC + \varDelta A'BC = \frac{R^2 \pi . A}{90^0},$$

$$\varDelta ABC + \varDelta AB'C = \frac{R^2 \pi . B}{90^0},$$

$$\varDelta ABC + \varDelta ABC' = \frac{R^2 \pi . C}{90^0}.$$

Da aber nach §. 37. $\varDelta A'BC = \varDelta AB'C'$ ist, so erhält man durch Addition

$$3 \varDelta ABC + \varDelta AB'C' + \varDelta AB'C + \varDelta ABC' = (CA + B + C) \frac{R^2 \pi}{90^0};$$

weil aber $\varDelta ABC + \varDelta AB'C' + \varDelta AB'C + \varDelta ABC' =$

*) R bezeichnet den Kugelhalbmeßer.

$2\,R^2\,\pi$ ist, so ist

$$\varDelta\ ABC + R^2\,\pi = (A + B + C)\ \frac{R^2\pi}{180^0};$$

folglich $\varDelta\ ABC = \frac{A + B + C - 180^0}{180^0}.\ R^2\,\pi.$

§. 40.

Da nach dem vorigen §. $\varDelta$ ABC auch gleich ist

$$\frac{A + B + C - 180^0}{8.\ 90^0}.\ 4\,R^2\,\pi,$$

so folgt

$$\varDelta\ ABC : 4\,R^2\,\pi = A + B + C - 180^0 : 8.\ 90^0$$

d. h. jedes sphärische Dreieck verhält sich zur Kugelfläche, wie sich der sphärische Excess zu 8. 90° verhält.

§. 41.

Bezeichnet Σ die Summe der Winkel eines sphärischen necks auf einer Kugel mit dem Halbmeßer R, so ist der Flächeninhalt desselben

$$F = \frac{\Sigma - (n - 2)\ 180^0}{180^0}.\ R^2\,\pi.$$

Beweis. Legt man durch den einen Winkelpunkt des sphärischen necks alle möglichen sich nicht schneidenden größten Kreisbogen, so erhält man n — 2 sphärische Dreiecke. Bezeichnet man die Flächen dieser Dreiecke durch $\varDelta, \varDelta' \ldots$; durch s, s' .... die Summe der Winkel derselben, so ist nach §. 39.

$$\varDelta = \frac{s - 180^0}{180^0}\ R^2\,\pi,\ \varDelta' = \frac{s' - 180^0}{180^0}.\ R^2\,\pi \ldots$$

folglich $F = \frac{(s + s' + \ldots\ldots) - (n - 2)\ 180^0}{180^0}\ R^2\,\pi,$

oder $F = \frac{\Sigma - (n - 2)\ 180^0}{180^0}\ R^2\,\pi.$

Zweite Abtheilung.

Von den Maßen und der Beschreibung und Rektifikation der Meßwerkzeuge.

Dritter Abschnitt.

Von den Maßen der Geodäsie.

1. Vom Längenmaße.

§. 1.

Eine gegebene Größe wird ein Maß genannt, wenn mittelst derselben eine andere gleichartige Größe gemeßen werden soll.

Da bei Meßungen an irdischen Gegenständen die Lage derselben gegen den Beobachter nicht geändert wird, so kommen in dem Gebiete der niedern Geodäsie von dem Längen-, Flächen-, Körper-, Winkel-, und Zeitmaße nur die vier ersteren besonders zur Anwendung. Bei den Höhenbestimmungen der Himmelskörper aber, wo während der einzelnen Beobachtungen die Lage derselben gegen den Beobachter sich fortwährend ändert, ist auch die Kenntnis des Zeitmaßes von Wichtigkeit. Aus diesem Grunde soll hier zunächst nur von den ersteren die Rede sein. Die drei Arten der erst genannten Maße kommen aber auf genau bestimmte und unveränderliche Längenmaße zurück.

Die ersten Längenmaße wurden ohne Zweifel durch Abmeßungen gewisser Theile des menschlichen Körpers bestimmt und Fuß (Schuh), Spanne, Klafter u. s. w. genannt. Deshalb konnte es auch nicht fehlen, daß fast jeder Ort sein eignes Maß erhielt und ein solches auch in verschiedenen Zeiten sich änderte. Wenn wir aber auch im Verlaufe der Zeit dahin gekommen sind, für die meisten der europäischen Länder und Örter das Verhältnis ihres Maßes zu einem bestimmten, angegebenen Normalmaße zu kennen, also auch die Verhältnisse jener Maßen unter einander angeben können, so gehört die Einführung eines allgemeinen

Normalmaßes für alle civilisierten Staaten immer noch zu den nicht realisierten Wünschen.

Das Normalmaß, auf welches die Maße der meisten europäischen Staaten zurückgeführt werden, ist ein s. g. Naturmaß, nämlich die Einheit desselben der zehnmillionteste Theil des Erdmeridianquadranten, welchem man deshalb auch den Namen Meter (von μέτρον, Maß) gegeben hat.

§. 2.

Das altfranzösische Längenmaß, womit auch noch die Längenmaße anderer europäischer Länder und Örter verglichen werden, ist der sechste Theil der s. g. Toise von Peru, worunter man die Länge des bei der Pariser Akademie der Wißenschaften niedergelegten eisernen Maßes versteht, welches sie bei 13° R. oder 16, 25° C. enthält und die deshalb so genannt wird, weil in der Mitte des vorigen Jahrhunderts die französischen Akademiker Bouguer und Condamine bei der Meßung eines Meridiangrades unter dem Äquator sich ihrer bedienten. Der sechste Theil der genannten Toise ist der altfranzösische Fuß (pièd du roi), den man in 12 Zoll, den Zoll in 12 Linien 2c. theilt.

§. 3.

Die Länge des Meridianquadranten beträgt 5130740,7 Toisen, mithin ist

1 Meter = 0,51307407 Toisen = 3,078444 Fuß = 443,295936 Linien der Toise von Peru, welches als mètre vrai et définitif in Frankreich gesetzlich angenommen ist.

Die weitere Eintheilung des Meters ist zehntheilig, die man durch Vorsetzung der lateinischen Benennungen bezeichnet, 1 Meter (^{m}) = 10 Decimeter (^{dm}) (von decem, 10) = 100 Centimeter (^{cm}) (von centum, 100) = 1000 Millimeter (^{mm}) (von mille, 1000) u. s. w. Die Vielfachen des Meters bezeichnet man durch Vorsetzung der griechischen Benennungen, 10 Meter = 1 Dekameter (von δέκα, 10), 10 Dekameter = 1 Hektometer (von ἑκτὸν, 100), 10 Hektometer = 1 Kilometer (von χίλιος, 1000), 10 Kilometer = 1 Myriameter (von μύριος, 10000) u. s. w. Eins der gebräuchlichsten Maße ist der Fuß, der auch bei fast allen europäischen Völkern eingeführt ist. Die unten folgende Tabelle giebt das Verhältnis des Fußes verschie-

dener Länder und Örter zu dem altfranzösischen Fuße und dem Meter an.

Anmerkung. Da es darauf ankam, ein bestimmtes Normalmaß zu erhalten, so stellte man sich schon in der zweiten Hälfte des 17ten Jahrhunderts die Aufgabe: zur Vergleichung mit den schon bestehenden Maßen ein der Willkür nicht ausgesetztes, also ein in der Natur gegebenes Maß aufzufinden, von so unveränderlicher Größe, daß sein Untergang nur durch große an unserem Planeten vorgehende Revolutionen veranlaßt werden könne. In dieser Hinsicht waren es zwei Größen, die ihrer Unveränderlichkeit wegen den Maßsystemen als Grundlage dienen konnten, nämlich die Länge des einfachen Sekundenpendels und ein aliquoter Theil des Erdmeridians. Das Grundmaß auf die Länge des einfachen Sekundenpendels zu beziehen, schlug Huyghens vor, der damals noch die Ansicht hatte, daß das Sekundenpendel überall dieselbe Länge besitze. Allein die Versuche Richer's, der 1672 bis 1673 zu astronomischen Zwecken zu Cayenne Meßungen anstellte, zeigten, daß er das von Paris mitgenommene Sekundenpendel um etwa 1¼ Linie verkürzen mußte, damit es Sekunden schwinge. Daraus folgerte Huyghens bald, daß unsere Erde eine sphäroidische Gestalt besitze, was auch durch die in späterer Zeit in verschiedenen Gegenden der Erde angestellten Meßungen der Größe der Breitengrade sich vollends bestätigte. Bouguer, Condamine und Godin fanden nämlich bei ihren von 1735 — 1744 unter dem Äquator angestellten Meßungen die Länge eines Breitengrades zu 56753 Toisen, Maupertuis, Clairaut, Lemonnier, Camus, Outhier und Celsius in Lappland unter der Breite von 66⅓ Grad, 57437 Toisen.

Dennoch traten Condamine und Bouguer dem früheren Vorschlage Huyghens, zum Normalmaße die Länge des einfachen Sekundenpendels an einem bestimmten Orte der Erde zu nehmen, bei und ließen deshalb die bei ihren Versuchen gefundene Länge in einen der Steine hauen, welche die Enden der Basis ihrer Meßung bildete, mit der Unterschrift: mensurae naturalis exemplar, utinam et universalis.

Später kam man aber wieder in Frankreich darauf zurück, einen Theil des Erdmeridians als Normalmaß zu nehmen, zu welchem Zwecke während der französischen Revolution (in 1792

u. d. f.) der Meridian von Paris von Dünkirchen an bis zum Fort Monjuich bei Barcellona von Méchain und Delambre gemeßen, später von Biot und Arago bis zur Insel Formentera fortgesetzt wurde und woraus man die Länge des Breitengrades zu 55184,72 Toisen fand. Aus der Vergleichung dieser Länge mit der von Lacaille, Beccaria, Bascowich u. A. in anderen Gegenden der Erde vorgenommenen Gradmeßungen, namentlich aber mit der aus der peruanischen Meßung sich ergebenden Länge des Breitengrades, nahm man unter der Voraussetzung einer Abplattung der Erde von $1/334$ die Entfernung des Pols vom Äquator zu 5130740,7 Toisen an und legte dem zehnmilliontesten Theil derselben den Namen Meter bei.

Man vergleiche Dove, über Maß und Meßen, Berlin 1835. Gehler's physikalisches Wörterbuch, neue Ausgabe, Art. Maß.

§. 4.

Obgleich meistens der übliche Landesfuß als Einheit des Maßes angesehen wird, so faßt man doch in fast allen Ländern Deutschlands eine bestimmte Anzahl derselben als ein Ganzes zusammen und nennt dieß meistens eine Ruthe, die insofern als eine höhere Einheit in der Geodäsie erscheint, der Bequemlichkeit wegen aber nach dem dekadischen Zahlensysteme in kleinere Theile getheilt wird, die man Zehntel-, Hundertstelruthe, auch wohl Decimalfuß, Decimalzoll u. s. w. nennt. Die Ruthe bezeichnet man durch ^{0}, den Fuß durch $'$, den Zoll durch $''$, die Linie durch $'''$. Meistens bezeichnet man aber nur die Ruthe und drückt ihre Theile durch Decimalziffern aus.

§. 5.

Das Hannoversche Längenmaß.

Nach dem Gesetze vom 19. August 1836 bildet für das Königreich Hannover seit dem 1. Juli 1837 der Hannoversche Fuß die Einheit des Maßsystems und ist gleich $11\frac{1}{2}$ Englische Zoll = 129,4844 Pariser Linien,
= 0,2920947 Meter,
= 1,0246 Braunschweiger Fuß,

= 0,9307 Preußische Fuß,
= 0,9241 Wiener Fuß,
= 1,0196 Hamburger Fuß,
= 1,0153 Kasseler Fuß,
= 1,0334 Leipziger Fuß,
= 0,9307 Dänische Fuß.

Zur Vergleichung kleiner Metertheile mit Linien des Hannoverschen Maßes dienen folgende Ausdrücke:

1 m = 492,9908‴ Hannov. Maß.
1 dm = 49,29908‴ " "
1 cm = 4,929908‴ " "
1 mm = 0,4929908‴ " "

Die Ruthe hat 16 Fuß, wird aber beim Feldmeßen nach dem Decimalsystem weiter eingetheilt, deren Theile dann durch Zehntel- Hundertstel- Tausendstelruthe bezeichnet werden; sie ist

= 14,38714 Pariser Fuß,
= 2,39786 Toisen,
= 4,673515 Meter.

Die Hannöversche Meile hält 25399,997 Hannöversche Fuß = 1587,5 Ruthen = 22839,61 Pariser Fuß = 7419,205 Meter.

Beim Markscheiden bedient man sich in Deutschland des Lachters. Das Harzer Lachter hält 80 Braunschweiger Zoll = 78,082 Zoll Hannöversches Maß. Man theilt dasselbe in acht gleiche Theile, Achtel, jedes Achtel in 10 Zoll, und jeden Zoll in 10 Linien.

Anmerkung. Wenngleich nun vorschriftsmäßig beim Feldmeßen die Ruthe nach dem Decimalsystem eingetheilt wird, so herrschen doch sonderbarer Weise Vorschriften von den oberen Behörden, daß beim Nivellieren Höhenunterschiede in Fußen und Zollen nach dem Duodecimalsystem ausgedrückt werden sollen.

2. Vom Flächenmaße.

§. 6.

In allen Maßsystemen wird den Einheiten des Flächenmaßes die Gestalt eines Quadrates gegeben und man unterscheidet hiernach Quadratruthe, Quadratfuß, Quadratzoll, wobei man aber nur die dekadische Eintheilung berücksichtigt.

Es ist daher eine Quadratruthe (□°) = 100 Quadratfußen (□') = 10000 Quadratzollen (□''). Zur Vermeidung großer Zahlen belegt man eine größere Anzahl von Quadratruthen mit gewissen Namen: Morgen, Acker, Juchart (Jochert), Scheffel u. s. w.

In dem metrischen Maßsysteme heißt die Einheit des Flächenmaßes Are (von arare, pflügen) welche einem Quadratdekameter, oder 100 Quadratmeter gleich ist; 1/10 Are heißt Deciare, 1/100 Are Centiare (also einem Quadratmeter gleich); ferner sind 10 Are = 1 Dekare, 10 Dekare = 1 Hektare, 10 Hektare = 1 Kilare u. s. w.

Der Hannöversche Morgen enthält 120 Quadratruthen = 26,2101 Aren = 1,0265 Preußische Morgen, der Waldmorgen dagegen 180 Quadratruthen.

3. Vom Körpermaße.

§. 7.

Die Einheit des Körpermaßes ist in allen Maßsystemen ein Würfel, wonach man unterscheidet Kubikfuß, Kubikzoll, Kubiklinie; letztere kommen nur selten vor und Kubikruthen sind gar nicht gebräuchlich. Indessen ist hierbei noch zu bemerken, daß diese Maße im Allgemeinen nur auf die dodekadische Eintheilung und nur ausnahmsweise auf die dekadische Eintheilung des Fußes bezogen werden.

Beim Bauwesen rechnet man meistens nach Schachtruthen, Parallelepipeden, welche 1 Quadratruthe zur Grundebene und 1 Fuß zur Höhe haben.

Beim Markscheiden und Bergbau ist das Körpermaß 1 Kubiklachter, indessen rechnet man in einzelnen Fällen auch nach Kubikfußen.

Im metrischen Maßsysteme ist für feste Körper die Einheit ein Kubikmeter, welcher aber Stere heißt (von στερεός, fest); für Flüßigkeiten ist die Einheit ein Kubikdecimeter, welcher den Namen Liter (von λίτρα, Pfund) führt.

§. 8.

Außer den hier angegebenen Maßen kommt in der Geodäsie noch das **Winkelmaß** vor, für welches, wie in der reinen Geometrie, die Einheit der rechte Winkel ist, den man meistens noch in 90 Grade, jeden Grad in 60 Minuten und jede Minute in 60 Secunden theilt; kleinere Theile hängt man den Sekunden in Decimalstellen an. Man pflegt diese Eintheilung die **Seragesimaltheilung** zu nennen. In neuerer Zeit wendet man auch die Decimaleintheilung beim Winkelmaße an, theilt also hiernach den rechten Winkel in 100 Grade, jeden Grad in 100 Minuten u. s. w.

4. Verwandlung der Maße.

§. 9.

1. Wenn man das Verhältnis der Längenmaße zweier Örter kennt, so ist es durch Hülfe der Verhältnisse der Zahlen leicht, das gegebene Maß des einen Ortes in das des anderen zu verwandeln. Bezeichnen m und n die Pariser Linien oder das metrische Maß, wodurch die Längenmaße der beiden Örter ausgedrückt sind, a die zur Verhältniszahl m gehörige gegebene Länge und x die zu n gehörige gesuchte Länge, so erhält man, da die Verhältniszahlen der Fuße, welche dieselbe Länge nach verschieden Maßen enthält, sich umgekehrt verhalten müßen, wie die Größen jener Maße,

$$n : m = a : x,$$

woraus $x = \frac{a.\ m}{n}$ folgt.

Beispiel. Wie viel betragen 125 Braunschweiger Fuß in Hannöverschem Maße, da ein Braunschweiger Fuß = 126,38''' und 1 Hannöverscher Fuß = 129,4844''' Pariser Maß ist?

$$x = \frac{125.\ 126,\ 38}{129,\ 4844} = 122,003\ ..$$

Anmerkung. Man sieht leicht, daß die Berechnung mit dem folgenden Kettenansatz übereinstimmt:

x Hannöv. F.	125 Br. F.
1 Br. F.	126,38''' P.
129,4844	1 Hann. F.

Zur Verwandlung des Decimal- und Duodecimal-Längenmaßes in einander dienen die Gleichungen

1° dc	=	1° ddc.
10′ dc	=	16′ ddc.
100″ dc	=	192″ ddc.
1000‴ dc	=	2304‴ ddc.

2. Da die Flächen der Quadrate sich wie die zweiten Potenzen ihrer Seiten verhalten, so wird, wenn die Zahlen m und n die vorhin angegebene Bedeutung behalten, a und x aber die zugehörigen Flächeneinheiten bezeichnen, die Verwandlung des Flächenmaßes eines Ortes in das eines andern durch die Gleichung

$$x = \frac{a. m^2}{n^2}$$

gegeben.

3. Zur Verwandlung der Körpermaße verschiedener Örter wird demnach die Gleichung

$$x = \frac{a. m^3}{n^3}$$

dienen, welche Verwandlung aber in der Praxis selten vorkommen möchte.

4. Zur Verwandlung der Decimaltheilung in die Sexagesimaltheilung des Winkelmaßes oder umgekehrt ist zu berücksichtigen, daß

100°	der Decimaltheilung	=	90° der Sexagesimaltheilung
10000′	" "	=	5400′ " "
1000000″	" "	=	324000 " "

sind.

Anmerkung. Zwei Tafeln zur Verwandlung beider Eintheilungen in einander finden sich in G. Schreiber's Vorlesungen über praktische Geometrie I. Karlsruhe, 1842.

§. 10.

Die folgende aus Aldefeld's Maße und Gewichte der deutschen Zollvereinsstaaten ꝛc., Stuttgart und Tübingen 1838, zusammengestellte Tafel enthält die Vergleichung des Längen- und Flächenmaßes einiger Länder und Örter.

Längenmaß					Flächenmaß	
Ein Fuß	Eine Elle	beträgt in Pariser Linien	beträgt in Meter	Eine Ruthe hält Fuß	Quadratruthen	betragen französische Aren
Baden	(Großherz.)	132,9888	0,3	10	400 = 1 Morgen	36
Baiern	. . . . . .	129,38	0,29186	10	400 = 1 — — (Juchert)	34,0727
	Baiern . .	369,2721	. . . . .	. . .	. . . .	. . . .
	Birkenfeld .	251,4307	0,5672	. . .	. . . .	. . . .
Böhmen	. . . . . .	131,3923	0,2964	. . .	. . . .	. . . .
Braunschweig	. . . . . .	126,38	0,2851	16	120 = 1 — —	25,0165
Bremen	. . . . . .	128,268	0,28935	16, 18, 20	. . . .	. . . .
Dänemark	. . . . . .	139,125	0,31385	10	. . . .	. . . .
England	. . . . . .	135,1142	0,3048	16	160 = 1 Acker; 1 = 25,291939 Cent.	. . . .
Frankfurt a. M. . . .	. . . . . .	126,162	0,28461	$12^1/_2$	160 = 1 Morgen	20,2507
Hamburg	. . . . . .	127.	0,2865	14 und 16	. . . .	. . . .
Hannover	. . . . . .	129,4844	0,2920947	16	120 1 — —	26,2101
Hessen-Kassel	. . . . . .	127,536	0,2877	. . .	. . . .	. . . .
der Feldfuß	. . . . . .	126,3	. . . . .	14	150 = 1 Acker	23,8653
Großherzogthum Darmstadt	. . . . . .	110,824	0,25	10	400 = 1 Morgen	25
Holstein	. . . . . .	127.	0,2865	. . .	. . . .	. . . .

Längenmaß					Flächenmaß	
Ein Fuß	Eine Elle	beträgt		Eine Ruthe hält Fuß	Quadratruthen.	betragen französische Aren
in		Pariser Linien	Meter			
Lippe Detmold	. . . . .	128,34	0,2895	16	160 = 1 Morgen	25,7488
Lippe Schaumburg	. . . . .	127,489	0,2876		. . . .	. . . .
Nassau	. . . . .	221,648	0,5	10	100 1 — —	25
Wien	. . . . .	140,1269	0,3161	10	1 Juchart =	57,5543
Oldenburg	. . . . .	131,3996	0,2964	18 / 20	324 = 1 Juck Feld	. . . .
Preußen	. . . . .	139,13	0,3130	12	180 = 1 Morgen	25,53221
Dresden	. . . . .	125,568	0,28320	. . .	300 = 1 Acker	. . . .
Leipzig	. . . . .	125,3	0,2827	8 und 12	300 = 1 Acker	55,1318
Altenburg	. . . . .	127,5	0,28762	. . .	. . . .	. . . .
	Sachsen Gotha	259,8095	0,5863	. . .	. . . .	. . . .
Sachsen Waimar	. . . . .	125	0,28198	10	140 = 1 Acker	28,497
Schweden	. . . . .	131,6	0,2968	. . .	. . . .	. . . .
Waldeck	. . . . .	129,6	0,2924	. . .	. . . .	. . . .
Würtemberg	. . . . .	127	. . . . .	10	381 = 1 Morgen	31,51746
	Würtemberg	272,288	0,6142	. . .	. . . .	. . . .

Belgien, Holland und die Lombardei haben das französische Maßsystem, Meklenburg-Schwerin und Strelitz das Hamburger Maß.

Anmerkung. Über die Maße anderer europäischer Länder vergleiche man Albefeld's Maße ꝛc. und Gehler's physikalisches Wörterbuch VI. und XI Artikel Maß.

Vierter Abschnitt.

Beschreibung der Meßwerkzeuge.

Erstes Kapitel.

Von den Werkzeugen, die zur Bezeichnung von Punkten und Linien und zur Meßung von Linien auf dem Felde dienen.

I. Werkzeuge zur Bezeichnung von Punkten.

§. 1.

Zur Bezeichnung der Endpunkte einer geraden Linie oder zum Abstecken derselben bedient man sich

1) der Absteckstäbe, Baken, Pikets, Jalons. Diese sind cylindrische, 6 bis 8 Fuß hohe und 1 — 1½ Zoll dicke Stäbe von Fichtenholz (am dauerhaftesten sind junge Eschen), die abwechselnd in etwa Längen von 1 Fuß mit schwarzer (oder rother) und weißer Ölfarbe angestrichen und unten mit einer eisernen Spitze versehen sind. Zum leichteren Erkennen derselben versieht man sie wohl noch mit einer aus rothem und weißem Zeuge verfertigten Fahne, die an einem dünneren Stäbchen befestigt ist und mit diesem in ein in den Absteckstab senkrecht gebohrtes Loch gesteckt wird.

2) Meßfahnen, eben solche, nur stärkere und etwa 12 bis 15 Fuß lange Stäbe, die an dem obersten Ende eine in 4 rothe und weiße Felder getheilte Platte von Holz oder Blech oder auch nur einen Rahmen von Holz tragen, der mit rothem und weißem Fahnentuch ausgespannt ist.

3) Zur Bezeichnung entfernter Punkte dienen eigentliche Signale, behauene Baumstämme von 20 — 25 Fuß Länge, die in die Erde gegraben und mit Streben versehen werden. Oben tragen sie einen den hölzernen Getrieben ähnlichen cylindrischen Körper, in welchen Strohwische eingebunden werden.

Signale, wie sie besonders zu Winkelmeßungen sich eignen, werden aus vier Baumstämmen gebildet, die zu einer abgestumpften Pyramide zusammengestellt werden. In einer Entfernung von etwa 8 Fuß von dem Erdboden an, werden sie nach oben hin auswärts mit Brettern beschlagen; die Mitte des die kleinere Grundebene der abgestumpften Pyramide bildenden Brettes trägt eine vertikal stehende Stange mit einem eben solchen cylindrischen Körper, wie er vorhin angegeben wurde. Die Größe dieser Signale richtet sich nach der Entfernung, in welcher sie noch sichtbar sein sollen. Da nun nach Abschnitt I. §. 38.*) die sichtbare Größe mindestens 30 Secunden betragen muß, um in der Entfernung a wahrgenommen zu werden, die sichtbare Größe also durch a tg. 30″ = a. 0,0001455 dargestellt wird, so muß den Signalen eine Höhe von $^1/_{6000}$ — $^1/_{7000}$ der Entfernung gegeben werden. Besonders ist aber bei der Wahl des Ortes des zu errichtenden Signals darauf zu achten, daß sie, von den anderen Richtpunkten gesehen, nicht die Erdoberfläche, sondern den Himmel zum Hintergrunde haben. Läßt sich dieß nicht erreichen, so muß man durch einen zweckmäßig gewählten grellen Anstrich die Sichtbarkeit hervorzubringen suchen. Bei minder ausgedehnten Aufnahmen dienen auch Kirchthürme, einzeln stehende Bäume, die bis zur Spitze von den Zweigen befreit werden u. dgl. m., zu Signalen.

4) Zur dauernden Bezeichnung der Endpunkte der Linien oder anderer Punkte dienen 1 — $1^1/_2$ Fuß lange Pflöcke, an welche mit Röthel Nummern geschrieben werden.

Anmerkung. Beim Hinstecken der Baken, Meßfahnen ꝛc. ist besonders darauf zu sehen, daß sie senkrecht in den Boden gesteckt werden.

Der Gaußische Heliotrop. Fig. 23.

§. 2.

Abgesehen von den Schwierigkeiten, mit welchen die Erbauung größerer Signale meistens verbunden ist, können sie wegen der ungleichen Beleuchtung doch nicht immer mit der Schärfe

*) Die Abschnitte sollen in dem Folgenden immer durch die großen römischen Ziffern bezeichnet werden.

wahrgenommen werden, die der jetzigen Vollkommenheit der mathematischen Meßwerkzeuge entspricht. Obgleich man früher die Signale durch Lampen mit parabolischen Hohlspiegeln bei Nacht erleuchtete, so war der dadurch erreichte Vortheil, wegen vieler anderer Schwierigkeiten verhältnißmäßig nur gering. Deshalb war es besonders für die höhere Geodäsie wichtig, um die oft mit großen Schwierigkeiten auszuführenden Signalisierungen zu erleichtern, durch den Heliotrop ein Mittel zu besitzen, das zurückgeworfene Sonnenlicht als Signal anwenden und dem entfernten Beobachter zuwerfen zu können. Dieß Werkzeug, welches 1821 von Gauß erfunden wurde und dessen Konstruktion sich auf den in I. §. 12. angegebenen Satz stützt, ist zwar eigentlich nur für Landesvermeßungen berechnet; da es aber auch in der niederen Geodäsie bei größeren Aufnahmen zuweilen mit Vortheil angewandt werden kann und auf seine Konstruktion andere auf kleinere Vermeßungen berechnete Modifikationen desselben sich stützen, so mag dasselbe hier beschrieben werden. ABCD ist ein massiver Träger, in dessen Lagern das Fernrohr EF liegt. Durch die beweglichen Deckel δ wird dasselbe mit starker Reibung festgehalten. In der Säule G, die mit dem Dreifuß H, H verbunden ist, findet sich eine Achse, die bei I durch eine Schraubenmutter festgestellt werden kann, oben aber mit dem Träger in Verbindung steht. Theils durch diese Achse, theils durch die Stellschrauben K des Dreifußes kann man das Fadenkreuz des Fernrohrs auf den Punkt richten, welchem das Sonnenbild zugeworfen werden soll. L ist ein mit einem Gegengewichte versehener Führungsstift, durch welchen das Fernrohr um seine Achse gedreht werden kann. An dem Objektivende des Fernrohrs sitzt ein Ansatz mit zwei Armen M und N, zwischen welchen der Spiegelrahmen OP um die Achse QQ′ sich drehen läßt und die beiden Planspiegel R und S enthält; diese sind hinten mit Platten und Federn verwahrt und können durch kleine Stellschräubchen a, b, c in eine Ebene gebracht werden. Diese Spiegel haben den Zweck, das Sonnenlicht nach dem entfernten Beobachter zu reflektieren. Rechtwinklicht gegen diese Spiegel ist der geschwärzte Spiegel T befestigt, der an seiner hinteren Seite einen Arm d mit einer Stellschraube e enthält, wodurch derselbe genau rechtwinklicht gegen die Spiegel R und S gestellt werden kann. Durch diesen Spiegel T wird dem am Heliotrop stehenden Beobachter das Sonnenbild

zugeworfen. Zur Drehung des Spiegelrahmens um seine Achse dient der zweite Führungsstift U. Endlich ist V eine auf der Drehungsachse QQ' senkrecht stehende Scheibe.

Zur Verbesserung eines etwa vorhandenen Fehlers der Drehungsachse des Fernrohrs gegen die Achse QQ', geht das eine Ende der letzteren durch eine andere in dem Arme MQ liegende konische Achse, gegen welche zwei Korrektionsschrauben f und g treten, um jene richtig stellen zu können.

Soll nun das Sonnenbild dem entfernten Beobachter zugeworfen werden, so richtet man das Fadenkreuz des Fernrohrs auf dessen Standort, dreht mittelst des Stifts L das Fernrohr um seine Achse, bis der von der Scheibe V herrührende Schatten eine Linie bildet, dreht darauf durch den Stift U die Spiegel um ihre Achse, bis das im Spiegel T entstandene Sonnenbild mit dem Durchschnitt der Kreuzfäden zusammenfällt; dann sieht der entfernte Beobachter in den Spiegeln R und S das reflektierte Sonnenbild (nach I. §. 12.).

Anmerkung. Da die Anschaffung mehrerer Heliotropen nicht unbedeutende Ausgaben erheischt, so wird durch die Verbindung desselben mit dem Fernrohre des Theodolithen, oder auch mit einem beliebigen anderen Fernrohre, wie sie nach der Angabe des Directors Stierlin in Münster möglich gemacht wird, wegen der geringeren Anschaffungs- und Transportkosten eine allgemeine Anwendung des Heliotropen möglich gemacht.

Die Einrichtung des Rahmens, in welchem das Spiegelsystem sich findet und auch die Art, wie das letztere beim Gebrauche gerichtet wird, ist wie beim Gaußischen. Der Ansatz, mit welchem die beiden den Spiegelrahmen tragenden Arme M und N (Fig. 23.) verbunden sind, enthält nach Innen ringförmige Gehäuse, durch welche drei Einsätze gehen, deren Enden mittelst Schrauben an die Fassung des Objektivs treten, wodurch die Verbindung des Heliotropen mit dem Fernrohre erreicht wird *).

*) Eine genauere Beschreibung dieses Stierlinschen Hülfsheliotropen findet sich in Breithaupt's Magazin mathematischer Instrumente, Heft 2.

Der Steinheil'sche Heliotrop. Fig. 24.

§. 3.

Eine noch größere Einfachheit bietet der Steinheil'sche Heliotrop dar, bei dessen Gebrauch indessen vorausgesetzt wird, daß man den Richtpunkt, nach welchem das Sonnenbild geworfen werden soll, sehen kann. Der Erfinder des Werkzeugs, Professor von Steinheil in München, ging bei der Konstruktion desselben von der Idee aus, dem Spiegel die Einrichtung zu geben, daß er zwei Bilder von der Sonne zeige, von denen das eine nach dem Richtpunkte geworfen werde, das andere weniger intensive nach der entgegengesetzten Richtung reflektiert und deshalb zur Orientierung des ersten dienen solle. Das weniger intensive wird dadurch erzeugt, daß die Sonnenstrahlen durch einen in der Mitte des Spiegels befindlichen kleinen nicht foliierten Kreis hindurchgehen, auf einen das Licht stark zerstreuenden Körper fallen, von der Rückseite der nichtfoliierten Stelle wieder reflektiert und von dem Auge als eine matt erleuchtete Scheibe wahrgenommen werden. Es ist daher ein Fernrohr an dem Werkzeuge entbehrlich. AB ist ein Metallrahmen, der um die bei C befindliche Achse sich drehen, durch die Schraube D aber sich feststellen läßt. Unterhalb desselben findet sich eine Schraube E, mittelst welcher das Werkzeug auf ein Stativ oder einen anderen feststehenden Gegenstand geschraubt werden kann. F ist ein ausgebohrter Würfel, der nach Unten einen hohlen cylindrischen Ansatz G enthält. In ihn passt das Schräubchen H, in dessen oberes ausgehöhltes Ende ein das Licht stark zerstreuender Körper, z. B. ein Stückchen Kreide gelegt wird. I, I' sind abgestumpfte Kegel, die mit dem Würfel verbunden sind und an den Enden cylindrische Zapfen tragen, deren Lager in A und B liegen. Um die Achse K, K' läßt sich der obere Theil des Werkzeuges drehen und durch die Schraube K feststellen. Mit dem Würfel ist durch einen kleinen cylindrischen Ansatz der Rahmen MN verbunden, der um die Achse aa gedreht und durch die Schraube O festgestellt werden kann. Dieser Rahmen trägt den um die Achse bb drehbaren Planspiegel P mit einer in seiner Mitte befindlichen nicht foliierten kreisförmigen Stelle, um den Sonnenstrahlen den Durchgang zu gestatten. Durch die Schraube Q läßt sich die

6*

Drehung aufheben. In der Mitte des unteren Theils des Rahmens MN endlich befindet sich eine Glaslinse, durch welche die durch die unbelegte kreisförmige Stelle auffallenden Sonnenstrahlen auf der in ihrem Brennpunkte liegenden Kreide ein Sonnenbild erzeugt wird.

Der Gebrauch dieses Werkzeugs ist folgender. Nachdem man dasselbe an dem Orte, von welchem das Sonnenlicht reflektiert werden soll, befestigt hat, dreht man das Werkzeug um die Achse C, daß der Spiegel der Sonne zugekehrt ist, dreht ferner den oberen Theil um die Achse KK' so weit, bis die Verlängerung der Achse aa' die Sonne trifft. Wird nun der Spiegel um seine Achse bb', zugleich aber das ganze Werkzeug um C so weit gedreht, daß die durch die kreisförmige unbelegte Stelle dringenden Sonnenstrahlen die Glaslinse treffen, wobei diese sich als eine kleine helle Scheibe zeigt, so wird die Achse C festgestellt. Hält man nun das Auge hinter die nicht foliierte Glasstelle, so sieht man das durch die Kreide und Glaslinse erzeugte Sonnenbild als eine in der Luft schwebende helle runde Scheibe. Durch Drehung des Spiegels um seine Achse bb' und des Spiegelrahmens um die Achse aa' bringt man nun das fortwährend beobachtete Sonnenbild nach dem Punkte, wohin es reflektiert werden soll.

Indem man also mit diesem Heliotrop aus A, in welchem Punkte zugleich der Theodolith aufgestellt gedacht werden muß, das Licht nach den beiden Winkelpunkten B und C sendet, giebt man den dort stehenden Gehülfen den Richtpunkt an, nach welchem sie ihre Heliotrope zu richten haben, um deren Sonnenbilder als Signale bei der in A vorzunehmenden Winkelmeßung benutzen zu können.

II. Werkzeuge, zur Bestimmung von Vertikal- und Horizontallinien.

1. Das Loth.

§. 4.

In seiner einfachsten Gestalt besteht es aus einem mit einem Gewichte beschwerten feinen Faden, der freihängend die vertikale

Richtung anzeigt. In dieser Gestalt wendet man es beim senkrechten Aufstellen der Baken, Signale, Distanz- und Nivellierlatten u. s. w. an.

Zur genauen Aufstellung astronomischer Werkzeuge, mit denen Zenithdistanzen gemeßen werden sollen, besteht es aus einem feinen Silberfaden und einem cylindrischen Gewichte, welches man in ein Gefäß mit reinem Waßer hängen läßt, um die durch den Luftzug verursachten Schwankungen zu verhindern.

2. Der Gradbogen oder die Wage der Markscheider. Fig. 25.

§. 5.

Er besteht aus einem Halbkreise ACB von dünnem federhartem Messingblech, der in zwei Quadranten und von denen jeder wieder in Viertelgrade getheilt ist. Aus dem Mittelpunkte M hängt ein mit einem Gewichte beschwertes Menschenhaar herab, das bei horizontaler Lage des Durchmeßers mit dem Nullpunkte der Theilungen zusammenfällt. An den Enden des Durchmeßers finden sich zwei nach entgegengesetzten Seiten sich öffnende Haken zum Anhängen an eine feine Schnur, die daher horizontal ist, wenn das Loth mit 0 zusammenfällt. Mittelst der Theilung laßen sich daher auch die Neigungswinkel von Linien gegen eine Horizontale angeben. Um das Herabgleiten des Gradbogens an geneigten Schnüren zu verhindern, haben die Haken Einschnitte, durch welche kleine zugespitzte Keile von Holz oder Knochen gesteckt werden.

3. Die Libelle (Waßerwage, das Niveau). Figg. 26—29.

§. 6.

Die Konstruktion und der Gebrauch der Libelle beruht darauf, daß in einem verschloßenen Gefäße, welches zwei Flüßigkeiten von verschieden specifischem Gewichte enthält, z. B. Luft und Weingeist oder Schwefeläther, die leichtere immer die höchste Stelle einnehmen wird.

Man hat zwei Arten: Röhrenlibellen und Dosenlibellen; aber nur die ersteren dienen eigentlich zur Horizontalstellung von Linien, während die letzteren zur Horizontalstellung

Zur Verwandlung des Decimal- und Duodecimal-Längenmaßes in einander dienen die Gleichungen

1^{0} dc = 1^{0} ddc.
$10'$ dc = $16'$ ddc.
$100''$ dc = $192''$ ddc.
$1000'''$ dc = $2304'''$ ddc.

2. Da die Flächen der Quadrate sich wie die zweiten Potenzen ihrer Seiten verhalten, so wird, wenn die Zahlen m und n die vorhin angegebene Bedeutung behalten, a und x aber die zugehörigen Flächeneinheiten bezeichnen, die Verwandlung des Flächenmaßes eines Ortes in das eines andern durch die Gleichung

$$x = \frac{a.\ m^2}{n^2}$$

gegeben.

3. Zur Verwandlung der Körpermaße verschiedener Örter wird demnach die Gleichung

$$x = \frac{a.\ m^3}{n^3}$$

dienen, welche Verwandlung aber in der Praxis selten vorkommen möchte.

4. Zur Verwandlung der Decimaltheilung in die Sexagesimaltheilung des Winkelmaßes oder umgekehrt ist zu berücksichtigen, daß

100^{0}	der Decimaltheilung		=	90^{0}	der Sexagesimaltheilung	
$10000'$	"	"	=	$5400'$	"	"
$1000000''$	"	"	=	324000	"	"

sind.

Anmerkung. Zwei Tafeln zur Verwandlung beider Eintheilungen in einander finden sich in G. Schreiber's Vorlesungen über praktische Geometrie I. Karlsruhe, 1842.

§. 10.

Die folgende aus Aldefeld's Maße und Gewichte der deutschen Zollvereinsstaaten 2c., Stuttgart und Tübingen 1838, zusammengestellte Tafel enthält die Vergleichung des Längen- und Flächenmaßes einiger Länder und Örter.

Längenmaß				Eine Ruthe hält Fuß	Flächenmaß	
Ein Fuß	Eine Elle	beträgt			Quadratruthen	betragen französische Aren
in		Pariser Linien	Meter			
Baden	(Großherz.)	132,9888	0,3	10	400 = 1 Morgen	36
Baiern	. . . . . .	129,38	0,29186	10	400 = 1 — — (Juchert)	34,0727
	Baiern . .	369,2721	. . . . .	. . .	. . . .	. . . .
	Birkenfeld .	251,4307	0,5672	. . .	. . . .	. . . .
Böhmen	. . . . . .	131,3923	0,2964	. . .	. . . .	. . . .
Braunschweig	. . . . . .	126,38	0,2851	16	120 = 1 — —	25,0165
Bremen	. . . . . .	128,268	0,28935	16, 18, 20	. . . .	. . . .
Dänemark	. . . . . .	139,125	0,31385	10	. . . .	. . . .
England	. . . . . .	135,1142	0,3048	16	160 = 1 Acker; 1 = 25,291939 Cent.	. . . .
Frankfurt a. M. . . .	. . . . . .	126,162	0,28461	$12^1/_2$	160 = 1 Morgen	20,2507
Hamburg	. . . . . .	127.	0,2865	14 und 16	. . . .	. . . .
Hannover	. . . . . .	129,4844	0,2920947	16	120 1 — —	26,2101
Hessen-Kassel	. . . . . .	127,536	0,2877	. . .	. . . .	. . . .
der Feldfuß	. . . . . .	126,3	. . . . .	14	150 = 1 Acker	23,8653
Großherzogthum Darmstadt	. . . . . .	110,824	0,25	10	400 = 1 Morgen	25
Holstein	. . . . . .	127.	0,2865	. . .	. . . .	. . . .

Längenmaß: Ein Fuß … in	Eine Elle in	beträgt: Pariser Linien	beträgt: Meter	Eine Ruthe hält Fuß	Flächenmaß: Quadratruthen.	betragen französische Aren
Lippe Detmold	. . . . .	128,34	0,2895 }	16	160 = 1 Morgen	25,7488
Lippe Schaumburg . . .	. . . . .	127,489	0,2876 }		. . . .	. . . .
Nassau	. . . . .	221,648	0,5	10	100 1 — —	25
Wien	. . . . .	140,1269	0,3161	10	1 Juchart =	57,5543
Oldenburg	. . . . .	131,3996	0,2964	{ 18 { 20	324 = 1 Juck Feld	. . . .
Preußen	. . . . .	139,13	0,3139	12	180 = 1 Morgen	25,53224
Dresden	. . . . .	125,568	0,28326	. . .	300 = 1 Acker	. . . .
Leipzig	. . . . .	125,3	0,2827	{ 8 und { 12	300 = 1 Acker	55,1318
Altenburg	. . . . .	127,5	0,28762	. . .	. . . .	. . . .
	Sachsen Gotha	259,8995	0,5863	. . .	. . . .	. . . .
Sachsen Waimar . . .	. . . . .	125	0,28198	16	140 = 1 Acker	28,497
Schweden	. . . . .	131,6	0,2968	. . .	. . . .	. . . .
Waldeck	. . . . .	129,6	0,2924	. . .	. . . .	. . . .
Würtemberg	. . . . .	127	. . . . .	10	384 = 1 Morgen	31,51745
	Würtemberg	272,288	0,6142	. . .	. . . .	. . . .

Belgien, Holland und die Lombardei haben das französische Maßsystem, Meklenburg-Schwerin und Strelitz das Hamburger Maß.

Anmerkung. Über die Maße anderer europäischer Länder vergleiche man Aldefeld's Maße ꝛc. und Gehler's physikalisches Wörterbuch VI. und XI Artikel Maß.

Vierter Abschnitt.

Beschreibung der Meßwerkzeuge.

Erstes Kapitel.

Von den Werkzeugen, die zur Bezeichnung von Punkten und Linien und zur Meßung von Linien auf dem Felde dienen.

I. Werkzeuge zur Bezeichnung von Punkten.

§. 1.

Zur Bezeichnung der Endpunkte einer geraden Linie oder zum Abstecken derselben bedient man sich

1) der Absteckstäbe, Baken, Pikets, Jalons. Diese sind cylindrische, 6 bis 8 Fuß hohe und 1 — 1½ Zoll dicke Stäbe von Fichtenholz (am dauerhaftesten sind junge Eschen), die abwechselnd in etwa Längen von 1 Fuß mit schwarzer (oder rother) und weißer Ölfarbe angestrichen und unten mit einer eisernen Spitze versehen sind. Zum leichteren Erkennen derselben versieht man sie wohl noch mit einer aus rothem und weißem Zeuge verfertigten Fahne, die an einem dünneren Stäbchen befestigt ist und mit diesem in ein in den Absteckstab senkrecht gebohrtes Loch gesteckt wird.

2) Meßfahnen, eben solche, nur stärkere und etwa 12 bis 15 Fuß lange Stäbe, die an dem obersten Ende eine in 4 rothe und weiße Felder getheilte Platte von Holz oder Blech oder auch nur einen Rahmen von Holz tragen, der mit rothem und weißem Fahnentuch ausgespannt ist.

3) Zur Bezeichnung entfernter Punkte dienen eigentliche Signale, behauene Baumstämme von 20 — 25 Fuß Länge, die in die Erde gegraben und mit Streben versehen werden. Oben tragen sie einen den hölzernen Getrieben ähnlichen cylindrischen Körper, in welchen Strohwische eingebunden werden.

desselben sitzen in Entfernungen von 90°, auch wohl von 45°, einige Zoll hohe Vertikalspalten, von welchen die eine a zum Durchsehen dient, also sehr schmal ist, die gegenüberstehende breitere, b, aber einen ausgespannten Faden enthält. Der Boden des Cylinders trägt wieder die Hülse H zum Aufsetzen auf den Stab S.

Einige andere Konstruktionen, die von den hier angegebenen wesentlich nicht abweichen, mögen hier übergangen werden.

Anmerkung. Nach den von Stampfer angestellten und im XVIII. Bande der Jahrbücher des polytechnischen Instituts in Wien, mitgetheilten Untersuchungen sind wegen der Statt findenden Inflexion des Lichts und der beim Visieren entstehenden parallaktischen Winkel runde Okularöffnungen vortheilhafter als spaltenförmige Einschnitte. Bei den letzteren ist hinsichtlich der Breite zugleich die Länge des Lineals zu berücksichtigen, auf welchem die Dioptern stehen. Die Öffnung kann bei einer Länge von 8 — 10 Zoll, 0,3 Linien und wenn jene noch unter 18 Zoll ausmacht, 0,4 Linien betragen. Die Dicke des Objektivfadens darf nur eine solche sein, daß er dem freien Auge unter einem Winkel von 1 bis höchstens 2 Minuten erscheint. Auch erhellet leicht, daß die Diopteru einen Vorzug verdienen, bei welchen Faden und Öffnung an den Enden einer Röhre oder eines hohlen Parallepipedums angebracht sind, weil dadurch das seitwärts auffallende Licht abgehalten wird.

2. Das Fallon'sche Spiegellineal. Figg. 34. und 35.

§. 11.

Ein Lineal AB, Fig. 34., von Holz von etwa 10 Zoll Länge und 1½ Zoll Breite trägt an dem einen Ende ein mit einem Charnier versehenes Okulardiopter BC, an dem anderen findet sich ein ebenfalls mit einem Charnier versehener Metallrahmen D mit einem Spiegel, dessen obere Hälfte d aber nicht foliiert und eine in der Mitte senkrecht eingerißene Linie l enthält, welche als Objektivdiopter dient. Der Spiegelrahmen läßt sich auf einer kleinen Metallplatte m, die auf dem Lineale befestigt ist, um seine Diopterlinie als Achse drehen und namentlich so stellen, daß die Spiegelfläche mit der Platte des Okulardiopters

einen Winkel von 45° bildet, zu welchem Zwecke die genannte Platte die erforderlichen Theilstriche enthält.

Bezeichnet also ab, Fig. 35, das gegen das Okulardiopter cd unter 45° gestellte Objektivdiopter und sieht das hinter cd befindliche Auge O in der Richtung OA durch den nichtbelegten Theil des Spiegels längs der durch C gehenden Mittellinie desselben das Objekt A, in dem Spiegel aber durch Reflexion das Objekt B, so folgt aus I. §. 10., daß ACB = R ist.

Anmerkung. Dieß Werkzeug ist 1802 von dem Österreichischen Oberstlieutnant Fallon angegeben worden und trägt nach ihm seinen Namen.

IV. Werkzeuge zur Meßung von Linien.

1. Die Meßkette. Fig. 36.

§. 12.

Die Meßkette hat bei uns immer eine Länge von 5 Ruthen und besteht aus einzelnen Gliedern, h, von weichem Eisendrath von etwa $1^1/_2$ Linien Dicke, die an den Enden hakenförmig umgebogen und durch Metallringe so mit einander verbunden sind, daß die Entfernung von der Mitte des einen Ringes bis zur Mitte des anderen einem Decimalfuß gleich ist. Die Ruthen und halben Ruthen sind durch größere Ringe A oder s. g. Wirbel B bezeichnet; durch Querriegel in denselben ist wohl noch die Zahl der Ruthen bemerklich gemacht. An jedem Ende ist ein größerer Ring C befestigt, durch welchen sich ein etwa 5 Fuß langer Kettenstab D, Fig. 36. a., stecken läßt und wie der Stab zum Winkelkreuz eingerichtet ist.

Damit die Haken der Glieder bei der ausgespannten Kette immer dieselbe Stelle der Ringe berühren, also eine Veränderung in der Kettenlänge bei verschiedenen Kettenzügen dieselbe bleibt, hat man wohl die Ringe mit ellipsenförmigen Stücken Messing vertauscht C′, C″, die in der Richtung der großen Achse zwei Löcher zur Aufnahme der Haken enthalten. Indessen ist der Gebrauch solcher Ketten weniger bequem.

Zum Bezeichnen der Endpunkte der Kettenzüge dienen 10 Markierstäbchen von Holz oder Eisen, c, d, Fig. 36. b., die

an eisernen Haken oder in ledernen Köchern, an Tragriemen aufbewahrt werden.

Zur leichteren Berichtigung der Meßkette giebt man derselben folgende Einrichtung:

An den Enden der Ruthen enthalten die Wirbel außer dem mittleren Riegel noch zwei Querriegel a und b; durch das vordere Stück c, welches sich in der Mitte zu einer kleinen Scheibe ausdehnt, geht eine Eisenstange d. Der hintere Theil derselben geht durch den Wirbelring e und ist, wie gewöhnlich, mit einem Knopfe vernietet; das vordere Ende enthält Schraubengänge, welche durch a gehen. Zur Feststellung dient die Mutter f und zur Nichtverrückung die Gegenmutter g.

Anmerkung. Diese Konstruktion hat Berlin angegeben. Vergleiche Grunert's Archiv der Mathematik und Physik IV. Greifswald, 1844.

§. 13.

Ähnlichkeit mit der Meßkette hat die aus dreifachen dünnem Messingdraht zusammengedrehte, an den Enden der Fuße und Ruthen mit kleineren und größeren Ringen und Wirbeln versehene Kette, die ihrer größeren Leichtigkeit wegen auf sehr unebenem Boden und auch bei der Meßung von Linien an steilen Abhängen mit Vortheil zu gebrauchen ist. Sie scheint besonders am Harz angewandt zu werden. Man wickelt sie auf eine Rolle, um sie bequem gebrauchen und mit sich führen zu können.

2. Das Meßband und die Meßschnur.

§. 14.

Das Meßband ist ein etwa 3/4 Zoll breites leinenes Band, das längere Zeit in Leinölfirniß gelegen und darauf in Wachs gesotten ist, um es der Einwirkung der Feuchtigkeit der Atmosphäre möglichst zu entziehen. Es ist meistens seiner ganzen Länge nach in Fuße und Zolle nach dem Duodecimalmaß eingetheilt, da man sich desselben fast nur bei der Aufnahme von Baulichkeiten bedient.

Die Meßschnur, eine 5 bis 10 Ruthen lange und etwa 1 bis 2 Linien dicke Schnur von Hanf, ebenfalls in Öl und

Wachs gesotten. Sie wird zweckmäßig zur Bezeichnung der Richtungen gerader Linien, deren Länge durch Meßstangen bestimmt werden soll, angewandt.

Beide Werkzeuge werden ebenfalls zur sicheren Aufbewahrung und des bequemeren Gebrauchs wegen auf Rollen gewickelt.

3. Die Meßstäbe oder Meßstangen. Fig. 37.

§. 15.

Bei der Meßung der Grundlinie eines trigonometrischen Dreiecksnetzes für eine größere Flur, z. B. bei der Vermeßung einer größeren Feldmark, ausgedehnter Forsten u. dgl., wobei man schon eine Genauigkeit von wenigstens $1/5000$ verlangen muß, kann man sich nicht mehr der Meßkette bedienen. Man wendet dazu Meßstäbe oder Meßstangen von Glas, Metall oder Holz an. Obgleich das Glas sich am wenigsten durch die Wärme ausdehnt, so steht doch die leichte Zerbrechlichkeit seiner Anwendung entgegen. Metalle bieten den Vorzug dar, daß bei ihnen die Ausdehnung durch die Wärme nicht nur regelmäßig erfolgt, sondern auch die Gesetze darüber genau bekannt sind. Ihrer bedient man sich aber vorzüglich nur bei den Gradmeßungen oder den Vermeßungen eines ganzen Landes. Des Holzes kann man sich aber auch bei den nicht zu weit ausgedehnten größeren Vermeßungen bedienen, da seine Ausdehnung durch die Wärme nur unmerklich erfolgt und dasselbe vor den Einwirkungen der atmosphärischen Feuchtigkeit durch Anwendung von Leinölfirniß und Überstreichen mit Ölfarben gesichert werden kann. Am meisten möchte das Mahagoniholz, oder auch das Holz des populus dilatata sich eignen; allein wegen der Schwierigkeit, lange Stangen davon zu erhalten, wird man auf das Tannenholz beschränkt sein; von diesem verdient aber wohl das von Pinus picea L. den Vorzug.

Zuvörderst sind aber die anzuwendenden Meßstangen mit einem Normalmaßstabe auf's sorgfältigste zu vergleichen. Man wendet dazu eigene Vorrichtungen an, die man Komparateure nennt.

Ein Meßstangen-Apparat, wie ihn Schreiber in seinen Vorlesungen über praktische Geometrie beschreibt und der nach

eigenen Erfahrungen bei der Meßung der Basis einer größeren Fluraufnahme die erforderliche Genauigkeit gewährt, ist folgender:

AB ist die Meßstange von 1 Ruthe Länge, einige Zoll Breite und 1/2 bis 3/4 Zoll Dicke. Bei C und D sind mit der Stange zwei Metallplatten verbunden, an welche etwa 5 Zoll lange Metallhülsen gelöthet sind; durch diese gehen 4 — 5 Fuß hohe Eschenstäbe E und F, an welchen sich die Meßstange auf- und niederschieben und, nachdem sie eine horizontale Lage hat, durch Druckschrauben e, e, f, f, feststellen läßt. Zur Horizontalstellung dient eine auf der Mitte der Stange befestigte Setzwage G. Unten haben die Stäbe E und F eiserne Füße und einen Querriegel zum Auftreten. Das vordere Ende A der Meßstange hat eine Metallkappe, die sich in ihrer Mitte in einen Halbcylinder endigt und dessen äußerste Seitenlinie den Endpunkt der Länge der Stange bezeichnet. An dem anderen Ende B läßt sich in einer auf der Stange befestigten Metallfaßung ein Prisma von Stahl bewegen, das bei H rechtwinklicht gebogen ist und an der äußeren Seite ebenfalls in einen Halbcylinder ausläuft. Durch ein Getriebe g ist feine eine Einstellung des Prismas möglich. Die Meßstange ist in Fuße, Zoll und Linien getheilt und der Anfangspunkt der Theilung fällt mit der äußersten scharfen Kante der auf der Stange liegenden Faßung zusammen. Um die Länge des Auszuges des Stahlprismas mit Schärfe beurtheilen zu können, enthält letzteres noch eine Theilung in Viertellinien, deren Inder mit dem 0punkte der Theilung der Stange zusammenfällt. Zum Einlothen auf den Anfangspunkt der zu meßenden Linie läßt sich am Ende des Halbcylinders H ein Loth einhängen.

§. 16.

Zum Meßen der Ordinaten der krummen Linien (der s. g. Überschläge) dienen 1/2 Ruthe lange Meßstäbe, die in Decimalfuße und Zolle getheilt sind; man nimmt sie etwa 2 Zoll breit und 1/2 — 3/4 Zoll dick.

Zur Bestimmung der Zolle bei dem letzten Kettenzuge einer mit der Meßkette gemeßenen Linie wendet man entweder die vorhin genannte halbe Ruthe, oder auch einen prismatischen Stab von Holz an, der 1 Decimalfuß Länge hat und in Zolle getheilt ist.

Bei der unmittelbaren Meßung der Linien, die theilweise über beträchtliche Erhöhungen und Vertiefungen gehen, bedient man sich bei der später anzugebenden s. g. Staffelmeßung zweier Meßstangen von 1 Ruthe Länge und den vorhin angegebenen Dimensionen, die ebenfalls in Fuße und Zolle getheilt sind.

4. Der Distanzmeßer. Figg. 38. — 40.

§. 17.

Schon im 15. Jahrhundert war zwar der Versuch gemacht, Entfernungen aus einem Standpunkte zu meßen, indessen verdanken wir die Einrichtung des Distanzmeßers erst Brander in Augsburg und Frauenhofer in München.

Die Theorie des Werkzeugs beruht auf dem in I. §. 39. angegebenen Satze, daß die Entfernungen desselben Gegenstandes sich umgekehrt verhalten, wie die Tangenten der zugehörigen halben Sehwinkel. Ist nämlich pq in Fig. 38. das physische Bild eines Gegenstandes PQ in der Nähe des Brennpunktes des Objektivs eines Fernrohrs und finden sich am Fadenkreuze desselben so zwei Horizontalfäden, daß diese durch p und q gehen, so erscheint PQ unter dem Sehwinkel POQ. Kommt nun PQ nach P′Q′, so werden die Horizontalfäden von dem Gegenstande, z. B. einem senkrecht aufgerichteten Stabe, ein Stück AB abschneiden, welches das Maß für die Entfernung OC′ ist. Wäre also der Stab der Länge nach eingetheilt und AB ein beliebiges Vielfaches eines aliquoten Theiles von PQ, so würde, wenn PQ und OC bekannt wäre,

$$OC' = \frac{AB}{PQ} \cdot OC$$

sein. Hieraus ergiebt sich also, daß das Fernrohr zu Bestimmungen der Entfernungen aus einem Standpunkte dienen kann und ein so eingerichtetes Fernrohr heißt ein Distanzmeßer. Da aber nach I. §. 29. beim Näherrücken des Gegenstandes das Bild desselben sich dem Okular nähert, also, um deutlich wahrgenommen zu werden, die Okularröhre weiter ausgezogen werden muß, so ergiebt sich auch zugleich, daß dann der Sehwinkel sich etwas verkleinern und daher auch das auf dem genannten Stabe durch die Horizontalfäden abgeschnittene Stück kleiner als AB

ausfallen muß, mithin die vorhin erwähnte Eintheilung, innerhalb gewißer Gränzen wenigstens, keine gleichmäßige sein kann, wenn man überall auf die richtige Entfernung schließen will.

§. 18.

Das Fadenkreuz des Distanzmeßers besteht gewöhnlich aus einem Vertikal- und aus drei gleichweit entfernten Horizontalfäden. Von den letzteren dienen die beiden äußersten zum Ablesen der Entfernungen, der mittlere aber mit dem Vertikalfaden zum Einvisieren. Außer diesem Fernrohre bedarf man noch einer 10 — 15 Fuß hohen Distanzlatte, auf welcher die Eintheilung mit Hülfe des Fernrohrs, wie später angegeben wird, zu bestimmen ist.

Die Entfernung der Horizontalfäden richtet sich begreiflicherweise theils nach dem Maximum der Entfernung, theils nach der Vergrößerung und dem Gesichtsfelde des Fernrohrs.

Auch hat das Fernrohr entweder feste, unbewegliche, oder verschiebbare Fäden. In dem ersten Falle sitzen die (beiden äußersten) Horizontalfäden auf demselben flachen Ringe, auf welchem das eigentliche Fadenkreuz sich findet (I. §. 46.). Im zweiten Falle aber sitzt jeder dieser Fäden auf der Unterfläche eines Schiebers A, A' in Fig. 39., der auf dem Ringe B des mittleren Fadenkreuzes, längs der beiden kreissegmentförmigen Platten C, C' mittelst der Stellschrauben D, D' und durch Spannung der gegen die beiden Schräubchen E, E' tretenden Stahlfeder F sich verschieben läßt.

Distanzmeßer mit verschiebbaren Fäden bieten freilich den Vortheil dar, daß sie für alle Distanzlatten gestellt werden können; auch beim Zerreißen des einen Fadens, der neue, wenn er auch nicht genau die Stelle des vorigen erhält, durch den betreffenden Schieber in die richtige Lage gebracht werden kann; allein durch weite Transporte geben oft die Stellschrauben etwas nach, wodurch die Stellung der Fäden verändert wird. Außerdem erfordert die Anwendung eines Distanzmeßers mit verschiebbaren Fäden für jede anders getheilte Latte eine weitläufige Korrektion. Dagegen gestattet ein Fernrohr mit festen Fäden auch nur die Anwendung der Distanzlatte, welche für dasselbe getheilt wurde.

§. 19.

Zu der Distanzlatte nimmt man eine aus gut ausgetrocknetem Fichten- oder Tannenholze verfertigte Latte von 4 — 5 Zoll Breite und 3/4 Zoll Dicke. Die Länge richtet sich nach der Entfernung der Horizontalfäden von einander und nach dem Maximum der zu bestimmenden Entfernung. Unten ist sie mit einem eisernen Fuße und in etwa 4 Fuß Höhe mit ein Paar Handgriffen versehen. An der Hinterfläche befindet sich ein Loth zum Vertikalstellen; oder Statt dessen an der einen Seitenebene ein Visier, dessen Visierlinie normal auf der Kante der Latte steht, und wodurch nach dem Objektive des Distanzenmeßers gezielt wird, um der Latte immer einerlei Neigung gegen die Sehlinie zu geben.

Zur Eintheilung einer Distanzlatte bei einem Distanzmeßer mit festen Fäden bezeichnet man den etwa in 1/2 — 1 Fuß Entfernung vom Ende der Latte angenommenen Nullpunkt auf erkennbare Weise, mißt von dem Standpunkte des Distanzmeßers auf einer Ebene 5 Ruthen ab, stellt an dem Ende derselben die Latte senkrecht (oder mit dem Visier nach dem Objektiv des Fernrohrs gerichtet) auf, richtet den einen Horizontalfaden auf den markierten Nullpunkt und läßt ein auf der Latte verschiebbares Zeichen dahin schieben, wohin der andere Faden zeigt und bemerkt den Punkt auf der Latte nebst der bezeichnenden Entfernung. Auf dieselbe Weise markiert man die Theile für 6, 7 . . . . 10 Ruthen Entfernung; von da an aber nur alle 5 oder 10 Ruthen Abstände. Darauf untersucht man die erhaltene Theilung nochmals mit dem Zirkel, gleicht auch noch kleine Unregelmäßigkeiten aus und theilt dann noch von Ruthe zu Ruthe ein. Endlich läßt man die Latte durch Anstrich mit Ölfarbe, etwa wie Fig. 40. zeigt, ausführen. Zum Ablesen der Zehntelruthen bei zu bestimmenden Entfernungen dienen die seitwärts angegebenen Theilungen.

§. 20.

Will man einen Distanzmeßer mit verschiebbaren Fäden nach einer so konstruierten, oder auch gleichmäßig eingetheilten Distanzlatte, die z. B. für 60 Ruthen Entfernung bestimmt ist, justieren, so stelle man sich mit dem ersteren in dem einen Endpunkte der 60 Ruthen langen Linie, mit der Distanzlatte in dem

anderen Endpunkte auf, richte nun den mittelsten der drei Horizontalfäden auf das Zeichen 30 ein und bringe mittelst der Stellschrauben die beiden äußersten Fäden auf 0 und 60. Nun läßt man noch die Latte von 5 zu 5 oder 10 zu 10 Ruthen nach dem Anfangs- und Endpunkte der 60 Ruthen langen abgemeßenen Linie aufstellen, liest jedesmal die Distanz an der Latte ab und notiert sie. Die Verschiedenheit zwischen dem der bestimmten Entfernung zugehörigen und auf der Latte vorhandenen und zwischen dem abgelesenen Theilstriche muß dann bei jeder Entfernungsbestimmung berücksichtigt werden, weshalb man die erhaltenen Differenzen in eine Tabelle trägt.

Anmerkung. Außer dem hier beschriebenen Distanzmeßer hat man zum Theil schon in früherer Zeit, als er von Frauenhofer und Reichenbach eingeführt wurde, andere Werkzeuge zum Meßen der Entfernungen aus einem Standpunkte vorgeschlagen, von denen nur das Paceccianische Pantometrum, der Brandersche Distanzmeßer und der Diastimeter von Romershausen genannt werden mögen, deren Beschreibung aber, da sie nie bedeutenden Eingang bei praktischen Meßungen sich verschafft haben, hier übergangen wird.

Man vergleiche in dieser Hinsicht Netto's Handbuch der Vermeßungskunde I., Berlin, 1820, S. 213. und J. T. Mayer's vollständiger und gründlicher Unterricht zur praktischen Geometrie, Göttingen, 1816, II. 329.

Zweites Kapitel.

Beschreibung der Werkzeuge, die zur Meßung der Winkel auf dem Felde dienen.

§. 21.

1. Alle geodätischen Werkzeuge, mit denen man die Größe eines Horizontal-, Vertikal- und schiefgeneigten Winkels auf dem Felde bestimmen kann, nennt man Winkelmeßer oder Goniometer (von γωνία, Winkel und μέτρειν), die theils nach ihrer verschiedenen Konstruktion, theils nach der Art, wie damit die Winkel bestimmt werden, verschiedene Namen führen.

2. Bei den meisten Winkelmeßoperationen muß dem Winkelmeßer, in einer zum Observieren bequemen Höhe, eine feste Stellung gegeben werden können. Hierzu dient das Stativ. Dann muß aber bei Horizontalmeßungen (Einleitung §. 3.) der Winkelmeßer eine horizontale Lage anzunehmen gestatten. Mit dem Stativ muß demnach eine Vorrichtung zur Horizontalstellung verbunden werden können.

3. Aus dem Begriffe der Winkelbestimmung folgt aber, daß auf dem Winkelmeßer nicht allein die Richtung der Schenkel des zu meßenden Winkels muß angegeben oder erkannt werden können, sondern auch, daß er in diese Lagen durch Drehung um eine Vertikalachse muß zu bringen sein. Die erste Forderung, die bei jedem Winkelmeßer ohne Ausnahme muß erfüllt werden können, wird durch die Absehen, Dioptern oder durch das Fernrohr mit dem Fadenkreuz erreicht; die zweite aber durch eine eigene, mit der Horizontalstellungsvorrichtung verbundene, aber unabhängig davon bestehende Vorrichtung zur Horizontal- oder Achsendrehung.

4. Bei fast allen Winkelmeßern verlangt man die Größe des zu bestimmenden Winkels im Gradmaß durch Zahlen angeben zu können. Diese Winkelmeßer müßen daher einen nach Graden und Gradtheilen eingetheilten Kreisrand besitzen, welchen man den Limbus nennt; die Bestimmung noch kleinerer Theile geschieht durch eigene Vorrichtungen, die den Namen Nonius oder Vernier führen; in einzelnen Fällen geschieht es auch durch die Mikrometerschraube. Bei der Bestimmung der Horizontalwinkel heißt der eingetheilte Kreis der Horizontal- auch Azimuthalkreis, bei Vertikalwinkeln Höhenkreis. Die Nonien finden sich bei den vollkommneren Werkzeugen meistens auf einem eigenen Kreise, welcher der Nonien— auch Alhidadenkreis genannt wird.

5. Bei Vertikalwinkelbestimmungen muß eine Bewegung um eine Horizontalachse Statt finden können; während aber beim Meßen der Horizontalwinkel der Alhidadenkreis um die Vertikalachse sich bewegt, findet bei Vertikalwinkelbestimmungen die Drehung um die Horizontalachse meistens beim Höhenkreise Statt.

6. Sehr kleine Winkel endlich mißt man auch wohl durch s. g. Mikrometer, die auf der Okularblendung des Fernrohrs angebracht sind.

7 *

§. 22.

Was die Eintheilung der Winkelmeßer anlangt, so kann man solche, bei denen durch ein direktes Visiren nach den Objekten das Maß eines Winkels gefunden wird und die deshalb eines Stativs nicht entbehren können, unterscheiden von denen, bei welchen die Winkelbestimmung ohne Stativ zuläßig ist. Zu den ersteren gehört der Meßtisch, die Boussole, das Astrolabium, der Theodolith, die Repetitionskreise; zu den letzteren die Spiegelwerkzeuge und namentlich der Spiegelsextant, der Borda'sche Spiegelkreis, der Steinheil'sche Prismenkreis, das katadioptrische Spiegellineal u. a.

I. Die Winkelmeßer mit einem Stativ.

A. Die einzelnen Theile der Winkelmeßer.

1. Das Stativ. Figg. 41. — 43.

§. 23.

Dem im §. 21. angegebenen Zwecke zufolge muß das Stativ gestatten, mit ihm den Winkelmeßer nebst der Horizontalstellungs- und Achsendrehungsvorrichtung leicht zu verbinden und davon zu trennen; dann muß es auch die gehörige Festigkeit gewähren, so daß kleine Erschütterungen keinen Einfluß auf den festen Stand des Winkelmeßers äußern.

Das Stativ besteht aus dem oberen Theile, dem Kopfe und den daran beweglichen drei Füßen. Die verschiedenen Konstruktionen desselben laßen sich auf zwei Arten zurückführen.

1) Entweder läuft der cylindrische Kopf, von 3—5 Zoll Durchmeßer in Fig. 41. nach Oben in einen konischen Zapfen A, nach Unten in ein dreiseitiges Prisma B aus, an dessen Seitenebenen um Metallachsen die Füße C, C, C sich bewegen und durch Klemmschrauben c, c festgestellt werden können.

2) Oder der 2—3 Zoll dicke cylindrische Kopf E, Fig. 42., von 5—15 Zoll Durchmeßer ist oben eben und hat in der Mitte eine einige Zoll im Durchmeßer haltende Öffnung F. Die untere Fläche des Kopfs enthält drei cylindrisch gewölbte Vertiefungen,

in welchen die oberen, abgerundeten Theile c der Füße G um horizontal liegende Metallachsen d sich bewegen. Zum Anziehen und Feststellen der Füße liegen die Achsen in Metallscheiben b, deren cylindrische Verlängerung durch den Kopf geht und von einer Schraubenmutter a,a angezogen werden kann. Statt des hölzernen Kopfs wird auch häufig eine starke Metallplatte E′, Fig. 42. a., angewandt. Die Füße, welche ungefähr 4 Fuß lang sind, haben unten eiserne Spitzen und einen Vorsprung g, um sie bequem in den Erdboden drücken zu können.

3) Die älteren Formen dieser zweiten Art der Stative haben Statt der horizontalliegenden Drehungsachsen, Charniere welche seitwärts an dem Kopfe befestigt sind, wie dieß Fig. 43. zeigt.

§. 24.

Für größere Werkzeuge, z. B. große Theodolithen, auch wohl für schwer gebaute Nivellierwerkzeuge, sind die Füße mit dem Kopfe des Stativs und auch unter sich durch Streben verbunden. Um solche Stative auf unebenem Boden anwenden zu können, richtet man zwei der Füße so ein, daß sie durch einen Schieber verlängert werden können.

Da ein Stativ von gewöhnlicher Höhe bei Winkelmeßungen auf Thürmen oft gar nicht anwendbar ist, durch eine Zusammensetzung aus zwei Theilen mittelst Zusammenschraubens aber die Festigkeit desselben leidet, so wendet Breithaupt vierkantige eiserne Stäbe an, die in dem oberen Theile des Fußes befestigt, unten zugespitzt und mit Gewinden versehen sind. Durch aufgesetzte Muttern können beide Theile auf eine bequeme und sichere Weise mit einander verbunden werden.

Vergl. Breithaupt's Magazin mathematischer Instrumente Heft 2. Kassel, 1835.

2. Vorrichtungen zur Horizontalstellung.

§. 25.

Durch sie will man das mit denselben in Verbindung gebrachte Werkzeug in zwei auf einander normal stehenden Vertikalebenen auf und nieder bewegen und dadurch nach der Libelle horizontal stellen können. Die verschiedenen Konstruktionen laßen sich auf zwei Arten zurückführen.

a. Die Nuß. Figg. 44. — 47. a.

§. 26.

1. In ihrer einfachsten Gestalt, wie man sie bei den älteren, oder nur unvollkommen eingerichteten, oder einfachen Werkzeugen antrifft, besteht sie aus einer Messingkugel a, die in einem halbkugelförmigen Lager b liegt und von einer Hülse c, c umschlossen wird. Durch einen konischen Zapfen d, Fig. 44., welcher durch den untern Theil der Hülse geht und unter dem Lager liegt, läßt sich das Lager schwächer oder stärker an die Kugel klemmen. Nach Oben läuft die Kugel in einen konischen Zapfen e aus, auf welchen die Hülse des Meßwerkzeuges gesetzt und durch eine Preßschraube befestigt werden kann. Auch ist wohl der Zapfen noch mit einer Scheibe verbunden, die zur Verbindung mit dem Meßwerkzeuge dient.

2. Bei den älteren Konstruktionen enthält der obere Theil der Hülse einen runden Einschnitt, wodurch der Zapfen in eine horizontale, also der daran befestigte Winkelmeßer in eine vertikale Lage gebracht werden kann.

3. Entweder ist der untere Theil der Hülse c für immer auf dem ebenen Stativkopfe befestigt, oder er enthält eine konische Aushöhlung f, die auf den Zapfen des Stativkopfs paßt und mittelst einer Klemmschraube g befestigt wird. Alle diese Konstruktionen gestatten nur eine mit der Hand nach dem Augenmaße vorgenommene Horizontalstellung.

4. Zum Zweck der feinen Achsendrehung ist der Zapfen e noch mit einer Hülse h und einer daran befindlichen Scheibe k umgeben. Die Verbindung des Zapfens und der Hülse geschieht durch die Preßschraube i. Zu gleichem Zwecke ist mit dem Zapfen unterhalb der Scheibe k noch eine andere Scheibe l verbunden.

§. 27.

Eine vollkommnere Horizontalstellung geschieht durch drei oder vier Stellschrauben. Mit dem Zapfen e der Nuß in Fig. 45. ist eine starke runde Metallscheibe h verbunden, welche die Muttern der Stellschrauben i, i enthält. Letztere haben oberhalb der Scheibe ihre Knöpfe und treten mit ihren Enden auf

die ebene Oberfläche des metallenen Stativkopfs k, der auch zugleich das Lager b der Nuß enthält. Der im vorigen §. erwähnte Klemmzapfen fehlt alsdann und Statt dessen ist der obere Theil der Hülse c zum Klemmen eingerichtet und deshalb mit einigen Schraubengewinden versehen.

Ist die Zahl der Stellschrauben drei, so stehen sie in den Winkelpunkten eines gleichseitigen Dreiecks; bei vieren stehen zwei und zwei diametral in zwei Normalen einander gegenüber, wie dieß Fig. 45. zeigt. Bei ihrem Gebrauche herrscht die Unbequemlichkeit, daß die eine jedes Schraubenpaars so viel angezogen werden muß, als die andere gelöst wurde.

§. 28.

Bei einigen Werkzeugen giebt man den Stellschrauben die umgekehrte Lage von der im vorigen §. angegebenen. Dann ist die Scheibe h in Fig. 45., welche die Muttern der Stellschrauben enthält, gemeiniglich an der Hülse f (Fig. 46.) befestigt und die Enden der Schrauben treten entweder gegen die untere Fläche einer mit dem Zapfen e der Nuß (Fig. 45.) in Verbindung stehenden Metallscheibe d oder sogleich unter den mit dem erwähnten Zapfen e' verbundenen Winkelmeßer l. Um das bei der Anwendung von vier Stellschrauben im vorigen §. erwähnte wechselseitige Anziehen und Lösen zu vermeiden, wird zweckmäßig die eine der Schrauben i jedes zusammengehörigen Schraubenpaars durch eine zwischen beiden Scheiben h und l befindliche starke Stahlfeder m ersetzt.

§. 29.

Eine ähnliche Horizontalstellungsvorrichtung zeigt Fig. 46. a. Mit der Nuß a ist durch ein Schraubengewinde die konisch ausgeschliffene Hülse b und mit dieser aus einem Stücke bestehend die Scheibe c verbunden. Unter letztere treten die beiden um 90° von einander entfernten Stellschrauben d, deren Muttern in einer Scheibe e liegen, die mit der daran befindlichen Hülse f in dem mit dem Stativkopfe verbundenen hohlen Cylinder g durch eine Druckschraube befestigt werden kann. Den beiden Stellschrauben gegenüber, liegen Spiralfedern h in dem Gehäuse i und treten mit der obersten Windung gegen die Scheibe

a. Die Nuß. Figg. 44. — 47. a.

§. 26.

1. In ihrer einfachsten Gestalt, wie man sie bei den älteren, oder nur unvollkommen eingerichteten, oder einfachen Werkzeugen antrifft, besteht sie aus einer Messingkugel a, die in einem halbkugelförmigen Lager b liegt und von einer Hülse c, c umschlossen wird. Durch einen konischen Zapfen d, Fig. 44., welcher durch den untern Theil der Hülse geht und unter dem Lager liegt, läßt sich das Lager schwächer oder stärker an die Kugel klemmen. Nach Oben läuft die Kugel in einen konischen Zapfen e aus, auf welchen die Hülse des Meßwerkzeuges gesetzt und durch eine Preßschraube befestigt werden kann. Auch ist wohl der Zapfen noch mit einer Scheibe verbunden, die zur Verbindung mit dem Meßwerkzeuge dient.

2. Bei den älteren Konstruktionen enthält der obere Theil der Hülse einen runden Einschnitt, wodurch der Zapfen in eine horizontale, also der daran befestigte Winkelmeßer in eine vertikale Lage gebracht werden kann.

3. Entweder ist der untere Theil der Hülse c für immer auf dem ebenen Stativkopfe befestigt, oder er enthält eine konische Aushöhlung f, die auf den Zapfen des Stativkopfs paßt und mittelst einer Klemmschraube g befestigt wird. Alle diese Konstruktionen gestatten nur eine mit der Hand nach dem Augenmaße vorgenommene Horizontalstellung.

4. Zum Zweck der feinen Achsendrehung ist der Zapfen e noch mit einer Hülse h und einer daran befindlichen Scheibe k umgeben. Die Verbindung des Zapfens und der Hülse geschieht durch die Preßschraube i. Zu gleichem Zwecke ist mit dem Zapfen unterhalb der Scheibe k noch eine andere Scheibe l verbunden.

§. 27.

Eine vollkommnere Horizontalstellung geschieht durch drei oder vier Stellschrauben. Mit dem Zapfen e der Nuß in Fig. 45. ist eine starke runde Metallscheibe h verbunden, welche die Muttern der Stellschrauben i, i enthält. Letztere haben oberhalb der Scheibe ihre Knöpfe und treten mit ihren Enden auf

die ebene Oberfläche des metallenen Stativkopfs k, der auch zugleich das Lager b der Nuß enthält. Der im vorigen §. erwähnte Klemmzapfen fehlt alsdann und Statt dessen ist der obere Theil der Hülse c zum Klemmen eingerichtet und deshalb mit einigen Schraubengewinden versehen.

Ist die Zahl der Stellschrauben drei, so stehen sie in den Winkelpunkten eines gleichseitigen Dreiecks; bei vieren stehen zwei und zwei diametral in zwei Normalen einander gegenüber, wie dieß Fig. 45. zeigt. Bei ihrem Gebrauche herrscht die Unbequemlichkeit, daß die eine jedes Schraubenpaars so viel angezogen werden muß, als die andere gelöst wurde.

§. 28.

Bei einigen Werkzeugen giebt man den Stellschrauben die umgekehrte Lage von der im vorigen §. angegebenen. Dann ist die Scheibe h in Fig. 45., welche die Muttern der Stellschrauben enthält, gemeiniglich an der Hülse f (Fig. 46.) befestigt und die Enden der Schrauben treten entweder gegen die untere Fläche einer mit dem Zapfen e der Nuß (Fig. 45.) in Verbindung stehenden Metallscheibe d oder sogleich unter den mit dem erwähnten Zapfen e′ verbundenen Winkelmeßer l. Um das bei der Anwendung von vier Stellschrauben im vorigen §. erwähnte wechselseitige Anziehen und Lösen zu vermeiden, wird zweckmäßig die eine der Schrauben i jedes zusammengehörigen Schraubenpaars durch eine zwischen beiden Scheiben h und l befindliche starke Stahlfeder m ersetzt.

§. 29.

Eine ähnliche Horizontalstellungsvorrichtung zeigt Fig. 46. a. Mit der Nuß a ist durch ein Schraubengewinde die konisch ausgeschliffene Hülse b und mit dieser aus einem Stücke bestehend die Scheibe c verbunden. Unter letztere treten die beiden um 90° von einander entfernten Stellschrauben d, deren Muttern in einer Scheibe e liegen, die mit der daran befindlichen Hülse f in dem mit dem Stativkopfe verbundenen hohlen Cylinder g durch eine Druckschraube befestigt werden kann. Den beiden Stellschrauben gegenüber, liegen Spiralfedern h in dem Gehäuse i und treten mit der obersten Windung gegen die Scheibe

c. In die Hülse b passt der konische Zapfen k, mit welchem das Meßwerkzeug in Verbindung steht.

§. 30.

Verschieden von den in den vorigen §§. angegebenen Konstruktionen ist noch die, bei welcher die Stellschrauben eine horizontale Lage haben, die sich aber nur bei leicht gebauten Meßwerkzeugen anwenden läßt. Bei dieser Konstruktion ist die Zahl der Stellschrauben immer vier. Das Lager b der Nuß a (Fig. 47.) ist wieder mit dem Stativkopfe k verbunden. Der mit der Nuß a aus einem Stücke bestehende Zapfen e' hat einen würfelförmigen Fortsatz n, gegen dessen Seitenebenen die Stellschrauben i, i treten. Die Muttern der letzteren liegen in der mit dem Stativkopfe aus einem Stücke bestehenden Hülse o, welche dem Würfel noch gehörigen Spielraum läßt. Die Fortsetzung des Würfels bildet der Centralzapfen e und der mit beiden aus einem Stücke bestehende Ring p, in welchen die nach Unten den Zapfen umschließende und Oben mit einer Scheibe q verbundene Hülse r passt. Die Scheibe und der Centralzapfen werden durch die Schraube s in Verbindung gebracht und auf ersterer das Meßwerkzeug befestigt.

b. Die Nuß mit der Centralschraube.

§. 31.

Bei den bis jetzt beschriebenen Konstruktionen waren durch die Natur derselben vier Stellschrauben erforderlich, wobei aber nach den Figg. 46. u. 46. a. zwei derselben auch durch Federn vertreten werden konnten. Will man drei Stellschrauben bei der Nuß anwenden, so sind dieselben mit dem metallenen Stativkopfe k, Fig. 47. a., so verbunden, daß letzterer die Muttern i', i' derselben, zugleich aber noch eine Öffnung für die Centralschraube t enthält. Auf den Köpfen der Stellschrauben i, i, i ruht die Scheibe l, mit welcher das Meßwerkzeug in Verbindung gebracht wird. Die Centralschraube tritt in Schraubengewinde der Nuß a, die durch das umschließende Lager mit der Scheibe l in fester Verbindung steht; durch erstere kann das Werkzeug gegen die 3 Stellschrauben angezogen werden. Beim Horizontalstellen wird daher zuerst die Centralschraube etwas gelöst, darauf die

Scheibe l mittelst der Stellschrauben horizontal gestellt und nun die Centralschraube wieder angezogen und mittelst der Gegenmutter u befestigt.

c. Der Dreifuß. Figg. 48. — 52.

§. 32.

Die in dem Vorhergehenden angegebenen Horizontalstellungsvorrichtungen haben den wesentlichen Mangel, daß ein bei den Stellschrauben eingetretener todter Gang nur durch neue Schrauben, also nur durch den Künstler zu verbeßern ist. Diesem Mangel hilft aber der Dreifuß ab, der außerdem aber dem damit in Verbindung gebrachten Werkzeuge eine größere Festigkeit gewährt, als die Nuß sie zu leisten vermag. Er besteht aus einem meistens durchbohrten und nur in einzelnen Fällen massiven messingenen Cylinder A, von welchem in mehr oder weniger geneigter Lage die massiven Arme B, B ausgehen, unter sich gleiche Winkel bildend. Aufwärts läuft der Cylinder in eine starke Metallhülse, die Centralbüchse A′ aus, in welcher sich der Centralzapfen des Meßwerkzeugs bewegt. An den Enden der Arme finden sich die Schraubenmuttern C, C für die Stellschrauben D,D. Zur Aufhebung eines etwa entstandenen todten Ganges derselben ist jede Schraubenmutter aufgeschlitzt und mit einer Klemmschraube E versehen, die beliebig angezogen werden kann.

Die Füße der Stellschrauben laufen entweder in konische Spitzen aus oder sie sind kugelförmig abgedreht. In dem ersten Falle werden sie in cylindrische oder konische Vertiefungen des metallenen Stativkopfs gesetzt, Figg. 50. — 52., oder in konische Vertiefungen eigener Unterlagescheiben F, Fig. 49. a. In dem zweiten Falle passt die kleine Kugel in das kugelförmige Lager einer auf den Stativkopf geschraubten Scheibe, Fig. 48., oder erstere ist mit der Unterlagescheibe so verbunden, daß eine Bewegung nach allen Richtungen möglich ist.

§. 33.

Zur Verbindung des Dreifußes mit dem Meßwerkzeuge ist die Einrichtung hauptsächlich nach der Art des letzteren verschieden. Im Allgemeinen laßen sich aber zwei Arten von Konstruktionen

unterscheiden, nämlich die mit beweglichen und mit feststehenden Centralzapfen.

Für die erstere ist zur Verbindung mit der Meßtisch- oder Boussolenplatte in die Centralbüchse A' der massive Centralzapfen G eingeschliffen. Mit ihm bildet nicht nur die Scheibe H, mit welcher die genannten Werkzeuge durch Klemmschrauben verbunden werden, sondern auch ein die Centralbüchse umschließender Cylinder I ein Ganzes. Letzterer trägt an seinem unteren Ende die zur feinen Achsendrehungsvorrichtung dienende Scheibe K. Der Centralzapfen wird Unten durch eine vorgesetzte Schraube g mit dem Dreifuße verbunden. Die auf das untere Ende des Cylinders A passende, eine starke Öse enthaltende Schraubenmutter L dient zur Verbindung des Dreifußes mit dem Stative.

Zur Justierung der normalen Lage des Centralzapfens gegen die Meßwerkzeugsebene enthält die Scheibe H die Korrektionsschrauben α mit konveren Oberflächen, welche durch Umdrehung höher oder niedriger zu stellen sind.

Ist mit der Centralbüchse A' unmittelbar der Horizontalkreis des Theodolithen verbunden, während der Centralzapfen den Alhidadenkreis trägt, so ist dadurch die Konstruktion eines nicht zur Repetition eingerichteten Theodolithen gegeben.

§. 34.

Zur Verbindung des Dreifußes mit dem Repetitionstheodolith nimmt die Centralbüchse A', Fig. 49., die ausgebohrte Messingachse a a auf, an welcher der Horizontalkreis b b befestigt ist. In letzterer Achse bewegt sich die mit dem Alhidadenkreise cd, cd verbundene stählerne konische Achse G. Zur feinen Achsendrehungsvorrichtung ist mit der Centralbüchse A' der Arm K', Statt der Scheibe K (Fig. 48.), zu einem Stück verbunden. Zur Verminderung der Friktion der Kreisachse a sind noch in die Centralbüchse A' konische Ringe von Stahl ee, ff eingesetzt, welche, gehärtet und fein poliert einen sehr leichten Gang der Bewegung bewirken. Zur Verbindung beider Achsen a und G mit einander und des Dreifußes mit dem Stativ dienen die im vorigen §. angegebenen Schraubenmuttern.

§. 35.

Soll bei dem Repetitionstheodolith unterhalb des Horizontalkreises und unabhängig von demselben noch ein Fernrohr H (Fig. 49. a.) rund um den Centralzapfen G gedreht werden können, so dient dazu ein die Kreisachse a umschließender Cylinder A'', an welchem das Fernrohr befestigt ist. Durch die Preßschraube I ist die Verbindung des Cylinders mit der Kreisachse möglich gemacht, so wie der von dem Cylinder A'' ausgehende Arm K zur feinen Achsendrehungsvorrichtung des Fernrohrs dient. Zur feinen Achsendrehungsvorrichtung des Kreises b dienen der Ring L und die Preßschraube M, welche letztere den Stahlring l gegen die Achse a drückt, so wie die beiden Arme N und O, von welchen der erstere mit dem Ringe L, der letztere mit der Centralbüchse A' in Verbindung steht.

§. 36.

Meßwerkzeugen, welche schon durch ihr Gewicht einen festen Stand gewähren, giebt man wohl einen Dreifuß, wie Fig. 50. zeigt. Mit den drei ausgeschweiften Armen B, B ist der starke, konisch durchbohrte Cylinder A zu einem Stücke verbunden; auch die Enden der Arme, welche die Stellschrauben D mit den Klemmschrauben E enthalten, stehen durch drei ausgeschweifte Schenkel B', die sich in der Mitte zu einer ausgebohrten Scheibe vereinigen, mit einander in Verbindung. Die obere Hälfte des Cylinders A wird von einem anderen, mit der Scheibe H aus einem Stücke bestehenden Cylinder F umschloßen; zwischen beiden liegt ein Stahlring f. In den konischen Ausbohrungen der Cylinder H, A und B' bewegt sich der Centralzapfen G, dessen Spitze auf einer Metallscheibe I ruht, welche wieder von einer starken Stahlplatte K getragen wird; diese ruht auf drei in die Schenkel B' eingeschraubten Stahlfedern L. Die Schraube M dient zum Anziehen der Centralachse, der Schraubenkopf N zum Erhöhen oder Erniedrigen der Achsenunterlage. Durch die Klemmschrauben g und h kann das auf der Scheibe H befestigte Werkzeug und der Centralzapfen mit dem Dreifuße verbunden werden.

§. 37.

Bei dem Dreifuße mit feststehendem Centralzapfen ist der Cylinder A des Dreifußes nicht durchbohrt, sondern mit ihm

besteht der Centralzapfen G, Figg. 51. und 52. aus einem Stücke, so wie in Fig. 51. auch der Ring K mit demselben ein Ganzes bildet. Innerhalb dieses Ringes kann die mit der Scheibe H verbundene Centralbüchse I um die Vertikalachse gedreht werden; die Verbindung des Zapfens mit der Scheibe H und dem darauf befestigten Meßwerkzeuge erfolgt durch die Schraube h.

2. In Fig. 52. bildet die Centralbüchse I mit dem Aufsatze L, L ein Ganzes. Die Centralbüchse wird von einem Ringe K umschloßen, dessen verdickter Theil K' die Preßschraube M enthält. Zur Verbindung des Dreifußes mit dem Aufsatze und dem darauf befestigten Meßwerkzeuge dient die Schraubenmutter N.

§. 38.

Nur die Meßwerkzeuge bedürfen keiner mittelbaren Verbindung des Dreifußes mit dem Stativ, die schon durch ihr bedeutendes Gewicht einen hinreichend festen Stand gewähren. In diesem Falle ruhen die Vertikalachsen auf Stahlplatten L, L, L', L', Figg. 49. a. und 50., die durch Schrauben mit den Armen des Dreifußes verbunden sind. Zur Vermehrung des Gewichts werden in Fig. 49. a. die Achsen a und G und die Centralbüchse A noch von einem starken cylindrischen Metallstück P umschloßen. In allen andern Fällen kann zur Verbindung des Dreifußes mit dem Stativ ein hakenförmig gebogener in der untern Hälfte mit Schraubengängen versehener Stengel M, Fig. 48., und eine ihn umgebende starke Spiralfeder N dienen. Ersterer faßt mit dem Haken in die Öse L (§. 33.), letztere liegt in einem unten verschloßenen Cylinder O, gegen welchen eine Schraubenmutter P tritt und die Feder dadurch zusammendrückt, daß ihre oberste Windung gegen einen festen Boden Q gepresst wird, der in einem über O liegenden zweiten Cylinder R sich befindet. Letzterer kann an die untere Fläche des Stativkopfs geschraubt werden.

Oder die Befestigung geschieht durch eine Centralschraube N', Fig. 52., und eine Spiralfeder O, zu welchem Zwecke eine Metallkugel P durch ein untergeschraubtes Lager p mit dem Cylinder A des Dreifußes, und ein hohler Cylinder Q mit der unteren Fläche des Stativkopfs verbunden ist.

3. Vorrichtungen zur Achsendrehung.

§. 39.

Bei allen im Vorhergehenden beschriebenen Konstruktionen ergiebt sich die grobe Achsendrehung des Meßwerkzeugs von selbst. Um aber mit Leichtigkeit und zugleich mit der erforderlichen Schärfe auf einen gegebenen Punkt mittelst der Diopteru oder des Fernrohrs pointieren zu können, muß bei jedem vollkommneren Meßwerkzeuge mit der groben Achsendrehung noch eine feine verbunden sein. Die Einrichtung derselben beruht im Allgemeinen darauf, daß man, nachdem das Meßwerkzeug mit der Horizontalstellungsvorrichtung verbunden ist, einen mit der Nuß oder dem Dreifuße in Verbindung stehenden, also unbeweglichen Theil mit einem Theile des Meßwerkzeugs, also einem beweglichen, mittelbar, z. B. durch eine Klemmschraube, zu einem Ganzen verbindet und dann durch eine Mikrometerbewegung den beweglichen Theil auf dem unbeweglichen in eine Horizontaldrehung versetzt. Die deshalb angewandten Einrichtungen laßen sich auf die folgenden drei zurückführen.

a. Die Schraube ohne Ende mit dem Wagen.
Figg. 44., 48. und 53. bis 54.

§. 40.

1. Der untere vorstehende Rand der Hülse des Meßwerkzeugs, die mit dem Zapfen der Nuß durch eine Klemmschraube verbunden wird, oder der vorstehende Rand k der den Zapfen der Nuß umschließenden Hülse h in Fig. 44., oder bei dem Dreifuße der Rand der Scheibe K (§. 33.) in Fig. 48. enthält eingeschnittene Schraubengänge, in welche die Schraube ohne Ende a in Fig. 53. eingreift, die in den Lagern b und c sich drehen läßt. Letztere sind auf einer auf dem einen Arme des Dreifußes befestigten Platte d (dem Wagen oder Schlitten) festgeschraubt. Mittelst eines Hebels e, oder Statt dessen mittelst eines Schlüßels, welcher mit der excentrischen Scheibe f aus einem Stücke besteht und durch die Elasticität einer Stahlfeder g, die mit ihrem unbefestigten Ende gegen das Lager b tritt, kann das in der Hülse b′ bewegliche Lager b und dadurch die Schraube ohne

Ende an den Rand der Scheibe K angerückt und zurückgezogen werden. Durch das Anrücken der Schraube ohne Ende wird daher durch deren Umdrehung die feine Horizontaldrehung möglich gemacht, durch das Zurückziehen derselben aber kann dem Werkzeuge eine grobe Umdrehung ertheilt werden.

2. Dieselbe Einrichtung zeigt Fig. 54., worin k die die eingeschnittenen Schraubengänge enthaltende Scheibe, l die Platte, worauf die Lager b und c der Schraube ohne Ende a liegen, und e den an der excentrischen Scheibe f sitzenden Schlüßel bezeichnet; nur fehlt hier die Stahlfeder.

Man bedient sich dieser Art der Achsendrehung meistens bei der Boussole, dem Meßtische und den kleineren Theodolithen.

b. Die Klemmung mittelst des Bremsringes.

Figg. 47., 49. a., 50. — 52. und 55. — 56.

§. 41.

Um den hohlen Cylinder I, welcher mit der Scheibe H und dem in die Hülse A′ des Dreifußes eingeschliffenen Centralzapfen G zu einem Stück verbunden ist, ist ein an einer Seite aufgeschlitzter Ring Q, Fig. 55. und 55. a. gelegt, welcher die Bremse oder der Bremsring (Klemmring) genannt zu werden pflegt. An jedem der aufgeschlitzten Theile befindet sich ein prismatischer Ansatz R, durch welche beide eine Klemmschraube S geht und wodurch der Bremsring an die Büchse I geklemmt und daher die grobe Achsendrehung aufgehoben werden kann. Dem Ansatze R diametral gegenüber hat der Bremsring zwei prismatische Ansätze T,T′, zwischen welchen in kugelförmigen Lagern die Mutter α der Mikrometerschraube U liegt. Der obere Theil A des Dreifußes hat einen Fortsatz V, mit welchem der Theil V′ verbunden ist und zwischen welchen als Klemmen der vordere abgerundete Theil β der Mikrometerschraube liegt. Zur Vermeidung des todten Ganges der Mikrometerschraube ist nicht nur die Mutter der Länge des Lochs nach aufgeschnitten, sondern es können auch die oberen Klemmen T′ und V′ den unteren durch die Preßschrauben W, W genähert werden. Die Wirkung der Mikrometerschraube nach erfolgter Klemmung der Büchse I ergiebt sich hiernach sehr leicht.

Dieselbe Konstruktion läßt sich auch an den in Figg. 47. und 51. dargestellten Apparaten anwenden. In Fig. 49. a. ist L der die Kreisachse a (§. 35.) umschließende Bremsring, durch dessen Klemmung der Stahlring l an die Achse gedrückt und die grobe Achsendrehung mithin aufgehoben wird. Zwischen den Armen N und O und den darauf befindlichen Klemmen liegt die Mikrometerschraube zur feinen Bewegung.

§. 42.

Auf eine nicht so sichere Weise wird die Klemmung der Centralbüchse auch dadurch erreicht, daß Statt der beiden Ansätze R der Bremsring K an einer Stelle verdickt ist und durch diesen Theil K' eine Druckschraube M, Figg. 52. und 56., geht, welche eine Stahlplatte k gegen die Centralbüchse I treibt.

Die feine Achsendrehung wird bei dieser Einrichtung erreicht, daß an der Centralbüchse eine starke Stahlfeder O befestigt ist, die sich gegen einen Stift b lehnt, der an einem festen Theile, z. B. auf dem einen Arme des Dreifußes sich befindet, wobei also die Elasticität der Stahlfeder die Verbindung des festen Theiles des Meßwerkzeugs mit dem beweglichen (§. 39.) mit bewirkt. Der Druckschraube M gegenüber enthält der Bremsring einen Arm K'', durch welchen die Mikrometerschraube P gegen den Stift b tritt und nach erfolgter Klemmung die feine Achsendrehung bewirkt. Auf diese Weise läßt sich auch in Fig. 50. durch den Bremsring O und die Preßschraube g eine feine Achsendrehung des Centralzapfens G gegen die Scheibe H oder gegen den Cylinder A des Dreifußes einrichten.

c. Die Klemmung mittelst der Halterplatte.

Figg. 49., 49. a. und 57. — 58. b.

§. 43.

Bei dieser Konstruktion wird die an dem Cylinder I sitzende Scheibe K, Fig. 48., oder der an der Centralbüchse A' befindliche Arm K', Fig. 49., mittelbar, im ersten Falle mit dem Dreifuße, im zweiten mit dem an der ausgebohrten Messingachse a (§. 34.) befindlichen Horizontalkreise b verbunden. Diese Konstruktionen sind in den Figg. 57. — 58. a. dargestellt.

Die kugelförmige aufgeschlitzte Mutter α und der abgerundete Theil β der Mikrometerschraube M liegen zwischen plattenförmigen Klemmen ε, ε', ζ und ζ' mit ausgerundeten Pfannen und werden durch Preßschrauben γ und δ zusammengehalten. Von jedem Klemmenpaare liegt die eine, ε und ζ, auf dem unbeweglichen Theile des Apparates, also, wie in Fig. 57., auf der auf dem einen Arme des Dreifußes festgeschraubten Platte L, oder an dem Fortsatze L' des mit der Centralbüchse A' verbundenen Armes K', Fig. 58. und 58. a. Von der andern Klemme jedes Klemmenpaars ist die eine, ε', eben daselbst befestigt, während die andere, ζ', mit dem beweglichen Theile des Apparates durch eine Preßschraube P in Verbindung gebracht werden kann und aus zwei Platten N und N' besteht, mit welchen der genannte bewegliche Theil durch die Preßschraube zu verbinden ist. Die dickere, N, ist nach dem Rande der Scheibe K, Fig. 57., oder des Bordes b', Figg. 58. und 58. a., koncentrisch ausgeschnitten und kann deshalb sowohl unter die Kreisebenen K und b', als gegen den Rand derselben treten; die andere N', die Halterplatte, bedeckt jene ganz und liegt auf den genannten Ebenen. Die eine dieser Platten enthält zugleich in einem Ansatze die Pfanne der Klemme ζ'. Wird demnach die Preßschraube angezogen, so wird N' mit N und dadurch der bewegliche Theil des Apparates mit dem unbeweglichen verbunden, also nunmehr durch Umdrehung der Mikrometerschraube M die feine Achsendrehung möglich.

Dieselbe Einrichtung ist in Fig. 49. a. hinsichtlich der Bewegung des Armes K gegen den Horizontalkreis b anwendbar.

§. 44.

Um die Mikrometerschraube in einem leichten und doch sichern Gange zu erhalten, liegen in den Klemmen, womit ihre Mutter gehalten wird, gehärtete Stahlpfannen und unter der einen derselben eine durch zwei Schräubchen gehaltene Stahlfeder; sowohl durch diese Schräubchen, als durch die Klemmschraube δ kann dann der Feder die erforderliche Spannkraft gegeben werden.

Zur Vermeidung des Aufschleifens der beiden Platten N und N' auf der Scheibe k oder dem Borde b' beim Lösen der Preßschraube P, enthalten jene Platten cylindrische Ausbohrungen mit Spiralfedern; außerdem ist auf dem Rande von K

oder b' eine Feder angebracht, welche mit der Halterplatte durch ein Schräubchen in Verbindung steht. Beim Lösen der Preßschraube P werden dann die beiden Platten N und N' nach entgegengesetzten Richtungen von einander entfernt *). Diese Art der feinen Achsendrehung wendet man vorzugsweise bei den Theodolithen an.

§. 45.

Zur feinen Achsendrehung der Alhidaden auf den Kreisen kleinerer Winkelmeßer bedient man sich auch folgender Konstruktion, welche Fig. 58. b. darstellt. Auf der Alhidade A ist die aus zwei Armen B und C bestehende Platte befestigt, deren vordere Theile horizontal aufgeschlitzt sind und von denen B die Mutter der Mikrometerschraube D enthält. Auf der oberen Halterplatte E ruht ein Stahlstück F, gegen welches das Ende der Mikrometerschraube tritt. Durch die zwischen dem anderen Arme C und dem Stahlkörper F liegende starke Spiralfeder G wird nach Anziehung der Druckschraube H die Wirkung der Mikrometerschraube möglich. Statt der Spiralfeder wendet man auch eine plattenförmige starke Stahlfeder an.

4. Vorrichtungen zur weiteren Eintheilung der eingetheilten Kreisränder.

a. Der Nonius oder Vernier. Figg. 59. — 61.

§. 46.

Es ist schon im §. 21. 4. erwähnt, daß alle die Winkelmeßer mit einem eingetheilten Kreisrande versehen sein müßen, mit welchen die Größe der Winkel im Gradmaß angegeben werden soll. Man theilt sie in 360, oder auch 400 Grade und nach der Größe des Durchmeßers auch noch in halbe, drittel, sechstel Grade u. s. w., wobei nur zu berücksichtigen ist, daß die Theilstriche bei gehöriger Feinheit nicht zu dicht stehen dürfen, damit das Auge beim Ablesen nicht zu sehr ermüdet wird. Sollte z. B. ein Limbus von 1 Fuß Durchmeßer oder 452,47 Linien

*) Breithaupt's Magazin mathematischer Instrumente. Heft 2.

Umfang noch einzelne Minuten unmittelbar angeben, so müßten die Theilstriche um $\frac{452,47}{21600} = 0,0209$ Linien von einander abstehen, welche Eintheilung aber nicht anwendbar ist.

Kleinere Theile von den obigen erhält man dadurch, daß man neben dem eingetheilten Limbus einen zweiten eingetheilten Kreisbogen sich verschieben läßt, auf welchem eine bestimmte Anzahl von Theilen des Limbus in eine um eins größere oder um eins kleinere Anzahl getheilt ist, welcher Vorrichtung man den Namen Vernier, auch Nonius, gegeben hat.

Die Einrichtung ist bei den geradlinichten Maßstäben dieselbe, wie bei getheilten Kreisrändern, weshalb die ersteren hier betrachtet werden mögen. Verlangt man von einer unmittelbar in gleiche Theile getheilten Linie AB noch Zehntheile eines der Theile, so theile man die Länge von 9 Theilen auf einer anderen geraden Linie CD in 10 gleiche Theile und schreibe die Zahlen in derselben Ordnung bei, wie sie auf AB stehen, so ist CD der Nonius. Denn ist ein Theil des Maßstabes AB $= \alpha$, so ist ein Theil von CD $= \frac{9}{10}\,\alpha$, also um $\frac{1}{10}\,\alpha$ kleiner als α.

Um daher in Fig. 59. die Entfernung zwischen A und E zu meßen, bringe man den Opunkt des Nonius CD auf den Endpunkt E und untersuche, ob ein Theilstrich und der wie vielste des Nonius mit einem Theilstriche des Maßstabes zusammenfällt. Die Zahl ist der Zähler des Bruchs, welchen man den abgeschnittenen ganzen Theilen zusetzen muß und dessen Nenner der Zahl der Theile des Nonius gleich ist. Fällt also z. B. der 7te Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche von AB zusammen, so ist AE = 5,7.

Ist demnach allgemein α wieder die Länge eines Theils des Maßstabes, so ist die Länge des Nonius $= n\alpha$ und daher ein Theil β desselben $= \frac{n\alpha}{n+1}$, folglich der Unterschied zwischen α und β oder

$$\alpha - \beta = \alpha - \frac{n\alpha}{n+1} = \alpha\left(1 - \frac{n}{n+1}\right) = \frac{1}{n+1}\,\alpha,$$

welches Resultat sich auch aus der allgemeinen Gleichung $(n+1)\,\beta = n\alpha$ ergiebt.

Man pflegt den Werth für $\alpha - \beta$ die Angabe des

Nonius und den Opunkt desselben, da er den abzulesenden Theil abschneidet, den **Index** der Theilung des Maßstabes zu nennen.

Glaubt man beim Ablesen die zusammenfallenden Theilstriche gefunden zu haben, so muß man auf beiden Seiten der Koincidenz die Striche prüfen, ob daselbst gleiche Differenzen Statt finden. Aus diesem Grunde finden sich auch an den Enden des Nonius noch einige Theilstriche mehr, welche man die **Überstriche** oder den **Excedenz** desselben zu nennen pflegt.

Fällt aber kein Theilstrich des Nonius mit einem des Maßstabes genau zusammen, was meistens, oder doch sehr häufig der Fall sein wird, so muß man nach dem Verhältnis der Abstände der am meisten genäherten Theilstriche und der unmittelbar folgenden die Größe der Ablesung schätzen.

§. 47.

Da man außerhalb oder innerhalb eines eingetheilten Kreisrandes einen anderen, mit jenem koncentrischen Kreis verschieben kann, so läßt sich das im vorigen §. angegebene Princip der weiteren Eintheilung ohne Weiteres auch auf die Limben der Winkelmeßer anwenden. Ist z. B. der Limbus unmittelbar in drittel Grade und sind 39 derselben auf dem Nonius in 40 gleiche Theile getheilt, so giebt dieser 30 Sekunden an. Denn es ist nach dem vorigen §. $\alpha - \beta = \frac{1}{40} . 20' = \frac{1}{2}' = 30''$.

Bei einem in Sechstelgrade eingetheilten Limbus, von welchem 59 Theile in 60 gleiche Theile auf dem Nonius getheilt sind, giebt dieser also 10 Sekunden an, weil $\alpha - \beta = \frac{1}{60} . 10' . = \frac{1}{60} . 600''$ ist.

§. 48.

Anmerkung. Vor der Erfindung des Nonius und selbst noch fast ein Jahrhundert nach derselben wandte man zur weiteren Eintheilung der Meßwerkzeuge und namentlich der astronomischen, das Princip der s. g. **Kreistransversalen** an, welches dem unserer Transversalmaßstäbe zum Grunde liegenden ganz analog ist. Ist nämlich in Fig. 60. AB ein von 5 zu 5 Graden eingetheilter Kreisbogen, ab ein damit koncentrischer Bogen; sind 0, 5, 10 ..... und 0_1, 5_1, 10_1 .... deren Theilpunkte und verlangte man eine Ablesung von Grad zu Grad, so theile man Aa in 5 gleiche Theile, beschreibe durch die Theilpunkte aus C koncentrische Bogen und lege endlich durch 0, 5_1 und

C, durch 5, 10_1 und C ..... Bogen, so werden von diesen und den koncentrischen Bogen die Theile von Grad zu Grad dadurch bestimmt, daß man durch C und die Durchschnitte α, β, γ, δ bis zum Bogen AB Halbmeßer C, C_2, C_3, C_4 zieht. Dieß Princip der Unterabtheilungen wurde 1542 von dem Portugiesen Pedro Nunnez (Nonius) bekannt gemacht, das im §. 46. aufgestellte dagegen von dem Niederländer Peter Werner (Pierre Vernier) 1631, weshalb die Vorrichtung eigentlich nur Vernier genannt werden sollte, gemeiniglich aber Nonius genannt wird.

§. 49.

Will man umgekehrt angeben, wie viel Theile des Limbus eines Winkelmeßers oder eines geradlinichten Maßstabes auf dem Nonius in n + 1 Theile getheilt werden müßen, um eine bestimmte Angabe des Nonius zu erhalten, so dient dazu der Ausdruck

$$n + 1 = \frac{\alpha}{\alpha - \beta},$$

welcher aus $\alpha - \beta = \frac{1}{n + 1}\, \alpha$ sich sogleich ergiebt (§. 46.). Man dividiere also den gegebenen Theil des Limbus oder Maßstabes durch die verlangte Angabe des Nonius ($\alpha - \beta$), so erhält man die um eins größere Anzahl der Theile des Limbus oder Maßstabes, welche getheilt werden müßen. Ist z. B. ein Limbus von 10 zu 10 Minuten getheilt und soll der Nonius 10 Sekunden angeben, so ist $n + 1 = \frac{10.\ 60''}{10''} = 60$, mithin müßen 59 Sechstelgrade in 60 gleiche Theile getheilt werden.

§. 50.

Eine zweite Art, den Nonius zu entwerfen, besteht darin, daß man n Theile des Maßstabes in n — 1 gleiche Theile theilt; dann ist ein Theil β des Nonius $= \frac{n\alpha}{n - 1}$ und daher die Angabe desselben

$$\beta - \alpha = \frac{n\alpha}{n - 1} - \alpha = \frac{1}{n - 1}\, \alpha.$$

In diesem Falle müßen aber die Zahlen in umgekehrter Ordnung als auf dem Maßstabe neben die Theilstriche des Nonius geschrieben werden. Um die Länge AC in Fig. 60. zu bestimmen, bringe man den Endpunkt des Nonius mit C zusammen und untersuche, wie im §. 46., der wie vielte Theilstrich mit einem des Maßstabes AB koincidiert, so ergiebt sich der hinzuzusetzende Bruch wie dort; fällt also z. B. der 7te Strich mit einem Theilstriche von AB zusammen, so ist AC = 12,7.

Anmerkung. Man bedient sich dieser zweiten Art der Einrichtung des Nonius nur in wenigen Fällen, u. a. bei den Skalen am Barometer zu den barometrischen Höhenbestimmungen.

§. 51.

Die Theilung der Limben und Nonien geschieht nicht mehr, wie früher es geschah, mittelst des Zirkels, sondern auf eigends dazu eingerichteten Maschinen, den Kreistheilmaschinen, die eine bis auf Sekunden gehende Genauigkeit gewähren. Auch findet sich die Theilung, wenigstens bei den größeren Werkzeugen, immer auf eingelegtem Silber.

Sind bei einem Winkelmeßer der Nonien mehrere, so sind sie immer auf einem eigenen Kreise angebracht, welcher bei den Horizontalkreisen der Alhidadenkreis, auch wohl nur die Alhidade, bei den Vertikalkreisen der Nonienkreis genannt wird. Bei kleineren Werkzeugen, oder solchen, bei denen oft schon ein Nonius ausreicht, bilden die Nonien nur Kreisrandstücke, die in Metallrahmen gefaßt und neben dem Limbus angebracht sind. In vielen Fällen giebt man der Ebene des Nonius eine schwache Neigung gegen die Limbusebene; in anderen Fällen liegen beide horizontal oder vertikal in einerlei Ebene; Breithaupt bringt bei den größeren Theodolithen den Limbus und die Nonien des Alhidadenkreises in eine etwa unter 15—20 Grad gegen den Horizont geneigte konische Fläche.

Beim Ablesen muß besonders die Parallachse des Auges sorgfältig vermieden werden, weshalb immer die Differenzen der rechts und links von der Koincidenz liegenden Theilstriche zu vergleichen sind (§. 46.). Auch dienen zum genauen Ablesen Loupen, die in ihren Faßungen sich verschieben laßen und durch deren Arme, woran sie befestigt sind, sie auch in jede beliebige Stellung gebracht werden können.

Bei geradlinichten Maßstäben finden sich die Nonien auf einem Lineale, das in einer Nuth neben der Haupttheilung sich verschieben läßt.

b. Die Mikrometerschraube.

§. 52.

Auch sie hat den Zweck, kleine Theile unmittelbar verrichteter Theilungen eines Maßstabes oder Kreisrandes zu meßen, woher auch ihr Name. Aus diesem Grunde muß sie nicht nur sehr feine, sondern auch durchaus gleiche Windungen haben. Bei Winkelmeßern wandte man sie früher häufiger als jetzt an; doch findet sie bei einigen Nivellierwerkzeugen, bei Stangenzirkeln, hauptsächlich aber bei einigen astronomischen Operationen noch jetzt ihre Anwendung. Zum Meßen der kleineren Theile trägt die Mikrometerschraube am Kopfe eine größere Scheibe, die in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile getheilt ist und von welchen kleinere Abtheilungen noch nach dem Augenmaße bestimmt werden. Neben dem eingetheilten Kopfe ist an einem festen Theile des Werkzeugs ein Index angebracht, durch welchen die Umdrehungen der Schraube sich bestimmen laßen. Weiß man also durch Versuche, wie viel ganze Umdrehungen und welches Vielfache eines aliquoten Theiles einer Umdrehung der Schraube einer bestimmten Länge zugehören, so läßt sich auch jede andere bestimmte, durch einen mit der Schraube bewegten Index, abgeschnittene Länge durch die Zahl der Umdrehungen und den Theilen derselben finden. Sind z. B. bei einer Mikrometerschraube, deren Kopf in 100 gleiche Theile getheilt ist und von welchen Theilen noch Zehntel geschätzt werden können, 10 ganze Umdrehungen erforderlich, damit der mit der Schraube bewegte Index $1/2$ Linie abschneidet, so entspricht einer Umdrehung $1/20$ Linie und es gestattet daher die Schraube unmittelbare Bestimmungen von $1/2000$ und durch Schätzung von $1/20000$ einer Linie.

Anmerkung. Man pflegt auch alle Schrauben mit einem feinen Gewinde, wie sie in den §§. 41. — 44. angegeben wurden, Mikrometerschrauben zu nennen; indessen führt streng genommen nur die hier beschriebene Einrichtung diesen Namen. Nach einem zuerst von Prony gemachten Vorschlage kann man den Mikro-

meterschrauben bei mäßig feinem Gewinde noch dadurch einen höheren Grad der Feinheit im Einstellen ertheilen, daß die eine Hälfte der Schraubenspindel ein Gewinde von stärkerem Gange, als die andere, hat. Der mit der einen Mutter verbundene Körper wird dann eine Bewegung erhalten, welche der Differenz der Gangweiten der Schraubengewinde entspricht.

5. Vorrichtungen zur Bestimmung der Lage der Winkelschenkel.

a. Das Diopterlineal und die Alhidadenregel.

§. 53.

Die älteren Werkzeuge haben zu diesem Zwecke ein Lineal, an dessen Enden Diopteru (§. 10.) errichtet sind und das deshalb Diopterlineal genannt wird. Bei ihm muß die Kante des Lineals stets in die durch die Mittellinie beider Diopteru gelegte Vertikalebene (Visierebene) fallen. Zum Rückwärtsvisieren bringt man an beiden Diopteru Visierlöcher und Faden, die einen über dem andern, an.

Bei älteren winkelmeßenden Werkzeugen, der Boussole und dem Astrolabium, finden sich meistens zwei dieser Vorrichtungen. Die eine ist dann auf dem eingetheilten Kreise so befestigt, daß die Visierebene durch 0° und 180° der Theilung geht. Das zweite Lineal bewegt sich um den Mittelpunkt der Theilung, daß die Visierebene auch diesen Punkt durchschneidet; dieß wird die Alhidadenregel oder die Alhidade*) genannt. Durch die auf derselben befindliche, durch das Centrum des Limbus gehende Linie, die Inderlinie, wird die Größe des zu meßenden Winkels bestimmt. Meistens dienen dazu aber zwei an den Enden des Lineals befindliche zugespitzte Zeiger.

Anmerkung. In historischer Hinsicht mag hier die Beschreibung des in früherer Zeit bei den Meßtischoperationen eine bedeutende Rolle spielenden s. g. Lehmann'schen Diopterlineals folgen. Dasselbe hat an dem Okulardiopter unter einander liegende Visierlöcher und an dem Objektivdiopter einen durch

---

*) Nach Montucla bedeutet das Wort Alhidade so viel als Zähler. (Histoire de Mathém., Paris, 1800.)

den Rahmen desselben gehenden Vertikalfaden; zugleich verschiebt sich an diesem Rahmen ein anderer mit einem Horizontalfaden. Das Objektivdiopter läßt sich auf dem Lineale verschieben und durch eine Klemmschraube feststellen. Zur Bestimmung von Höhen- und Tiefenwinkeln ist der Abstand beider Diopteru der Entfernung der beiden äußersten Visierlöcher gleich; auch ist diese Länge an dem Rahmen verzeichnet und in 100 gleiche Theile getheilt, so daß der Horizontalfaden auf Hundertstel der genannten Entfernung gestellt werden kann; für den Halbmeßer dieser Länge sind auch an der anderen Seite des Rahmens die Tangenten von 0° bis 45° aufgetragen. (Vergl. Netto's Handbuch der gesammten Vermeßungskunde I. 137.)

b. Das Fernrohr mit dem Fadenkreuze und die Kippregel. Figg. 62. — 66.

§. 54.

Außer dem Mangel, daß der Kurzsichtige bei entfernten Objekten sich der Diopteru gar nicht bedienen kann, fordern sie zu gleicher Zeit, oder doch schnell nach einander, das Betrachten des nahe liegenden Objektivfadens und des entfernten Objektes, was aber vermöge der Beschaffenheit unserer Augen (I. §. 37.) häufig Doppelbilder erzeugt, mithin dann ein genaues Pointieren unmöglich macht. Diesen Mängeln hilft nun das Fernrohr mit dem Fadenkreuze ab (I. §§. 46. 47.).

Weil aber die einzuvisierenden Gegenstände nicht immer in einer Horizontalebene liegen, so bringt man das Fernrohr an einer Säule oder zwischen zwei Säulen so an, daß die optische Achse desselben in einer Vertikalebene sich auf- und niederbewegen läßt. Dadurch läßt sich also die Achse auf jeden beliebigen Gegenstand stellen. Ist auf diese Weise ein Fernrohr so auf einem Lineale angebracht, daß die genannte Vertikalebene die eine Kante des Lineals schneidet, so pflegt man die Vorrichtung eine Kippregel im engern Sinne zu nennen, welche in dieser Gestalt nur bei dem Meßtische angewandt wird. Doch kann auch jede andere Vorrichtung, bei der ein Fernrohr in einer Vertikalebene beweglich ist, so genannt werden. Einige Fernröhre enthalten auch zum leichteren Aufsuchen der Objekte, auf dem Rohre zwei Diopteru.

§. 55.

Hinsichtlich der Befestigung der Drehungsachse des Fernrohrs, welche immer gegen die optische Achse desselben (I. §. 46.) eine rechtwinklichte Lage haben muß, finden verschiedene Konstruktionen Statt, die indessen auf folgende drei sich zurückführen laßen.

1) Die Säule trägt an ihrem oberen Ende ein Zirkelgewinde, mit welchem eine ganz- oder halbcylindrische Hülse in Verbindung steht, in der das Fernrohr liegt; eine Konstruktion, bei der das Fernrohr sich zwar leicht centrieren läßt, die aber bei der Kippregel des Meßtisches keine Anwendung finden kann.

2) Das Fernrohr TT' (Figg. 62. und 63.) hat an einer Seite eine konische Achse A, die sich in einer mit der Säule B verbundenen Hülse C dreht. Durch eine Preßschraube a werden beide Theile mit einander verbunden. Zur Verbeßerung eines Fehlers, der etwa in der Bewegung des Fernrohrs Statt findet, muß die Säule auf einer Platte D ruhen, welche eine Korrektionsschraube E zum Erhöhen und Erniedrigen des Fußes enthält und dann mit den Klemmschrauben F, F festgestellt wird. Zu diesem Zwecke finden sich unter der Platte, den Schraubenköpfen gegenüber, kleine Scheiben G, G auf dem Lineale, mit welchem die Platte durch die Klemmschrauben verbunden ist.

3) Das Fernrohr TT' (Figg. 64.—66.) hat an beiden Seiten konische Achsen a, a, mit stählernen Zapfen a, a, mit welchen daßelbe in den y-förmigen Achsenlagern B, B' ruht; diese sind so ausgefeilt, daß jeder Zapfen nur in zwei Punkten aufliegt. Die Achsenlager befinden sich auf zwei Trägern C, C, die z. B. bei den Theodolithen auf dem Alhidadenkreise stehen. Das Verschließen der Achsenlager geschieht durch zwei kleine Platten b, b oder Stifte. Das eine Zapfenlager B besteht mit seinem Träger aus einem Stücke; das andere B' dagegen kann, wegen der etwa nöthigen Korrektionen, durch die Schrauben d, d' und e, e' erhöht oder erniedrigt und dann wieder festgestellt werden. Den Trägern giebt man meistens eine solche Höhe, daß das Fernrohr ganz um seine Drehungsachse bewegt, d. h. um- oder durchgeschlagen werden kann.

4) Zum Durchschlagen des Fernrohrs an der Kippregel, bei geringerer Säulenhöhe, enthält die vordere Hälfte der Objektiv-

röhre bei H in Fig. 62. sowohl nach Außen als nach Innen einen Ring mit einer kleinen Preßschraube h. Das Objektivrohr ist daselbst so durchschnitten, daß mittelst des inneren Ringes der vordere Theil desselben abgezogen, aber auch nach erfolgtem Durchschlagen durch Aufschieben leicht wieder damit verbunden werden kann. Zum Abziehen löst man die Schraube h, und damit beim Aufschieben beide Theile in ihre richtige Lage kommen, findet sich auf jedem Theile eine Linie l, l', welche beide in eine Richtung gebracht werden müßen.

c. Der mit dem Fernrohre bewegliche Gradbogen oder Höhenkreis.

§. 56.

1. Zur Bestimmung der Vertikalwinkel oder der Zenithdistanzen, oder auch nur zum Zwecke der Reduktion der gegen den Horizont geneigten Linien auf die Horizontalebene, dient für den ersten Fall ein mit dem Fernrohre sich bewegender Höhenkreis K, Figg. 62. — 65., 67., 73.; für den letzteren genügt aber schon ein Theil eines Kreises oder ein Gradbogen (Höhenbogen), Fig. 70., so wie eine Eintheilung in höchstens Drittelgrade. Eine an der Säule des Fernrohrs befindliche kleine Platte k, Fig. 70., enthält den Index zum Ablesen. Dieser ist so zu bestimmen, daß bei der horizontalen Lage der optischen Achse des Fernrohrs der 0punkt der Theilung mit ihm zusammenfällt; die Theilung läuft dann auf beiden Seiten des 0punktes in beiden Gradbogenhälften fort.

Eine solche Einrichtung reicht bei Boussolen und Meßtischen für die gewöhnlichen Fälle aus.

2. Für eigentliche Vertikalwinkelbestimmungen aber ist ein ganzer Kreis und Statt des bloßen Index sind auch wenigstens zwei Nonien erforderlich; zuweilen begnügt man sich freilich schon mit einem. Nach der Genauigkeit, die der Winkelmeßer gewähren soll, giebt man dem Höhenkreise einen verschiedenen Durchmeßer und seinem Limbus eine verschiedene Eintheilung. Für eine Kippregel, selbst der vollkommneren Art, reicht ein Durchmeßer von 4 — 5 Zoll und die Eintheilung in halbe oder drittel Grade hin; die Nonien können dann 1 Minute angeben. Da man aber bei Meßtisch-

operationen nie Zenithdistanzenbestimmungen beabsichtigen kann, so ist auch nicht die Eintheilung des ganzen Kreises, sondern nur die zweier gegenüberliegender Quadranten erforderlich (Fig. 67.). Bei größeren Theodolithen aber ist der Limbus des oft 8zölligen Höhenkreises in sechstel Grade von 0° bis 360° getheilt und die Nonien geben dann 10 — 20 Sekunden an (Fig. 73.).

3. Die Befestigungsart der Nonien ist verschieden. Bei einer massiven Säule ist die Noniusplatte gewöhnlich an ihr selbst oder an einem mit ihr in Verbindung stehenden Arme befestigt; bei der Anwendung zweier Nonien sitzen ihre Rahmen L, L an den Enden eines nach beiden Seiten der Achse horizontal ausgespannten Armes L′ L′, Figg. 62., 63., 67. und 73. Besteht die Säule aus zwei schief gestellten Trägern, so ist der Rahmen des (einen) Nonius zwischen beiden Trägern befestigt (Fig. 65.), eine Einrichtung, die beim Justieren des Höhenkreises Vortheile gewährt. Bei den größeren Theodolithen dagegen sind die 2 — 4 Nonien auf einem eigenen Kreise angebracht (§. 51.), der meistens auf der Hülse der Fernrohrachse festsitzt, während der Höhenkreis mit dem Fernrohr zugleich sich bewegt.

Zum genauen Ablesen der Vertikal- oder Neigungswinkel endlich dienen entweder Handloupen, oder es finden sich die Loupen an einem um die Hülse der Drehungsachse sich bewegenden Arme l (Figg. 67. und 73.).

d. Die Achsendrehung des Fernrohrs.

§. 57.

1. Die grobe Achsendrehung des Fernrohrs ergiebt sich von selbst. Zu der feinen Einstellung wendet man die in den §§. 40. — 43. angegebenen Vorrichtungen an.

Bei den meisten Kippregeln und Boussolen richtet man die Bewegung des Fernrohrs nur zur groben Achsendrehung ein. Soll aber das Fernrohr zugleich zum Distanzmeßen dienen, oder will man Vertikalwinkel mit der erforderlichen Schärfe bestimmen, so ist die Einrichtung zur feinen Achsendrehung durchaus erforderlich. In diesem Falle darf auch die feine Einstellung der Okularröhre des Fernrohrs nicht fehlen (Figg. 15. und 62.) (I. §. 42.). Für den ersteren Zweck wendet man meistens die Schraube ohne Ende an (§. 40.), welche Einrichtung Figg. 62. und 63.

versinnlichen. m ist die Schraube ohne Ende, welche ihre Lager in den auf der Platte D stehenden Stützen n und o hat, von welchen o mit einem Einschnitte o' versehen ist, in welchem sich die Schraube mittelst des Hebels p und der Feder q gegen den Rand des Kreises K bringen oder davon entfernen läßt. Bei Theodolithen findet man eben so oft die Klemmung mittelst des Bremsringes, als die mittelst der Halterplatte. Einfacher ist im Allgemeinen die erstere der letztgenannten Klemmungsvorrichtungen, wenn man sie analog der im §. 42. angegebenen einrichtet und welche in Fig. 66. versinnlicht ist. D ist der an der Fernrohrachse A sitzende Arm; E die an derselben befindliche Stahlfeder, welche sich an den Stift e lehnt; F die Mikrometerschraube, welche gegen den Arm D tritt und in dem Ansatze f ihre Mutter hat; G endlich die Druckschraube, womit die Fernrohrachse festgestellt wird. Wegen der vorhandenen Stahlfeder ist aber das Umlegen des Fernrohrs in seinen Achsenlagern nicht bequem. In dieser Hinsicht verdient deshalb die Klemmung mittelst der Halterplatten dann den Vorzug, wenn man die von Breithaupt *) angegebene Konstruktion, deren Analogon schon im §. 43. beschrieben ist, anwendet.

4. Einfacher und noch zweckmäßer ist folgende, von dem genannten Künstler angegebene Konstruktion, welche Fig. 76. und 76.a. darstellt.

Die Drehungsachse α des Fernrohrs TT' liegt zwischen zwei gabelförmigen Fortsätzen β, β' der auf der Alhidade c ruhenden Klemme γ. Der eine Arm β läßt sich durch eine Klemmschraube δ und eine im Innern desselben angebrachte Spiralfeder dem andern β' nähern und davon entfernen. Der untere Theil der Klemme enthält die Mikrometerschraube ε, welche in den Kugellagern ζ und η liegt, von welchen das eine an der Klemme γ, das andere an dem auf die Alhidade angeschraubten Aufsatze ϑ befestigt ist. Der Fuß der Klemme γ ist abgerundet, wodurch sich dieselbe von der Seite her aufrecht erhält.

Diese Konstruktion bietet den großen Vortheil dar, daß, da die Gabel die Fernrohrachse nur berührt, jede etwaige Seitenbewegung und Hebung derselben verhindert wird.

*) Breithaupt's Magazin mathematischer Instrumente. Heft 2. S. 4.

6. Die Versicherungsdioptern und das Versicherungsfernrohr.

§. 58.

Diese Vorrichtungen sollen die unverrückte Lage des mit dem Stative verbundenen Dreifußes (oder der Nuß) und des Winkelmeßers, während der Meßung eines Winkels, verbürgen. Soll aber dieser Zweck ganz erfüllt werden, so müßen die Vorrichtungen so angebracht sein, daß sie sich unabhängig von den Theilen, wodurch die Winkelmeßung geschieht, um den Centralzapfen sowohl eine Horizontal= als Vertikalbewegung und nachherige Feststellung gestatten, um sie nach einem gut markierten Punkte eines entfernten Objekts einrichten zu können. Deshalb kann man sich dazu auch nur eines Fernrohrs bedienen, welches mit einem Fadenkreuze versehen ist und nur in sehr beschränktem Maße laßen sich Dioptern anwenden.

Wenngleich nun auf der einen Seite das Versicherungsfernrohr als Bürge für die Unverrücktheit des Winkelmeßers während einer Winkelmeßung dient, so darf doch auf der andern Seite nicht übersehen werden, daß es bei den obigen Forderungen dem Meßwerkzeuge eine Unfestigkeit und größere Wandelbarkeit zufügt. Deshalb erklärt auch Breithaupt a. a. O. bei einem soliden Bau des Dreifußes, einer sicheren und leichten Bewegung des Horizontalkreises und der Alhidade und der damit verbundenen Achsendrehungsvorrichtungen das Versicherungsfernrohr für überflüßig, und namentlich dann, wenn man sich zur Grundlage des Werkzeugs Statt des Stativs eines festen Postaments von Stein bedient. Er ist deshalb auch der Meinung, daß, wenn überhaupt das Meßwerkzeug ein Versicherungsfernrohr enthalten soll, daßelbe am zweckmäßigsten an dem Stativkopfe anzubringen sein würde, weil man dadurch zugleich den Vortheil erhält, die während der ganzen Winkelmeßung durch den Stand der Sonne veranlaßte Drehung in dem Holze des Stativs bestimmen zu können.

Will man aber mit einem Theodolith die s. g. Borda'sche Repetitionsmethode bei der Winkelbestimmung anwenden, so muß unterhalb des Horizontalkreises noch ein Fernrohr (für welchen Fall es aber nicht als Versicherungsfernrohr dient) angebracht sein, welches ganz im Horizonte sich herumführen und auch in

einer Vertikalebene sich auf- und niederbewegen läßt. Die dazu nöthige Konstruktion zeigt Fig. 49. a., womit §. 35. zu vergleichen ist.

§. 59.

Endlich dienen

7. als Vorrichtungen zur Horizontalstellung der Winkelmeßer und einzelner Theile derselben die im §. 6. beschriebenen Libellen, wobei nur bemerkt werden mag, daß diese theils zum Aufsetzen auf die horizontal zu stellenden Ebenen und Linien dienen, theils auch mit den einzelnen Theilen der Winkelmeßer so unabänderlich verbunden sind, daß sie noch die nöthigen Korrektionen gestatten.

B. Die Winkelmeßer selbst.

1. Der Meßtisch oder die Mensel. Figg. 48., 62., 63. und 67. — 69.

§. 60.

Die Eigenthümlichkeit dieses Winkelmeßers besteht darin, daß man die auf dem Felde gegebenen Winkel unmittelbar nur durch Konstruktion auf einer horizontalen Ebene bestimmen kann. In seiner einfachsten Gestalt würde dieß winkelzeichnende Werkzeug aus einem Stativ bestehen, auf welchem eine feste Ebene horizontal bewegt und festgestellt werden kann, um auf letzterer mittelst eines Diopterlineals Linien verzeichnen zu können. Der Meßtisch wurde am Ende des 16. Jahrhunderts von Joh. Prätorius erfunden und nicht leicht ist ein Winkelmeßer in so verschiedenen Modifikationen seit der genannten Zeit erschienen, als der Meßtisch.

Die Anforderungen, welchen ein guter Meßtisch entsprechen muß, möchten etwa folgende sein:

1) Er muß bei möglichster Leichtigkeit doch fest und unbeweglich auf dem Felde aufzustellen sein, damit er während des Zeichnens seine Lage nicht ändert.

2) Der Zeichentafel muß mit der erforderlichen Schärfe eine horizontale Lage gegeben werden können.

3) Er muß nicht nur eine grobe, sondern auch eine feine Achsendrehung gestatten und

4) dem Geometer es möglich machen, auch nach entfernten Richtpunkten gehende Visierlinien mit Genauigkeit verzeichnen zu können.

Was seine Anwendung in dem weiten Felde der praktischen Geometrie anlangt, so muß schon jetzt bemerkt werden, daß sie vorzugsweise in der Aufnahme des Details bei Landesvermeßungen bestehen muß, obgleich dadurch seine Anwendung bei Forstaufnahmen, bei der Aufnahme kleinerer Örter und selbst bei kleineren ökonomischen Vermeßungen, wenn die Flächeninhaltsbestimmung nicht bis zu großer Schärfe getrieben werden soll und bei zweckmäßig gewähltem Maßstabe nicht ausgeschloßen zu sein braucht.

§. 61.

Die wesentlichen Theile des Meßtisches sind folgende:

1) Das Stativ mit den Vorrichtungen zur Horizontalstellung und Achsendrehung.

Hinsichtlich des Stativs verdient das im §. 23. 2. beschriebene den Vorzug; in Rücksicht auf die Vorrichtung zur Horizontalstellung ist es bei größeren Meßtischen immer zweckmäßiger, dazu den in den §§. 32., 33. und 38. beschriebenen Dreifuß mit seinen Verbindungstheilen zu wählen (Figg. 48. und 67.); doch gewährt auch die im §. 37. 1. beschriebene Dreifußkonstruktion gehörige Festigkeit. Von den Vorrichtungen zur Achsendrehung wendet man ganz zweckmäßig die Schraube ohne Ende (§. 40.) (Figg. 53., 53. a. und 67.) an; jedoch ist bei der Anwendung des Dreifußes im §. 37. die im §. 41. angegebene Klemmung mittelst des Bremsringes bequemer.

Für kleinere Meßtische, die zugleich weniger kostspielig sein sollen, reicht auch die Nuß, etwa wie sie in den §§. 28. — 30. beschrieben ist, in Verbindung mit der Vorrichtung des §. 40. 2. aus.

2. Die Meßtischplatte N. (Figg. 67. und 69.)

Sie ist ein quadratisches Reißbrett von 18 — 24 Zoll Seite, welches von gut ausgetrocknetem und keine Äste enthaltendem Lindenholze verfertigt wird. Um das Werfen zu vermeiden, setzt man die Platte so aus quadratischen Stücken zu-

sammen, daß die Holzfasern sich kreuzen und verbindet die 4 Stücke durch Rahmen.

Die obere Ebene wird mit Papier überzogen. Um aber das Bilden von Falten bei feuchtem Wetter zu vermeiden, ist das Aufkleben mit Eiweiß vortheilhafter. Man schlägt nämlich Eiweiß zu Schaum, läßt die Flüßigkeit einige Stunden lang stehen, damit der Faserstoff sich setzen kann, gießt die obere Flüßigkeit darauf behutsam ab und verdünnt sie etwas durch Waßer. Mit dieser wird nun die untere Papierfläche bestrichen, dann das umgewandte Papier auf die ebenfalls mit der Eiweißflüßigkeit benetzte Platte gelegt und mit einem zusammengeballten Tuche von der Mitte aus nach den Rändern hin so lange gestrichen, bis es ganz aufliegt. Schließlich befestigt man die überstehenden Ränder des Papiers an den schmalen Seiten der Tischplatte mit Mundleim.

Nach mehrmaligem Bekleben muß indessen die Tischplatte sorgfältig mit Waßer abgewaschen werden, um das Festkleben des später aufzuspannenden Bogens zu verhindern.

An der unteren Fläche der Tischplatte finden sich eingelegte Schraubenmuttern, oder ein Ring mit solchen, oder eine Hülse u. dgl., um sie mittelst Klemmschrauben β, β, (Fig. 67.) mit dem Dreifuße oder der Nuß verbinden zu können.

3. Die Libelle zum Horizontalstellen der Meßtischplatte; von den beiden im §. 6. beschriebenen Arten wendet man meistens die Dosenlibelle an.

4. Die Kippregel, deren Zweck und Konstruktion schon in den §§. 21. 3., 54. u. f. angegeben und beschrieben ist.

1) Aus den im §. 54. bemerkten Gründen wird man sich aber immer lieber eines nichtachromatischen Fernrohrs, als der einfachen Dioptern bedienen, daher von den letzteren auch weiter keine Rede sein soll.

2) Hinsichtlich der Befestigungsart des Fernrohrs an der Säule erscheint die im §. 55. 2. angegebene am geeignetsten, weil die in 3. beschriebene in den meisten Fällen zu schwer ausfallen würde. Man kann damit die Einrichtung zum Durchschlagen des Fernrohrs (§. 55. 4.) verbinden, indem sie die Prüfung des Fernrohrs sehr erleichtert, auch einige andere Vortheile gewährt. Zum Meßen der Neigungswinkel der gegen den Horizont geneigten Linien reicht in den gewöhnlichen Fällen ein

Gradbogen und ein bloßer Inder hin (§. 56. 1.); bei vollkommner eingerichteten Kippregeln kann man die im §. 56. 2. und 3. angegebenen Konstruktionen wählen.

3) In Hinsicht auf die Achsendrehung des Fernrohrs ist zu bemerken, daß man sich meistens mit der groben begnügt. Sollen aber mit den eigentlichen Meßtischoperationen auch Distanzmeßungen verbunden werden, so ist das Nöthige schon im §. 57. 2. angegeben worden.

4) Zu dem Lineale Q, Fig. 67., auf welchem die Säule mit dem Fernrohre befestigt ist, nimmt man jetzt meistens Holz (Mahagoni- oder Birnbaumholz), weil man den hölzernen Linealen bei demselben Gewichte eine größere Breite geben kann, als den messingenen, diese auch mehr schmutzen. Seine Länge muß wenigstens die der Diagonale der Tischplatte betragen, bei einer Breite von 2 — 3 Zoll und etwa 1/3 Zoll Dicke. Es liegt nicht mit seiner ganzen Breite auf, sondern nur mit etwa 1/3 Zoll breiten Rändern, die der Länge des Lineals nach an den Kanten stehen geblieben sind. Die mit der Visierebene zusammenfallende Kante ist schräg abgeschnitten; auf den schrägen Schnitt ist eine Messingplatte geschraubt, deren untere Kante normal zu der Tischplatte steht.

§. 62.

Außer den im vorigen §. genannten wesentlichen Theilen des Meßtisches wendet man auch wohl noch folgende Vorrichtungen an, die aber nach meinem Dafürhalten ganz entbehrlich sind.

1. Die Einlothzange oder Gabel. (Fig. 68.) Sie dient, einen auf der Meßtischplatte gegebenen Punkt senkrecht über den entsprechenden auf dem Felde zu bringen und besteht aus 2 ungleichen hölzernen Armen a und b, die durch das Querstück c mit einander verbunden sind und durch das bei d sitzende Zirkelgewinde in eine solche divergierende Lage gebracht werden können, daß die auf einer kleinen Messingplatte bei e befindliche Öse senkrecht unter der bei f angebrachten messingenen Spitze liegt, welche an den Punkt auf der Tischplatte gelegt wird. Zum Einlothen dient das Gewicht g mit dem Gegengewichte h, die durch eine Doppelschnur mit einander verbunden sind. Das Einstellen auf den gegebenen Punkt geschieht durch das Verstellen der Füße des Stativs.

Nur bei Aufnahmen, die nach einem großen verjüngten Maßstabe ausgeführt werden, so daß Zolle noch mit Sicherheit wenigstens zu schätzen sind, kann die Einlothzange von Nutzen sein; bei topographischen Aufnahmen dagegen, wobei die Verjüngung $^1/_{10000}$ — $^1/_{20000}$ und darunter beträgt, reicht ein Einstellen nach dem Augenmaße vollkommen aus.

2. Der Ring mit dem Kreuze. (Fig. 69.) Um das Einstellen der Meßtischplatte zu erleichtern, wird auf der Stativvorrichtung, z. B. auf der Scheibe H in Fig. 48., die Meßtischplatte nicht ohne Weiteres durch Klemmschrauben (§. 61. 2.) befestigt, sondern dazu dient ein Metallkreuz a, a, unter welches aber, ehe man die Meßtischplatte auflegt, ein Metallring b, b geschoben wird, um ihn mit der Platte durch Klemmschrauben cccc zu verbinden. Indem nun das Kreuz auf der genannten Scheibe H befestigt ist, hat die Meßtischplatte eine feste Lage. Werden aber die Klemmschrauben c gelöst, so läßt sich jene um 3 — 4 Zoll auf dem Kreuze verschieben.

Es ist einleuchtend, daß durch diese Vorrichtung leicht eine Unfestigkeit an dem Werkzeuge herbeigeführt wird, daher sie nicht zu empfehlen ist. Man kann auf eine unschädliche Weise die Verschiebung der Tischplatte um einige Zolle dadurch erreichen, wenn man die Öffnung des Stativkopfes (§. 23. 2.) vergrößert und nun die Schraubenmutter P löst (Fig. 48., §. 38.); nur wird man zu diesem Zwecke zwischen den Cylinder R und die untere Fläche des Stativkopfes noch ein etwa dreieckiges, in der Mitte durchbohrtes Stück Holz setzen müßen, durch welches auch der Stengel M gesteckt wird, um durch Anziehung der Mutter P eine feste Verbindung des Stativs mit dem Dreifuße zu erreichen.

3. Die Anschlagnadeln. Diese sind feine mit einem Siegellackkopfe versehene englische Nähnadeln, die man in die Punkte auf der Meßtischplatte steckt, an welche die Kippregel gelegt werden soll, um gegebene Richtungen bequemer einvisieren zu können. Bei einiger Übung wird man indessen bald finden, daß sie ganz entbehrlich sind.

4. Dasselbe gilt von dem Versicherungsfernrohr, dessen Zweck schon im §. 58. angegeben ist. Man kann sich von der Unverrücktheit des Meßtisches dadurch am besten überzeugen,

wenn eine auf der Meßtischplatte gezogene gerade Linie ihre ursprüngliche Richtung nicht verändert hat.

5. Die Orientierboussole, die dazu dient, um eine auf der Meßtischplatte verzeichnete Linie in die entsprechende Richtung auf dem Felde zu bringen, welches man das Orientieren des Meßtisches nennt, wenn dieß nicht durch Anlegung der Kippregel geschehen kann. Sie giebt indessen nicht die erforderliche Zuverläßigkeit, wie dieß aus dem Folgenden erhellen wird, und muß daher bei genaueren Meßungen durch zweckmäßigere Methoden ersetzt werden.

Man legt die Orientierboussole entweder an die eine Kante des Lineals der Kippregel oder sie wird an der Meßtischplatte befestigt.

§. 63.

Anmerkung. Einige ältere Konstruktionen des Meßtisches haben durch besondere Einrichtungen sich einen Namen erworben und den auch bis jetzt sich erhalten, obgleich sie den beßeren Konstruktionen neuerer Zeit immer nachstehen.

Der Marinoni'sche Meßtisch hat z. B. die Eigenthümlichkeit, daß die Tischplatte zum leichteren Einstellen in Nuthen sich hin- und herschieben läßt. (Marinoni libri de re ichnographica, Viennae, 1756.) Der Brander'sche Meßtisch enthält zugleich einen eingetheilten Winkelmeßer und an der Seite der Tischplatte auch einen Halbkreis zu Höhenmeßungen. Man findet an ihm zuerst die Anwendung der Schraube ohne Ende (Brander, der neue geometrische Universalmeßtisch &c. Augsburg, 1767). Der Bugge'sche Meßtisch enthält die im §. 62. 2. beschriebene Vorrichtung zum Einstellen (Bugge's gründliche und vollständige theoretisch-praktische Anweisung zum Feldmeßen. Aus dem Dänischen von H. Tobiesen, Altona, 1798). Der Lehmann'sche Meßtisch ist ein Meßtisch mit feiner Achsendrehung mittelst der Schraube ohne Ende, ohne Stellschrauben zur Horizontalstellung. Das Stativ ist ein s. g. Feldstativ, dessen Füße sich mit dem Kopfe zusammenlegen laßen, wodurch es transportabler wird. Nach Netto (Lehrbuch des Aufnehmens mit dem Meßtische u. s. w., Berlin 1822) soll aber der genannte Meßtisch nicht von Lehmann, sondern vom General Aster angegeben sein. Bei dem Mayer's

schen Meßtisch sind die Stellschrauben von Holz und treten unter die Meßtischplatte; an dieser findet sich auch die Vorrichtung zur feinen Achsendrehung (Mayer's gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie I.. Göttingen, 1814).

2. Die Boussole. Figg. 51., 55., 70. und 71.

§. 64.

Sie ist der Winkelmeßer, durch welchen mittelst der Magnetnadel (I. §. 55.) auf einem eingetheilten Kreise der Winkel bestimmt wird, den eine auf dem Felde gegebene Linie mit dem durch ihren Anfangspunkt gehenden magnetischen Meridiane (I. 51.) bildet. Außerdem muß die Konstruktion der Boussole gestatten, mit dem Theile, womit die Abweichungswinkel bestimmt wurden, diese auch auf dem Papiere verzeichnen zu können. Insofern steht sie in der Mitte zwischen dem winkelzeichnenden Meßtische und dem winkelmeßenden Astrolabium oder Theodolith.

Der Gebrauch der Boussole stützt sich auf den physikalischen Satz, daß die Meridiane von nicht zu entfernt liegenden Punkten auf der Erdoberfläche, also auch die magnetischen Meridiane als parallel angesehen werden können.

Da 3zöllige Theilringe der Boussolen nur eine genaue Ablesung von etwa 10 Minuten gestatten, dabei aber doch schon eine durch längere Übung erworbene sichere Schätzung kleinerer Abtheilungen vorausgesetzt wird; es auch aus mehrfachen Gründen nicht gestattet ist, einen Nonius zur weiteren Eintheilung des Theilringes anzubringen, so darf die Anwendung der Boussole immer nur eine beschränkte sein. Diese Bemerkung glaubte ich hier schon, wegen der Wahl der Konstruktionen einiger ihrer Theile, machen zu müßen.

§. 65.

Die Theile des Meßapparats sind folgende, von denen aber jetzt schon bemerkt werden mag, daß alle, bis auf die Nadel und den Stift, falls sie nicht von Holz sind, von eisenfreiem Messing oder Kupfer gearbeitet sein müßen.

1. Der Kompaß mit der Zulegeplatte. (Figg. 70. u. 71.)

In der Mitte des Bodens der cylindrischen Büchse EF von etwa 3 Zoll Durchmeßer und 3/4 Zoll Höhe ruht auf einem spitzen Stahlstifte eine Magnetnadel G (I. §. 55.). Diese trägt über der durchbohrten Mitte ein konisches Hütchen g, dessen Deckel von Achat oder Karneol ist und dessen innere Höhlung in eine kleine Kugelfläche ausläuft, wodurch die Magnetnadel auf dem Stifte schwebt. In der Ebene der Magnetnadel liegt an der inneren Wand der Büchse der Theilring OW, der in 360 Grade, auch wohl in zwei Mal 12 Stunden, von Nord durch West nach Süd, und Achtel- oder Sechszehntelstunden getheilt ist; im letzteren Falle sind auch die 4 Himmelsgegenden auf dem Theilringe bezeichnet, nur sind, wegen der scheinbaren Bewegung der Nadel, O und W vertauscht. Zum Schutze der Nadel und Theilung dient eine auf dem inneren Rande der Büchse befestigte Glasplatte.

Die Büchse bildet mit einer etwa 10 Zoll langen und 4 bis 5 Zoll breiten Platte H (der Zulegeplatte) ein Ganzes, von welcher die zwei längeren Kanten mit dem durch 0° und 180° oder N. 12 und S. 12 gehenden Durchmeßer des Theilringes parallel sind.

Um den Stift nicht unnöthigerweise abzunutzen, findet sich auf der Zulegeplatte oder auf dem Rande der Büchse ein Schieber e, der mit einem den Stift umgebenden Hebel in Verbindung steht und dazu dient, beim Transporte oder Nichtgebrauche des Werkzeugs die Nadel vom Stifte abzuheben und gegen den Glasdeckel zu drücken. Man nennt diese Vorrichtung die Arretierung.

Endlich dienen zwei auf der Zulegeplatte befindliche Knopfschrauben h, h' zum Anfaßen beim Verzeichnen (Zulegen) der gemeßenen Abweichungswinkel.

2. Das Kippfernrohr.

Die Zulegeplatte wird gemeiniglich auf eine mit Nuthen versehene Holz- oder Metallplatte I geschoben und durch Druckschrauben i oder auf eine andere sichere Weise festgestellt.

Die Verbindung dieses Apparates mit der Stativvorrichtung geschieht durch eine Hülse nebst Druckschraube oder durch Preßschrauben allein.

Meistens an der Seite der vorhin genannten Holz- oder Metallplatte befindet sich nach der im §. 55. 2. beschriebenen

Konstruktion das Fernrohr TT' mit dem Gradbogen K (§. 56. 1.), dessen Index auf der mit der Unterlageplatte I' durch den Arm k' verbundenen Platte k sich befindet.

3. Das Stativ mit den Vorrichtungen zur Horizontalstellung und Achsendrehung.

Größere Festigkeit gewährt im Allgemeinen das im §. 23. 2. beschriebene Stativ in etwas kleineren Dimensionen als beim Meßtische. Sehr häufig wendet man aber die im §. 23. 1. angegebene Konstruktion an.

Hinsichtlich der Vorrichtung zur Horizontalstellung kann man die im §. 37. 1. beschriebene Konstruktion anwenden und damit die im §. 41. zur Achsendrehung angegebene verbinden. Beides zeigt Fig. 70. Häufig wendet man aber nur die Achsendrehungsvorrichtung ohne Horizontalstellung an; dann ist die Anwendung der Nuß mit der Schraube ohne Ende weniger kostspielig. (§§. 26. und 40.)

4. Die Dosenlibelle.

Man setzt sie auf den eben geschliffenen Glasdeckel; indessen wird sie meistens überflüßig, da es zum genauen Ablesen des Abweichungswinkels nur darauf ankommt, daß der Nordpol der Magnetnadel, mit welchem stets der Winkel abzulesen ist, mit dem Theilringe in derselben Ebene liegt.

§. 66.

Anmerkung. Zu ganz flüchtigen militairischen Meßungen ist von Schmalkalder in London eine kleine Boussole angefertigt, die nach ihm Schmalkalder's Hand- oder Patent-Boussole genannt wird. Das Wesentliche derselben ist, daß die Magnetnadel einen dünnen Kupferring trägt, der die Eintheilung in Grade enthält; ferner die Büchse, in der die Nadel unter einem Glasdeckel spielt, an einer Stelle ein durch ein Charnier niederzulegendes Objektivdiopter und diesem diametral gegenüber ein gleichschenklicht-rechtwinklichtes Glasprisma (I. §. 17. Anm.) in einer Faßung enthält, welches durch den in der Faßung gelaßenen Schlitz als Okulardiopter, dann aber auch dazu dient, die senkrecht erscheinende Eintheilung (I. §. 17.) vergrößert ablesen zu können. Zu diesem Zwecke ist die der Theilung zugekehrte Kathetenfläche des Prisma konvex geschliffen (Eine genauere Beschreibung dieses Werkzeugs findet sich u. a.

in Netto's Vermeßungskunde I. pag. 152. und in Schulz Montanus system. Handbuch der Land- und Erdmeßung I., Berlin, 1819.)

3. Das Astrolabium. Fig. 72.

§. 67.

Das Astrolabium, so wie auch die noch folgenden Theodolithen und Repetitionskreise tragen gegen den vorhin beschriebenen Meßtisch und die Boussole den unterscheidenden Charakter, daß die erstgenannten die Größe des zu meßenden Winkels in der Gradabtheilung, also in Zahlen angeben, daher sie auch der Klasse der s. g. winkelmeßenden Werkzeuge angehören. Jedes derselben ist aber dennoch wieder nach eigenen Prinzipen zusammengesetzt und hat seine Eigenthümlichkeit.

Das ältere Astrolabium soll eigentlich nur zur Meßung von Horizontalwinkeln dienen und gestattet die Meßung der Vertikalwinkel nur durch den nämlichen Kreis, der durch Hülfe des umgelegten Zapfens der Nuß (§. 26. 2.) in die vertikale Lage zu diesem Zwecke versetzt wird. Ist der eingetheilte Kreis um seine Achse beweglich, so können die zu meßenden Winkel auch durch Repetition bestimmt werden, wovon im 7. Abschnitt die Rede sein wird. Doch gehört dieß nicht zu den unterscheidenden Merkmalen. Die Dioptern oder das Fernrohr sind auf einem Lineale angebracht, das sich um den Mittelpunkt des Limbus bewegt; das Lineal trägt noch den Nonius oder die Mikrometerschraube (§§. 46. 52.) zur weitern Eintheilung des Kreises.

Der Theodolith enthält außer dem festen oder beweglichen Horizontalkreise, einen auf dem Alhidadenkreise (§. 51.) angebrachten Aufsatz, der das um seine Achse drehbare Fernrohr mit dem Höhenkreise trägt; der letztere dient zur Meßung der Vertikalwinkel oder Zenithdistanzen, der erstere dagegen nur zur Meßung der Horizontalwinkel. Beide Kreise können zur Bestimmung der Winkel durch Repetition, oder auch ohne diese, eingerichtet sein. Gewöhnlich hat der Horizontalkreis einen größeren Durchmeßer, doch sind auch wohl beide Durchmeßer gleich groß.

Die Repetitions-, Wiederholungs- oder Multiplikationskreise haben außer dem gewöhnlich größeren Hauptkreise noch einen zweiten, nur horizontal liegenden Kreis, den Azimuthal-

Kreis. Während aber der erstere in die horizontale und vertikale, bei einigen Werkzeugen auch in jede andere beliebig schiefe Lage gebracht werden kann und daher die Meßung der Horizontal-, Vertikal- und schiefgeneigten Winkel und zwar sowohl nach der einfachen, als der doppelten Repetitionsmethode gestattet, dient der Azimuthalkreis nur zur Ablesung von Horizontalwinkeln, als die Kenntnis ihrer Größe zu den mit dem Hauptkreise vorzunehmenden geodätischen oder astronomischen Höhenbestimmungen nothwendig ist. Außer dem auf dem Hauptkreise befestigten Fernrohre haben diese Werkzeuge noch ein zweites unter dem Hauptkreise angebrachtes Fernrohr (§. 58.); das Hauptfernrohr muß deshalb auch die zu astronomischen Beobachtungen nöthigen Einrichtungen enthalten.

§. 68.

Der wesentlichste Theil eines älteren Astrolabiums ist ein in halbe bis viertel Grade eingetheilter ganzer, Halb-, auch Viertel-Kreis, welcher mit der Nuß (§. 26.) und dem Stative (§. 23. 1.) so verbunden wird, daß ein um die Mitte der Theilung sich bewegendes Diopterlineal (Alhidadenregel §. 53.) die Größe des Horizontalwinkels, in dessen Scheitel das Werkzeug aufgestellt ist, unmittelbar angiebt.

Es möchte wohl überflüßig sein, hier die Verbeßerungen, die bei dem Fortschritte der mathematischen und mechanischen Wißenschaften das Werkzeug allmälig erlitten hat, einzeln aufzuführen, da ohnehin schon von mehreren derselben im Vorhergehenden die Rede gewesen ist. Damit aber der Anfänger der praktischen Geometrie sich eine deutliche Vorstellung von der Einrichtung der verbeßerten Astrolabien machen kann, mag hier eine kurze Beschreibung des Astrolabiums folgen, welches von Joh. Tob. Mayer angegeben und in dem 1. Theile seines Unterrichts zur praktischen Geometrie, S. 376. u. f. ausführlicher beschrieben ist.

In Fig. 72. ist A der eingetheilte Kreis, der, wie die Alhidadenregel B, um den konischen Centralzapfen C sich horizontal drehen läßt. Über der Alhidade liegt der Arm D, ebenfalls um C drehbar. B und D enthalten Ansätze E zur Bewegung der Mikrometerschraube F (§. 52.), deren Index an dem vorderen Ansatze F befestigt ist und nicht nur zur feinen Achsendrehung

der Alhidade dient, sondern auch, um den Abstand des Inder des Nonius von dem nächsten Theilstriche zu meßen. Deshalb hat die untere Fläche des Alhidadenhalters D einen ähnlichen Ansatz nebst einer Preßschraube, wodurch D, also auch B mit A verbunden wird. Zur feinen Achsendrehung des Kreises geht von der Centralbüchse H ein Arm G aus, an welchem eine ähnliche Vorrichtung zur Mikrometerbewegung, wie sie auf D und B sich findet, nebst Mikrometerschraube I, so wie eine Preßschraube zur Klemmung angebracht ist, um den Kreis mit der Centralbüchse zu verbinden.

Die auf die Alhidade geschraubte und mit einem Zirkelgewinde versehene Säule trägt die Hülse K, in welche das Fernrohr L, L passt, um darin um seine Achse gedreht und durch die Klemmschrauben l, l festgestellt zu werden.

An der Alhidade sitzt der Nonius M zur weiteren Eintheilung des Kreises, wovon dann zugleich die Mikrometerschraube F die Prüfung abgiebt.

Die Centralbüchse H kommt auf den Zapfen der Nuß (§. 26.), welche mit dem konischen Zapfen des prismatischen Stativkopfs (§. 23. 1.) verbunden wird.

Zum Horizontalstellen endlich, welches aber nur durch die Bewegung der Nuß in ihrem Lager verrichtet werden kann, dient eine Dosenlibelle, welche auf die eine Speiche des Kreises gestellt wird.

4. **Der Theodolith.** Figg. 49., 50., 52., 73. — 75.

§. 69.

Dem im §. 67. ausgesprochenen Begriffe und Zwecke des Theodolithen gemäß ist der wesentlichste Theil desselben

1) Der doppelt koncentrische Horizontal- und Alhidadenkreis H und I in Fig. 73., von welchen der letztere innerhalb des ersteren sich bewegt, und ein mit dem Alhidadenkreise verbundener, aus zwei oder mehreren Trägern bestehender Aufsatz C, C, auf welchem das Fernrohr T T′ mit dem Vertikalkreise K ruht.

2) Beide Theile, die für sich ein Ganzes ausmachen, aber auch getrennt werden können, ruhen auf einem Dreifuße B, B (§. 32.), wodurch also durch die Stellschrauben D, D die Horizontalstellung des Werkzeugs möglich ist. In der Centralbüchse A,

bewegt sich der Centralzapfen G, mit welchem der Alhidadenkreis I rechtwinklicht verbunden ist, während der Horizontalkreis H mit der Centralbüchse aus einem Stücke besteht. Diese Einrichtung verleihet zwar dem Werkzeuge eine größere Festigkeit, gestattet aber keine Repetition der Horizontalwinkel. Zur feinen Einstellung der Alhidade und ihres Aufsatzes dient die Klemmungsvorrichtung N nach der in den §§. 43. — 45. angegebenen Einrichtung (Figg. 58. und 58. a.). Bei manchen Konstruktionen bedeckt der Alhidadenkreis den silbernen Limbus des Horizontalkreises ganz, bis auf die Stellen, wo die 2 — 4 Nonien sich finden. Damit diese mit dem Limbus in derselben Horizontal- oder geneigten konischen Fläche liegen, ist der Horizontalkreis da, wo die Nonien sich bewegen, einige Linien tief ausgedreht. Zur Sicherung der Nonien und des Limbus vor Staub und Feuchtigkeit, werden jene von Plangläsern bedeckt. Die auf die Alhidade festgeschraubten Träger C, C, haben die Pfannen des Fernrohrs, das an den stählernen cylindrischen Zapfen mit dem Höhenkreise K zugleich sich bewegen läßt. An den mit dem Aufsatze verbundenen Rahmen L, L sind die Nonien des Höhenkreises befestigt. An dem entgegengesetzten Ende der Fernrohrachse, an welcher der Höhenkreis sitzt, wird die Achse von einem Ringe umgeben, mit welchem der zur feinen Achsendrehung dienende Arm O verbunden ist; auf diesem sitzt die Klemme o der Mikrometerschraube P.

3) Mittelst einer auf die Achse des Fernrohrs gesetzten Röhrenlibelle Q kann jene Achse und dadurch auch der Horizontalkreis horizontal gestellt werden.

4) Alle Nonien an dem Horizontal- und Vertikalkreise haben Loupen m, m, m′, m′, mit Seitenverschiebung und Blendungen (§. 51.).

5) Über das Anbringen oder Weglaßen eines Versicherungsfernrohrs ist schon im §. 58. das Nöthige angegeben worden.

6) Hinsichtlich der Unterlage endlich, die man dem Theodolithen giebt, ist zu bemerken, daß man dazu früher ausschließlich pyramidalisch geformte Postamente aus Stein anwandte, was auch jetzt noch bei Vermeßungen, bei welchen nur größere Theodolithen angewandt werden, geschieht und wonach auch ohne Zweifel der Name Theodolith (von θέα, das Anschauen, ὁδός, der Weg, und λίθος, der Stein) gebildet sein möchte. Zu

diesem Zwecke ruht die Stahlachse G auf einer Stahlplatte b, die durch starke Schrauben mit dem Dreifuße verbunden ist; durch die Klemmschraube c wird ein leichterer oder schwererer Gang der Achse bewirkt. Bei kleineren Werkzeugen bedient man sich durchweg der in dem §. 23. 2. beschriebenen Stative.

Anmerkung. Auch der in Fig. 50. dargestellte Dreifuß (§. 36.) kann sehr zweckmäßig als Unterlage des Theodolithen dienen. Auf der Scheibe H befindet sich der Limbus des Horizontalkreises, an der Centralachse G der Alhidadenkreis. Durch die den Cylinder A umgebenden Ringe F, f wird eine Bewegung des Horizontalkreises im Horizonte hergestellt, wodurch also der Inder des Nonius mit dem Nullpunkte der Theilung zur Koincidenz gebracht werden kann; die Preßschrauben h, h dienen zum Feststellen. Durch die auf dem Ringe O angebrachte Klemmungsvorrichtung ist die feine Achsendrehung des Alhidadenkreises möglich.

§. 70.

Will man aber, was die im vorigen §. beschriebenen Konstruktionen nicht gestatten, Horizontalwinkel durch die Repetitionsmethode bestimmen, so muß der Horizontalkreis nicht nur eine Bewegung im Horizonte um eine eigene Achse, sondern auch eine feine Achsendrehung gestatten. Diese Konstruktion zeigt Fig. 49. Der Horizontalkreis b, b ist auf der konisch ausgebohrten Achse a, a befestigt, welche wieder in der Centralbüchse A' des Dreifußes drehbar ist. In jener Achse bewegt sich die stählerne Achse G des Alhidadenkreises cd (man vergl. §. 34.). An der Centralbüchse ist der Arm K' zur feinen Achsendrehungsvorrichtung unabänderlich verbunden, worüber §§. 43. — 45. zu vergleichen ist. Dieselbe Art der Klemmung findet sich auf dem Rande des Horizontalkreises zur feinen Einstellung der Alhidade. Die übrigen zum Theodolith gehörigen Theile sind die im vorigen §. genannten. Die auf diese Weise konstruierten Theodolithen nennt man deshalb Repetitionstheodolithen.

Anmerkung. Wird mit dem Ringe F und dem Cylinder A in Fig. 50. eine Klemmungsvorrichtung verbunden, etwa wie sie in den §§. 41. und 42. beschrieben sind, so kann auch jene Konstruktion zum Repetitionstheodolithen dienen.

§. 71.

Bei einer anderen Konstruktion der Repetitionstheodolithen, z. B. den Ertel'schen, steht im Mittelpunkte des Horizontalkreises H ein etwa 3 Zoll hoher konischer stählerner Zapfen G, Fig. 74., welcher von der Büchse H' der Alhidade I umschloßen wird. Auf dem cylindrischen Ansatze L' der Alhidade ruht ein Rahmen mit den senkrechten Trägern M', welcher die Drehungsachse des Fernrohrs T enthält. Durch Schrauben wird der Rahmen mit der Alhidade verbunden und durch eine Korrektionsschraube m die senkrechte Lage der Träger gegen die Alhidade vermittelt. An dem einen Ende der stählernen Drehachse ist der Vertikalkreis O befestigt, dessen Nonius o in der Mitte des Trägers angebracht ist. An dem anderen Ende befindet sich die Vorrichtung Q zur feinen Achsendrehung, welche in Fig. 66. ausführlich dargestellt und worüber §. 57. 3. zu vergleichen ist. o' und o'' sind Preßschrauben zur Modificierung der Bewegung der Fernrohrachse. R ist die auf dieselbe gestellte Röhrenlibelle. Die Alhidade ruht nicht unmittelbar auf dem Horizontalkreise, sondern auf einer kugelsegmentartig gebogenen Stahlfeder. Mit dem Aufsatze L (vergl. Fig. 52. und §. 37.) bildet der Horizontalkreis K ein Ganzes und zwischen den Trägern desselben bewegt sich das Versicherungsfernrohr S, das durch zwei in Spitzen endigende Schrauben s. gehalten wird.

Anmerkung. Eine vollständigere Beschreibung und Abbildung eines Ertel'schen Theodolithen, der im Wesentlichen mit dem hier beschriebenen übereinstimmt, findet sich im 1. Bande von Ulrich's Lehrbuch der praktischen Geometrie. Göttingen, 1832.

§. 72.

Um auch Vertikalwinkel nach der Repetitionsmethode meßen zu können, muß entweder, bei den in den vorigen §§. angegebenen Konstruktionen, den Trägern des Fernrohrs eine solche Höhe gegeben werden, daß sich das Fernrohr durchschlagen läßt (§. 55. 3.), oder man läßt auch den Vertikalkreis aus zwei koncentrischen Kreisen bestehen, ähnlich wie bei den zum astronomischen Gebrauche dienenden Multiplikationskreisen. In dem ersten Falle pflegt man die Theodolithen Kompensationstheodolithen und in dem letzten, wenn sie zugleich zu astronomischen

Beobachtungen eingerichtet sind und auch der Horizontalkreis die Repetition der Winkel gestattet, Universalinstrumente zu nennen. (Fig. 73. stellt einen Kompensationstheodolith vor.)

In dem oben genannten zweiten Falle muß nämlich das Fernrohr mit seiner Drehungsachse nicht allein für sich, ohne den Vertikalkreis, in einer Vertikalebene bewegt werden können, sondern auch mit demselben eine solche Bewegung, zugleich aber auch eine feine Einstellung des Fernrohrs auf den Gegenstand gestatten. Um aber auch den Index des einen Nonius mit dem Opunkte der Theilung koincidieren zu laßen, muß auch hier eine feine Einstellung möglich sein. Der Nonienkreis ist mit dem einen Träger des Aufsatzes unabänderlich verbunden. Der eingetheilte Vertikalkreis sitzt an einer Hülse fest, welche die Drehungsachse des Fernrohrs umgiebt, so daß man das letztere ohne den ersteren bewegen kann. Zu seiner Verbindung mit dem Nonienkreise befindet sich an diesem eine Klemmungsvorrichtung (§§. 43. — 45.), welche die Kreisklemmung genannt werden mag. Zu der Bewegung des Vertikalkreises mit dem Fernrohre ist an dem seitlichen Fernrohransatze ein Kreis oder auch nur ein Arm befestigt, der ebenfalls eine Klemmungsvorrichtung, die Achsenklemmung, theils zur beabsichtigten Verbindung, theils zur feinen Einstellung enthält. Jene Bewegung kann also ohne Weiteres erfolgen, sobald die Kreisklemmung gelöst ist.

§. 73.

Da mit einem Theodolithen, wie er im Vorhergehenden beschrieben ist, bei angemeßener Größe, auch die zu einigen geodätischen Zwecken erforderlichen astronomischen Beobachtungen angestellt werden können, so müßen an dem Fernrohre noch eigene Einrichtungen getroffen werden, die bei terrestrischen Beobachtungen nicht erforderlich sind.

1) Um das Fernrohr zu nächtlichen Beobachtungen anwenden zu können, muß das Fadenkreuz beleuchtet sein. Zu diesem Zwecke ist die eine Hälfte der Drehungsachse hohl, durch welche dann das Licht einer vor oder in derselben angebrachten Lampe hineinfällt und das Fadenkreuz beleuchtet.

2) Finden sich die zu beobachtenden Sterne nahe am Zenith des Beobachters, so werden wegen der stark geneigten Lage des Fernrohrs die Beobachtungen sehr beschwerlich und öfters gar

nicht auszuführen sein. Deshalb wird in solchen Fällen an die Stelle des letzten Okularglases ein gleichschenklicht rechtwinklichtes Glasprisma a, Fig. 75., geschoben, wodurch nach I. 17. 3. die reflektierten Lichtstrahlen durch die auf die optische Achse des Fernrohrs normal aufgesetzte Okularröhre b bequem vom Auge wahrgenommen werden können. Auch ist wohl das Fernrohr zu diesem Zwecke in seiner Mitte unter einem rechten Winkel gebrochen und es dient dann die eine hohle Hälfte der Drehungsachse als Okularröhre, indem in dem rechten Winkel ebenfalls ein Glasprisma eingesetzt ist. Zu Beobachtungen an der Sonne enthält das Okular ein Blendglas, welches sich vor oder innerhalb der Fassung vor- und zurückschieben läßt.

3) Das Fadenkreuz besteht außer den beiden senkrecht gestellten Fäden (I. §. 46.) noch aus zwei gleich weit vom mittleren abstehenden Vertikalfäden, auch wohl noch aus eben solchen Horizontalfäden, um nach Umständen die beobachteten Gegenstände in den von den äußeren Fäden gebildeten Zwischenraum bringen zu können.

5. Der Repetitionskreis. Figg. 49. a., 76. und 77.

§. 74.

Der Repetitionskreis, wie ihn die Figg. 76. und 77. darstellen, kann auf zweifache Weise zusammengesetzt werden und wird in der einen Zusammensetzung, Fig. 76., nur zum Meßen der Horizontalwinkel, in der anderen, Fig. 77., als Höhenkreis angewandt, gestattet aber in dieser Zusammensetzung zugleich die Meßung der Azimuthalwinkel.

Eine ausführliche Beschreibung des erst genannten Apparates in Fig. 76, von welchem Fig. 49. a. den Durchschnitt des unteren Theiles darstellt, kann aber um so mehr hier übergangen werden, da derselbe im Wesentlichen mit einem Repetitionstheodolith übereinstimmt. Mit dem oberen Theile A'' der Centralbüchse, in welcher die beiden Achsen a und G des Horizontal- und Alhidadenkreises b und cd sich bewegen, ist das untere Fernrohr H so verbunden, daß es um jene Achsen und im Horizonte sich herumführen und auch in einer Vertikalebene sich bewegen läßt, also zur Bestimmung der Horizontalwinkel nach der Borda'schen Repetitionsmethode angewandt werden kann.

Durch die Klemmungsvorrichtung F' ist dessen feine Einstellung möglich, so wie die Vorrichtungen F und F'' zur Mikrometerbewegung des Horizontalkreises an der Centralbüchse A' des Dreifußes B, B und der Alhidade auf dem Horizontalkreise dienen. Außer den Trägern Q, Q', auf welchen das Hauptfernrohr T mit seinen cylindrischen stählernen Achsen liegt, enthält die Alhidade cd noch die Träger S, S, mit welchen das Fernrohr in der anderen Zusammensetzung verbunden wird. Zur genauen Ablesung der Theilung des Limbus dienen die Loupen G, G; zum Horizontalstellen des Horizontalkreises die Röhrenlibelle R und zur feinen Achsendrehung des Hauptfernrohrs endlich die Vorrichtung $\beta \varepsilon \zeta \eta$, worüber §. 57. 4. zu vergleichen ist.

Soll der Apparat als Höhenkreis angewandt werden, so ist mit dem größeren Dreifuße b'b', Fig. 77., der Azimuthalkreis α, so wie die cylindrische Platte z mit der langen stählernen Achse X unmittelbar verbunden. Auf ihm ist die vertikale Säule Z, mit welcher die Alhidade β des Azimuthalkreises in Verbindung steht, um jene Achse drehbar, dadurch also die Bestimmung der Azimuthalwinkel (aber ohne Repetition) möglich, indem die Säule von dem mit der Klemmschraube γ verbundenen Bremsringe Z' umgeben wird, mit welchem wieder der Arm Z'' verbunden ist, an dessen Ende die Klemmungsvorrichtung F''' sich findet. Zum genauen Ablesen der Theilung dienen die Loupen G', G'.

Auf der Vertikalachse X ruht die Platte V, die wieder dem zur Aufnahme der Achsen a und G bestimmten Achsenkörper U, U' zur Grundlage dient. Durch Anziehung der Klemmschraube u erhält also der Hauptkreis nebst dessen Alhidade eine vertikale Lage und indem man das Hauptfernrohr T auf den Trägern S, S durch übergreifende Bügel befestigt, kann man mittelst Umdrehung der Säule Z, um ihre Achse, die optische Achse des Fernrohrs in jede beliebige Vertikalebene bringen und daher durch Umdrehung des Hauptkreises und seiner Alhidade um ihre Achsen jeden Vertikalwinkel durch Repetition bestimmen. Zur Vertikalstellung der Achse X dient die auf dem Achsenkörper ruhende Libelle R' und zur Horizontalstellung der Kreisachsen eine auf vorspringende cylindrische Ansätze der Alhidadenachse gesetzte Röhrenlibelle, welche wegen Mangels an Raum in der Figur nicht mit aufgenommen ist. Damit endlich die Vertikalachse durch das Gewicht der Kreise nebst ihren Aufsätzen, der Hülse A'' und der

Fernröhre keinen einseitigen Druck erleidet, kann eine die Säule Z umschliessende Scheibe W mit dem auf der einen Seite befindlichen Arme mit dem Horizontalkreise verbunden werden, während an dem Ende des entgegengesetzt liegenden Armes ein mit Blei ausgefüllter Cylinder Y den einseitigen Druck wieder aufhebt.

Anmerkung. Der Borda'sche und der nach ihm verbeßerte Troughton'sche Repetitionskreis gestattet nicht allein, wie der eben beschriebene, die Meßung von Horizontal- und Vertikalwinkeln, sondern auch die Bestimmung schief geneigter Winkel; der Hauptkreis des Reichenbach'schen Wiederholungskreises läßt jedoch nur eine vertikale Lage zu, daher derselbe nur zur Bestimmung von Zenithdistanzen sich eignet. Beide letztere Werkzeuge sind in Jahn's praktischer Astronomie I., Berlin, 1834, beschrieben. Eine sehr vollständige Beschreibung des Borda'schen Kreises findet sich in Puissant's Traité de Géodésie, Paris, 1819, eine kürzere in Schulz-Montanus Handbuch der Land- und Erdmeßung I. Berlin, 1819.

2. Die Beschreibung einiger anderer hieher gehöriger Werkzeuge kann hier um so mehr übergangen werden, da ihr Gebrauch nur ein beschränkter genannt werden kann. Dahin gehört Schmalkalder's tragbarer Patenttheodolith, der besonders zum militairischen Gebrauche sich eignet, so wie Schmalkalder's Höhenmeßer, welcher bei der Aufnahme der Berge mit Vortheil soll angewandt werden können. Beide finden sich beschrieben in Netto's Handbuch der gesammten Vermeßungskunde I., Berlin, 1820.

II. Die Spiegelwerkzeuge, oder die Winkelmeßer ohne Stativ.

§. 75.

Finden sich Hindernisse, dem Winkelmeßer einen festen Stand durch Verbindung mit einem Stativ zu geben, so kann die Winkelmeßung mit den in I. beschriebenen Werkzeugen nicht vorgenommen werden. Man bedient sich dann der Spiegelwerkzeuge, die ihrer Natur gemäß keines festen Standes bedürfen, sondern, nur momentan still gehalten, die Bestimmung der Winkel schon

durch Koincidenz der Bilder der beiden Objekte zulaßen und wovon die Möglichkeit aus I. §. 11. hervorgeht.

Diese Werkzeuge sind demnach für den Seefahrer zur Bestimmung der Länge und Breite der Seeörter durchaus unentbehrlich; aber auch für den Geodäten ist ihre Kenntnis und ihr Gebrauch deshalb erforderlich, da bei trigonometrischen Netzlegungen nicht jeder Standort die Aufstellung eines Stativs oder des Theodolithen auf einer andern festen Unterlage zuläßt. So anwendbar sie aber hiernach auch für den Geodäten sind und eben so gut zur Bestimmung cölestischer als terrestrischer Winkel dienen, so ist in Betreff der Bestimmung der letzteren Winkel doch zu beachten, daß die Zielobjekte nicht nur scharf begränzt, sondern auch gut beleuchtet sein müßen, indem es in der Natur der Werkzeuge liegt, daß die von den Objekten ausgehenden Lichtstrahlen erst nach doppelter Reflexion in das Auge gelangen, wodurch offenbar die Stärke des Lichts vermindert wird. Auch der Umstand, daß die Spiegelwerkzeuge nicht die Horizontalprojektion des Winkels, sondern diesen selbst, d. h. den Winkel geben, den die Schenkel mit einander bilden, also bei geodätischen Bestimmungen immer noch die Reduktion des schief geneigten Winkels auf den Horizont Statt finden muß, wozu man aber der sphärischen Trigonometrie füglich nicht entbehren kann, macht sie zum Gebrauche weniger bequem.

Anmerkung. Die eigentliche Erfindung der Spiegelwerkzeuge verdanken wir Newton, als es darauf ankam, zu den Längenbestimmungen der Seeörter durch die Monddistanzen geeignete Winkelmeßer zu besitzen, indem die Monddistanzen vor den Erdverfinsterungen und Sternbedeckungen den Vorzug darbieten, daß sie fast an jedem Tage in Anwendung gebracht werden können. Seine Erfindung theilte er 1700 Hadley mit, wodurch dieselbe aber zufällig unbekannt blieb, sondern erst nach Halley's Tode die hinterlaßenen Papiere zeigten, daß Newton die erste Idee dazu ausgesprochen habe. Sein erstes Werkzeug war ein Oktant. Indessen legte Hadley der Londoner Societät die erste Beschreibung der nach ihm benannten Sextanten 1731 zuerst vor, weshalb auch letzterer gemeiniglich als der Erfinder der Spiegelwerkzeuge angesehen wird. Man vergleiche

hierüber Gehler's physikalisches Wörterbuch, neue Bearbeitung, VI. 26. und VIII. 781.

1. Der Spiegelsextant. Fig. 78.

§. 76.

Der Haupttheil desselben ist ein eingetheilter Bogen AB von sechszig und einigen Graden Länge, welcher mit einer im Mittelpunkte befindlichen Scheibe durch Stäbe auf die möglichst leichteste, aber doch die gehörige Festigkeit gewährende Art verbunden ist. An der Scheibe ist unter der Sextantenebene eine konische Hülse befestigt, in welcher ein Stahlzapfen sich drehen läßt, welcher die Alhidadenregel CD trägt. An dem Ende D derselben befindet sich der Nonius mit der Klemmungsvorrichtung zur feinen Achsendrehung (§. 43.); auch trägt sie die Loupe E zum Ablesen. Im Mittelpunkte bildet sie eine runde Scheibe C, auf welcher der senkrecht stehende Spiegel FG (der Zeigerspiegel des Seemanns) befestigt, also mit der Alhidade beweglich ist. An dem Rahmen ist bei H ein zweiter auf der Platte H befestigter Spiegel IK (der Kimmspiegel des Seemanns) mittelst Schrauben und ebenfalls senkrecht stehend, angebracht, dessen obere Hälfte aber nicht foliiert ist; diesem gegenüber bei L befindet sich eine höher und tiefer stellbare Schraubenmutter, in welche für nahe terrestrische Objekte ein Rohr MN, für entferntere oder cölestische Gegenstände aber ein astronomisches Fernrohr eingeschraubt werden kann, so daß das hinter demselben befindliche Auge in der Richtung NO durch den unbelegten Theil das links liegende Objekt O, in dem Spiegel aber das durch doppelte Reflexion entstandene Bild des rechts liegenden Objekts P erblickt. Zu Beobachtungen an der Sonne enthält das Okular des Fernrohrs ein Blendglas und zu gleichem Zwecke finden sich auch an dem Rahmen des Sextanten farbige Gläser Q, Q′, welche durch Charniere vor die Spiegel gebracht werden können. In der Mitte des Werkzeugs befindet sich eine Handhabe R, an welcher dasselbe mit der rechten Hand gehalten wird. Zur Verbeßerung eines etwaigen Fehlers in der Stellung der Spiegel, sind an den Fußplatten derselben noch Korrektionsschrauben und unter dem Fuße des kleinen Spiegels ist auch eine Schraube angebracht, wodurch er dem großen Spiegel erforderlichen Falls parallel gestellt werden kann.

Da nach I. §. 11. der Winkel der Objekte das Doppelte des Winkels der beiden Spiegel ist, auf dem Limbus aber nur der letztere abgelesen werden kann, so hat man zur Vermeidung der Verdoppelung den Bogen in 120 halbe Grade getheilt, die aber für ganze gelten.

Der Halbmeßer des Sextanten geht von zwölf bis zu einigen Zollen; in dieser Kleinheit heißen sie Dosensextanten. Bei terrestrischen Gegenständen pflegt man zu den größeren Sextanten sich wohl noch eines Stativs zu bedienen, welches aber so eingerichtet sein muß, daß die Sextantenebene in jede beliebige Lage gegen den Horizont gebracht werden kann.

§. 77.

Bei Höhenwinkelbestimmungen mittelst des Sextanten bedarf man bei Beobachtungen auf dem Festlande noch eines s. g. künstlichen Horizonts, wozu sich aber der Seefahrer des natürlichen Meereshorizonts bedient, daher diesem die künstlichen Horizonte entbehrlich sind. Den vierkantigen Horizonten giebt man eine Größe von 4 bis 16 Quadratzoll, den runden aber einen Durchmeßer von 2 bis 6 Zoll. Ein sehr leicht herstellbarer und zugleich sehr brauchbarer ist der Ölhorizont, den man aus gutem alten Olivenöl bereitet, dem man Kienruß zugesetzt und nach tüchtigem Umrühren durch nicht zu dichte Leinwand filtriert hat. Von dieser Masse gießt man in eine Blechbüchse, die aber einen gut schließenden Deckel haben muß, so viel, daß der Boden einige Linien hoch davon bedeckt wird.

Zu den Quecksilberhorizonten muß gut gereignigtes Quecksilber genommen werden, das man in ein Gefäß von Eisen, Porzellan, Serpentin oder Biscuit gießt. Um das leicht entstehende Zittern der Oberfläche zu verhindern, versieht man die Gefäße mit einem aus Glasscheiben zusammengesetzten Dache. Auch legt man auf die Oberfläche wohl eine Glasscheibe oder ein Glimmerblatt. Die Glasscheiben müßen aber genau parallele Ebenen haben. Das Quecksilber bietet eine ruhige Oberfläche dar, wenn man zur Unterlage eine flache Kugelkalotte von Kupfer wählt, die vorher mit Quecksilber und Scheidewaßer angequickt ist. Eine reine Oberfläche erhält man, wenn man unmittelbar vor der Beobachtung den Horizont mit etwas übergoßenem Quecksilber abspühlt.

Die Glashorizonte bestehen aus einer dickeren Glasplatte, deren eine Fläche matt geschliffen, die andere fein poliert ist und die mit der matt geschliffenen Seite auf eine mit 3 Stellschrauben versehene Unterlage von Holz, Porzellan u. s. w. gelegt und nach einer Libelle horizontal gestellt wird.

2. Das katadioptrische Spiegellineal *). Figg. 79. 80.

§. 78.

Auch dieß Werkzeug stützt sich der Hauptsache nach auf die Theorie des Spiegelsextanten, enthält aber zugleich noch eine Vorrichtung, mittelst welcher der gemeßene Winkel auf der kleinen Meßtischplatte, welche damit verbunden werden kann, zu verzeichnen ist. Ungeachtet seiner Kleinheit gestattet es doch die Bestimmung der Winkel bis auf 1 — 2 Minuten; nur ist bei größeren Winkeln der Gebrauch etwas unbequem. Es dient besonders zur Aufnahme des Details bei militairischen Meßungen, zu welchem Zwecke es auch von Netto seine Einrichtung erhalten hat. (Netto, das Aufnehmen zu Pferde u. s. w. Berlin, 1826.)

Außer dem Haupttheile, nämlich dem Sextanten AB, Fig. 79., den beiden Spiegeln C und D, welche die nämliche Stellung und Einrichtung wie beim Sextanten haben, der Alhidade E und dem auf der Erweiterung der Sextantenebene bei F befindlichen Rohre G, findet sich auf der entgegengesetzten Seite des festen Spiegels C bei H ein Zirkelgewinde, durch welches das eine zweier Lineale I und K um einen Punkt gedreht werden kann, welcher am Kopfe des Gewindes durch den Durchschnitt H zweier in eine Glasplatte gerißener Normalen bezeichnet ist. Schließen die beiden Lineale, so muß der Index des Nonius mit dem 0Punkte der Theilung zusammenfallen. Damit bei einer Bewegung des Lineals K die Alhidade mit herumgeführt wird, sitzt bei L, so daß LH = HD ist, ein mit einer prismatischen Stange M verbundener Zapfen, welche Stange mit bedeutender Friktion durch den Fuß des Spiegels D geht. Dadurch wird die Drehung des

*) Unrichtigerweise wird dieß Werkzeug von Umpfenbach in seiner praktischen Geometrie I., Frankfurt, 1834, katadioptrischer Zirkel genannt.

Lineals dem doppelten Drehungswinkel des Spiegels D gleich *), so daß demnach durch die Kanten der beiden Lineale der gemessene Winkel auch sogleich verzeichnet werden kann. Zur Befestigung des Werkzeugs auf der Meßtischplatte dienen zwei Zwingen, wovon eine in Z dargestellt ist. Die Meßtischplatte wird durch einen eingeschraubten Handgriff O gehalten, der auch an das Werkzeug geschraubt werden kann, wenn man die Meßung der Winkel ohne Platte vornehmen will.

Zur Parallelstellung der beiden Spiegel endlich dient eine an dem halbbelegten Spiegel C angebrachte Mikrometerschraube N und zum genauen Ablesen der Theilung eine Handloupe.

Anmerkung. Theils auf denselben, theils auf etwas modificierten Grundsätzen, auf welche die Konstruktion des Spiegelsextanten sich stützt, beruhen auch noch einige andere Spiegelwerkzeuge, die ebenfalls, wie das vorhin beschriebene Netto'sche Spiegellineal, hauptsächlich nur bei militairischen Aufnahmen angewandt werden, doch aber auch bei der Aufnahme des Details bei topographischen Vermeßungen ihre Anwendung finden können. Dahin gehören: der katadioptrische Zirkel von Höschel und der Douglas'sche und von Horner verbeßerte reflektierende Halbkreis (the Semi-Reflecting Circle) Reflektor genannt. Weil sie aber im Allgemeinen demselben Zwecke dienen, so mag ihre Beschreibung hier übergangen werden. Man findet diese u. a. in Netto's Vermeßungskunde I.

3. Die Spiegel- oder Reflexionskreise.

§. 79.

Das Princip der Multiplikation bei der Winkelbestimmung ist auch bei den Spiegelwerkzeugen durch Vollkreise angewandt. Diese Spiegel- oder Reflexionskreise wurden zuerst von Tob. Mayer 1770 in Vorschlag gebracht und später von Borda in Paris wesentlich verbeßert, weshalb sie den Namen der Mayer-Borda'schen Spiegelkreise erhalten haben. Sie haben den Vorzug vor den Sextanten, daß durch die zuläßige Repetition die

---

*) Denn LHD = 180° — 2 HDL, L'HD = 180° — 2 HDL', woraus LHL' = 2 LDL' folgt (Fig. 80.).

Theilungs- und Excentricitätsfehler größtentheils eliminiert werden können; allein da dem Sextanten ein größerer Radius gegeben werden kann, so gestattet dieser dafür eine genauere Ablesung; will man aber die Spiegelkreise größer machen, so bekommen sie ein größeres Gewicht, wodurch ihre Handhabung unbequemer und daher die Pointierung ungenauer wird. In der neueren Zeit ist man von der ursprünglichen Konstruktionsart mehr oder weniger abgekommen, ohne aber immer das Princip der Multiplikation aufzugeben und hat namentlich den einen Spiegel, oder auch beide, durch Glasprismen ersetzt.

a. Der Mayer-Borda'sche Spiegelkreis. Fig. 81.

§. 80.

Um die in der Mitte des eingetheilten Kreisrandes AB befindliche Scheibe C bewegen sich zwei von einander unabhängige Alhidaden, an deren Enden Nonien zur weiteren Eintheilung des Limbus sich befinden. Die eine, CD, trägt auf der Mitte der Scheibe den großen Spiegel EF, normal auf der Ebene des Werkzeugs und mit dem Halbmeßer Cc einen Winkel von etwa 30° bildend. Die zweite Alhidade GH enthält den kleineren Spiegel I, ebenfalls normal auf der Werkzeugsebene, dessen obere Hälfte nicht foliiert ist. Diesem Spiegel gegenüber ist das Fernrohr K mittelst der Schrauben k, k' und einer darunter befindlichen Feder auf der Alhidade so befestigt, daß seine Achse der Alhidadenebene parallel ist. Jeder der Nonien enthält zur feinen Einstellung eine Klemmungsvorrichtung nebst Mikrometerschraube, wie beim Sextanten. L und M sind zwei aufgeschraubte Hülsen, in welche Blendgläser bei Beobachtungen an der Sonne gebracht werden. Auf der unteren Fläche der Scheibe C befindet sich der zum Halten des Werkzeugs nöthige Handgriff.

b. Der Reflexionskreis mit Spiegel und Glasprisma. Fig. 81. a.

§. 81.

Auf der unteren Seite enthält der 5zöllige Kreis a a in der Mitte eine Büchse für den konischen Stahlzapfen, wodurch auf der Kreisoberfläche die Alhidade b b mit dem Planspiegel c

und die an ihren Enden vorhandenen Nonien d d gedreht werden kann. Der etwas erhöhte Kreisrand enthält die Eintheilung in 720 halbe, aber für ganze geltende, Grade bis auf 10 Minuten, während die Nonien unmittelbar 10 Sekunden angeben. Die Ebene des Spiegels bildet mit der Inderlinie einen Winkel von etwa 10°; an ihm finden sich zugleich die nöthigen Korrektions-schrauben γ, γ. In der cylindrischen Büchse e ist das mit Korrektionsschrauben versehene gleichschenklicht-rechtwinklichte Glas-prisma f so befestigt, daß, wenn die Inderlinie mit 0° und 360° zusammenfällt, die Hypotenusenebene mit dem Planspiegel parallel ist. Dem Prisma gegenüber ist auf der Kreisebene der Träger g des Fernrohrs h angebracht, zur Helligkeitsabänderung aber, wie beim Sextanten, durch eine unter der Kreisebene befindliche Schraube höher und tiefer zu stellen. An dem einen Ende der Alhidade befindet sich die Klemmungsvorrichtung i nebst Mi-krometerschraube k zur feinen Einstellung, nach der im §.4 5. be-schriebenen Einrichtung. Der auf der Kreisebene drehbare Auf-satz l enthält die in ihrer Faßung verschiebbaren Blendgläser m; ein eben solches findet sich auch vor dem Okulare. Der Arm n trägt die Loupe o mit der Blendung p. An den Schrauben-gängen der oben genannten Büchse endlich wird der Handgriff des Werkzeugs befestigt.

c. Der Reflexionskreis mit dem Stahlspiegel.
Fig. 82.

§. 82.

Der mit vier Nonien versehene Alhidadenkreis a trägt ober- und unterhalb eine konische Stahlachse. Um den oberen Konus b läßt sich der Stahlspiegel c drehen und durch die Klemmschraube d auf der Alhidade befestigen. Der untere Konus b′ ist in der mit dem Kreise e verbundenen Büchse f beweglich, welche wieder in einer zweiten konisch ausgebohrten Büchse g drehbar ist. Diese letztere kann wieder in der mit der Platte h aus einem Stück bestehenden Hülse i durch Preßschrauben k, k fest- aber zugleich so gestellt werden, daß der Stahlkonus normal zur Kreis-ebene steht. Es ist also nicht nur eine Drehung der Alhidade mit ihrem Spiegel allein, sondern auch in Verbindung mit dem Kreise um die Achsen möglich. Durch die Klemmschraube l läßt

sich der Kreis gegen die Hülse i und durch die Schraube m die Alhidade gegen die Stahlfeder drücken, auf welcher sie ruht. An dem entgegengesetzten Ende trägt die Platte h eine zweite mit Preß- und Korrektionsschrauben n, n, n, versehene Platte o, auf welcher der Träger p des Fernrohrs q r ruht. Das Fernrohr kann mittelst zweier umschließender Ringe in der Hülse s um seine Achse gedreht und durch die Klemmschraube t festgestellt werden. Zur genauen Ablesung dienen die Loupen u, u und zur feinen Einstellung der Alhidade gegen den Kreis und des Kreises gegen den unbeweglichen Theil des Werkzeugs die Klemmungsvorrichtungen v, w. Die Platte h endlich wird mittelst einer Achse und einer sie umschließenden Büchse C mit dem Dreifuße ABB durch die Druckschraube D verbunden, indem dessen die Natur des Werkzeugs zur Winkelmeßung bedarf.

d. Der Steinheil'sche Prismenkreis. Fig. 83 *).

§. 83.

Der Umstand, daß bei der Anwendung der Glasspiegel mit der Größe des zu meßenden Winkels die Undeutlichkeit des doppelt reflektierten Bildes zunimmt, auch die Sextanten nicht auf alle Winkel anzuwenden sind, brachte den Dr. v. Steinheil in München auf die Idee, Statt der Glasspiegel bei einem Vollkreise Glasprismen von gleichschenklicht-rechtwinklichtem Durchschnitt anzuwenden. Damit aber die einfallenden Strahlen von der Hypotenusenebene nach dem Princip der totalen Reflexion (I. §§. 17. 21.) wirklich reflektiert wurden, mußte das Prisma um seine Achse gedreht werden können und zwar dergestalt, daß die austretenden Lichtstrahlen mit der Richtung der optischen Achse des Fernrohrs parallel waren, um vom Auge wahrgenommen werden zu können. Diese Drehung des Prisma mußte nach I. §. 13. um einen halb so großen Winkel geschehen, als der Winkel der Objekte beträgt. Wurde demnach ein Prisma mit dem eingetheilten Kreise, ein zweites mit der Alhidade desselben in feste Verbindung gebracht, so konnte man durch Drehen beider Prismen wieder die Koincidenz der Bilder der Objekte bewirken, so

*) Eine vollständige Theorie von diesem Werkzeuge findet sich in Schumacher's astronomischen Nachrichten XI.

daß dann der doppelte Drehungswinkel der Alhidade dem Winkel der Objekte gleich war.

§. 84.

Die Verbindung des Kreises und seiner Alhidade mit dem unteren Theile des Werkzeugs ist ähnlich, wie bei dem im §. 82. beschriebenen Apparate. An der Hülse A, welche die beiden Achsen des Kreises und der Alhidade aufnimmt, ist der Arm B mit der Büchse C befestigt, in welcher der Träger C' des Fernrohrs D, der Helligkeitsabänderung wegen, sich auf- und abschieben und durch die Druckschraube c feststellen läßt. An der äußeren konischen Achse der Hülse A sitzt der Kreis E und innerhalb derselben der Konus A' der Alhidade F. Der Kreis von 4 Pariser Zoll Durchmeßer hat eine Theilung von 10 zu 10 Minuten, die Nonien desselben geben unmittelbar 5 Sekunden an. Der obere Theil der Kreisachse trägt eine Platte G, auf welcher das mit den nöthigen Korrektionsschrauben versehene Prisma KP des Kreises befestigt ist. Das Alhidadenprisma AP ist in seiner Büchse H,H auf der Scheibe K der Alhidade durch Schrauben so befestigt, daß nur ein sehr kleiner Zwischenraum zwischen beiden Prismen bleibt. Letztere Büchse ist so ausgeschnitten, daß sie in allen Lagen des Prisma's das nöthige Licht zuläßt, die farbigen Bilder aber blendet. An die Stelle der beiden Prismen können auch die beiden Spiegel S'S gebracht werden. Zur feinen Achsendrehung der Alhidade dient die Klemmung M; zur Feststellung des Kreises die Klemmung N, die an der Hülse A befestigt ist. Es kann daher sowohl die Alhidade mit ihrem Prisma für sich allein, als auch in Verbindung mit dem Kreise gegen das Fernrohr gedreht und eingestellt werden. Eine besondere Theilung von Grad zu Grad mit dem Index i am Arme k der Büchse C giebt den Winkel der letzteren Drehung an. I, I sind die Loupenträger zur Ablesung der Eintheilung des Kreises und O endlich ist der Handgriff, der in die Büchse A geschraubt wird.

Drittes Kapitel.

Beschreibung der Nivellierwerkzeuge.

§. 85.

Die Nivellierwerkzeuge müßen gestatten, für jeden Punkt der Erdoberfläche die Richtung des scheinbaren Horizontes mit möglichster Schärfe angeben zu können. Hierzu kann nach physikalischen Grundsätzen dienen: 1) ein frei herabhängendes Loth; 2) die Oberfläche jeder stillstehenden tropfbaren Flüßigkeit und 3) die Verbindung einer luftförmigen Flüßigkeit mit einer tropfbaren in einem verschloßenen Gefäße, d. h. die Libelle (§. 6.). Hiernach laßen sich also sämmtliche Nivellierwerkzeuge unter drei Hauptgattungen bringen.

I. Die Niveaux mit einem Lothe.

§. 86.

Hierher gehören:

1. **Die Setzwage** (§. 8.).

2. **Die Bergwage oder der Klitometer** (§. 9.).

Zu beiden gehört zum Nivellieren noch ein 10 bis 12 Fuß langes und einige Zoll breites Brett, welches genau geradlinicht gehobelt ist und dessen schmälere Seitenebenen wenigstens, auf welche die Wagen gesetzt werden, genau parallel sind. Man nennt ein solches ein Richtscheit.

3. **Der Gradbogen oder die Markscheiderwage** (§. 5.).

4. **Die Wall- oder Trancheewage.** Fig. 84.

Diese besteht aus einem hölzernen gleichschenklichten Dreiecke von 1 — 1½ Fuß Grundlinie und etwa 6 — 12 Zoll Höhe, das auf seiner nach Oben gerichteten Basis AB an den Enden Dioptern trägt. Etwas unter der Mitte der Basis, in C, hat das Brett einen cylindrischen Ausschnitt, der mit einem polierten Metallringe ausgelegt ist und wodurch das Brett auf die scharfe Kante eines dreiseitigen metallenen Prisma's D gehängt werden kann. Dieß tritt auf der Seitenfläche einer 6 Fuß hohen, Unten mit

einem eisernen Fuße versehenen Stange E hervor. In der Nähe der Spitze des Bretts trägt eine cylindrische Ausbohrung eine Metallkugel F, wodurch die Kante AB eine horizontale Lage annimmt.

§. 87.

5. Die Picard'sche Waßerwage. Fig. 85.

Mit dem mit einem Fadenkreuze versehenen Fernrohre AB, ist ein zweites Rohr CD unabänderlich fest und rechtwinklicht verbunden. An einem feinen Silberfaden hängt im letzteren ein Loth CD herab, welches den auf einer Metallplatte verzeichneten Index d trifft, wenn die optische Achse des Fernrohrs eine horizontale Lage hat. Deshalb ist die kleine Metallplatte nach Rechts und Links verschiebbar und kann nach erfolgter Rektifikation festgestellt werden. Mit dem Bogen EF, wodurch beide Röhren noch mit einander verbunden werden, kann der Apparat auf die vorspringenden Stifte des wie eine Malerstaffel konstruierten Stativs CGH gehängt werden. Zum Feststellen des Apparates dient eine an der hintern Seite des Rohrs verschiebbare Eisenstange I, die bei richtiger Lage des Fernrohs herabgelassen wird. Um das Loth beobachten zu können, ist an der vordern Seite das Rohr CD mit einer Glastafel verschloßen.

Anmerkung. Mit dem hier beschriebenen Werkzeuge stimmt im Wesentlichen die Hugenische Waßerwage überein, nur daß durch das aus dem Schwerpunkte des Fernrohrs herabhängende, hinreichend beschwerte Loth das Fernrohr von selbst eine horizontale Lage annehmen muß.

Auch die Pendelwage stimmt mit dem letzteren der Hauptsache nach überein, nur daß Statt eines Fernrohrs eine mit Dioptern versehene Platte auf einer eisernen Schneide aufgehangen ist.

Die Rothische Bergwage besteht aus einem etwa 10 Fuß langen Richtscheite, deßen Enden gleich lange Füße tragen und über deßen Mitte ein Gradbogen zur Bestimmung der horizontalen Lage des Richtscheites angebracht ist. Über dieß Werkzeug vgl. m. Tob. Mayer's prakt. Geom. III. Die Pendelwage findet sich in Crelle's Handb. des Feldmeßens und Nivellierens, Berlin, 1826 näher beschrieben.

II. Niveaux mit tropfbaren Flüßigkeiten.

1. Die Kanalwage. Fig. 86.

§. 88.

Sie besteht aus einer Blechröhre AB von 3 bis 4 Fuß Länge, die an ihren Enden vertikale Ansätze C, D enthält, in welchen die etwa 6 Zoll langen und 2 Zoll weiten Glascylinder E,F eingekittet sind. Letztere haben an ihren obern Enden eine Metallfaßung e, f, mit einer verschließbaren Öffnung.

Mit der Röhre ist eine Hülse G verbunden, womit der Apparat auf ein Stativ gestellt wird.

Man füllt das Werkzeug so weit mit gefärbtem Waßer, daß es in den Glasröhren sichtbar ist; dann wird die durch die mittleren Theile der beiden Waßeroberflächen gedachte Ebene den scheinbaren Horizont bezeichnen. Zum genauern Erkennen der Oberflächen bringt man wohl an den Cylinderflächen zwei mit einem Horizontalfaden versehene verschiebbare Dioptern an.

2. Die Keith'sche Quecksilberwage. Fig. 87.

§. 89.

Sie besteht aus zwei prismatischen Gefäßen A und B, die mit einer engeren etwa 1 — 2 Fuß langen Röhre mit einander in Verbindung stehen und mit Quecksilber gefüllt werden. Auf dieß werden zwei mit Diorptern e, f versehene Würfel E, F von Holz oder Elfenbein gesetzt, durch welche die Horizontallinie bestimmt wird und die beim Nichtgebrauche in dem hohlen Raume G liegen. Beim Transporte werden die Gefäße und der Raum G mit Deckeln verschloßen und die Deckel der Gefäße durch Zwingen I und Druckschrauben i festgehalten. Mittelst einer Hülse H wird das Niveau auf ein Stativ gestellt.

Anmerkung. Dieß Niveau wurde von dem Engländer Keith 1790 angegeben, daher es auch nach ihm benannt wird. Eine vollständige Beschreibung findet man in Müller's Beschreibung eines neuen und bequemen Werkzeugs zum Nivellieren. Göttingen, 1792.

III. Niveaux mit Libellen.

§. 90.

Obgleich man bei diesen Werkzeugen die mannigfaltigsten Konstruktionen antrifft, so laßen sich doch immer gewisse Theile nennen, welche ihrem Wesen nach bei allen sich vorfinden. Zu diesem gehört zuerst eine horizontalliegende längere Platte, an der die Träger des Fernrohrs sich befinden und die um einen Vertikalzapfen sich im Horizont rund herumführen läßt; ferner das mit seinen Trägern verbundene oder in seinen Lagern umlegbare Fernrohr (denn Dioptern bei Nivellierwerkzeugen anzuwenden ist im Allgemeinen noch weniger zuläßig, als bei Winkelmeßern) und eine empfindliche Röhrenlibelle, die entweder mit dem Fernrohre, wenn auch nur durch Aufsetzen oder Anhängen, oder mit seinen Trägern in Verbindung steht. Außerdem bedürfen diese Niveaux eines festen Stativs.

Man kann die Niveaux in zwei Klassen vereinigen. Entweder kann der Vertikalzapfen mittelst der Horizontalstellungsvorrichtung des Stativs vertikal gestellt werden, so daß dann die optische Achse des Fernrohrs in jeder beliebigen Lage horizontal ist. Oder letztere wird bei jeder einzelnen Visur durch eine eigene Elevationsschraube, durch die Stellschrauben der Horizontalstellungsvorrichtung aber nur beiläufig horizontal gestellt. Die erst genannte Konstruktion ist besonders von Reichenbach eingeführt.

1. Das Libellen-Niveau nach neuerer Reichenbach'scher Konstruktion. Fig. 88.

§. 91.

Dieß enthält ein 18 — 20zölliges achromatisches Fernrohr AB von etwa 18 Linien Öffnung des Objektivs und 20 bis 32maliger Vergrößerung. C ist eine starke Metallplatte mit den Fernrohrträgern D und E, welche oben die yförmigen und so ausgefeilten Lager haben, daß das eingelegte Fernrohr mit seinen genau geschliffenen glockenmetallenen Ringen F, G nur mit vier Punkten aufliegt. Soll das Fernrohr festliegen, so werden darüber die an den Trägern um Gelenke beweglichen halben Ringe

H gelegt und durch kleine Bolzen I befestigt. Zur Vermeidung des Drucks liegen innerhalb der Ringe kleine Kugelsegmente h von Kork. Der eine Träger E geht durch die Platte C und läßt sich durch die Korrektionsschraube K erhöhen und erniedrigen, durch die Druckschraube L aber dann feststellen. Der an dem andern Ende der Platte befindliche Schraubenkopf L' dient zum Anfaßen, wenn man dem Werkzeuge die grobe Horizontalbewegung ertheilen will. Damit das Fernrohr immer dieselbe Lage in seinen Lagern erhält, findet sich am Fuße des einen Lagers ein durch ein Druckschräubchen a festzustellender Hebel b mit einem kleinen Zapfen c, auf welchen die mit dem entsprechenden Einschnitte versehene Hülse des Fernrohrs gelegt wird. Beim Rektificieren desselben wird die Schraube a herausgenommen und der Hebel niedergelaßen. Zur feinen Verschiebung des Okulars dient die Stellschraube M (I. §. 42). Auch hat die Okularblendung die vier Stell- und Korrektionsschrauben d. (1. §. 47.) Die ausgeschliffene, graduierte Röhrenlibelle N, die etwa auf 1 Pariser Linie 5 Sekunden Ausschlag giebt, ist entweder mit dem Fernrohre durch Schrauben verbunden und enthält zur Parallelstellung mit der optischen Achse die Korrektionsvorrichtung O (§. 6.), oder sie wird mit ihren gabelförmigen, ausgefeilten Füßen auf die Ringe des Fernrohrs gesetzt und dann durch zwei an den Grundflächen der Faßung vorhandene Stifte mittelst der Ringe H festgehalten. Noch zweckmäßiger ist es aber, sie auf die Köpfe der deshalb an dem Fernrohre gegeneinander überstehenden vier stählernen Stellschrauben zu setzen.

Die nach der Mitte zu einer Scheibe C' sich ausdehnende Platte C ist daselbst mit einer andern starken Scheibe P durch Schrauben verbunden, welche die konische stählerne, etwa 5 — 6 Zoll lange Achse enthält, die sich in der Hülse des Dreifußes (Fig. 55.) bewegt, an welchem zugleich die Vorrichtung zur feinen Achsendrehung (§. 41., Fig. 55.) sich findet.

Der ganze Apparat endlich wird auf ein festes Stativ gesetzt und wenn man nicht die im §. 24. angegebene Form anwendet, auf die im §. 38. bemerkte Art befestigt.

Anmerkung. Eine einfache von Breithaupt*) angegebene

*) Breithaupt's Magazin mathematischer Instrumente. 3tes Heft. Kassel 1846.

Konstruktion dieser Art Niveaux zeigt Fig. 46. a., worin die mit dem Centralzapfen k verbundene Scheibe l die Träger des Fernrohrs enthält, der untere Theil des Apparates mit einem in dem Stativkopfe n, n sich bewegenden Stabe m verbunden, also die Möglichkeit gegeben wird, bei sich gleich bleibender Instrumentenhöhe zu nivellieren. Mittelst einer durch den Stativkopf gehenden Druckschraube kann der Stab m geklemmt werden.

§. 92.

Manche Nivellierwerkzeuge der im vorigen §. beschriebenen Art enthalten zur Bestimmung der Horizontalwinkel noch einen Horizontalkreis, wozu der in Fig. 50. (§. 36.) dargestellte Dreifuß sich eignet. Die Scheibe H enthält den eingetheilten Kreisrand, der obere Theil des Centralzapfens G die Fernrohrträgerplatte und zugleich die Nonien des Kreises. Durch den mit der Scheibe H verbundenen, den Cylinder A des Dreifußes umschließenden Ring F nebst den Preßschrauben h, h, kann der Nullpunkt der Theilung mit dem Inder des einen Nonius zusammen- und darauf festgestellt werden. Durch die auf dem Ringe O angebrachte Klemmungsvorrichtung ist die feine Achsendrehung der Alhidade möglich.

2. Ein Libellen-Niveau mit Horizontalkreis, Höhenbogen und Distanzmeßer. Fig. 89.

§. 93.

Die das Fernrohr AB tragende Säule C steht auf der Mitte der Alhidade des Horizontalkreises D und bewegt sich um den mit dem letzteren verbundenen stählernen Centralzapfen. Oben breitet sich die Säule zu einer Gabel E, F aus, in welcher sich die Unterlagen G, G′ des Fernrohrträgers g an zwei cylindrischen Stahlzapfen e, f mit dem daran befestigten Höhenbogen H bewegen, dessen Nonius oder Inder α an der Säule sitzt. Der Fernrohrträger besteht aus einem 8 — 10 Zoll langen Halbcylinder, an dessen Enden halbe Ringe mit zwei kleinen Stahlplatten β, β' befestigt sind, auf welche die glockenmetallenen Ringe δ des Fernrohrs zu liegen kommen. Zu dem Fernrohre gehört eine Auffetzlibelle IK, welche auf die Ringe des Fernrohrs gestellt und mittelst zweier Bügel i, k, die an den genannten halben Ringen sich befinden, gehalten wird.

An dem an der Okularröhre liegenden Ende des Objektiv=rohrs ist ein ausgeschnittener starker Deckel L befestigt, dessen Boden durch vier Stahlschräubchen m mit messingenen Unterlageplättchen an dem Objektivrohre festgehalten wird und welcher Deckel noch 4 im Rande diametral gegenüberstehende Korrektionsschrauben n enthält, wodurch die optische Achse des Fernrohrs mit der Umdrehungsachse seiner beiden Metallringe zum Koincidieren gebracht werden kann. Endlich dienen die Stellschrauben o, welche durch den Boden des Deckels gegen den Stahlrücken p der Okularröhre treten, zum Feststellen der letztern. (1. §. 42.)

Zum Distanzmeßen enthält der Ring a des Okularkopfes zwei Stellschrauben b, b, wodurch der obere und untere Horizontalfaden des Fadennetzes verstellt werden kann (§. 18.). Unter dem Höhengradbogen ist die Vorrichtung MN zur feinen Vertikalbewegung des Fernrohrs angebracht (§. 57. 2.); die unter dem Höhenbogen liegende Schraube ohne Ende M dient zugleich zum Einstellen der horizontalen Visierlinie als Elevationsschraube; zur feinen Achsendrehung der Alhidade ist an dieser die Klemmungsvorrichtung O (§. 43.) angebracht. Um den Fuß der Säule bewegt sich der Loupenhalter P koncentrisch mit der Alhidade. Die Befestigung des Werkzeugs auf dem Stative, welches die 3 Stellschrauben Q, zur Horizontalstellung enthält, geschieht durch die Centralschraube R (§. 31. Fig. 47. a.).

3. Das Sissonische Niveau. Fig. 90.

§. 94.

Unter der sich in ihrer Mitte zu einer kreisförmigen Scheibe erweiternden Platte AB ist eine Hülse C befestigt, mit welcher das Werkzeug auf den Zapfen einer mit Stellschrauben versehenen Nuß oder eines Dreifußes gestellt wird. Oberhalb der genannten Scheibe ist eine starke Stahlfeder D befestigt, welche mit ihrem nicht befestigten Ende unter die durch ein Zirkelgewinde mit AB verbundenen Platte EF tritt. Bei B und F sind beide Platten gabelförmig erweitert und es geht durch diese Fortsätze die Elevationsschraube G, deren Mutter bei H liegt. Die Platte EF enthält die Fernrohrträger I, K, in deren yförmige Lager das mit der Libelle L verbundene und mit kreisförmig abgedrehten Ringen versehene Fernrohr M gelegt und durch übergreifende Bügel b, b festgestellt wird.

Anmerkung. Die Angabe dieser Konstruktion rührt von dem Engländer Sisson her, nach welchem es daher seinen Namen führt.

4. Das Liesganig'sche Niveau. Fig. 91.

§. 95.

Auf dem Stativkopfe A ruht die kreisförmige Scheibe B, deren Rand Einschnitte enthält, in welche die Gewinde einer Schraube ohne Ende C eingreifen, so daß dadurch der Scheibe mit den darauf befestigten Theilen eine Horizontalbewegung ertheilt werden kann. Auf der Scheibe stehen zwei Träger D (von denen nur der vordere sichtbar ist), zwischen welchen eine halbkreisförmige, ebenfalls Einschnitte enthaltende, Scheibe E um eine Horizontalachse d, die durch den Mittelpunkt der Scheibe geht, durch eine darunter liegende Schraube ohne Ende F in einer Vertikalebene bewegt werden kann, insofern also als Elevationsschraube für die Einstellung der Visierlinie dient. Ein Fortsatz der Scheibe E enthält das Lager G′ für das Fernrohr G,G mit der darauf befestigten Libelle H. Da das Fernrohr, ohne es in seinem Lager umzulegen, auch zum Rückwärtsvisieren dienen soll, so hat die Objektivröhre an beiden Enden ein Objektiv mit einem unmittelbar dahinter, d. h. nach dem Inneren der Röhre zu, liegenden Fadenkreuze, welches letztere nahe am Brennpunkte, aber etwas außerhalb der Brennweite des anderen Objektivs steht. Je nachdem man daher die Okularröhre I in das eine oder andere Ende des Objektivrohrs schiebt, dient das an demselben Ende befindliche Fadenkreuz zum Visieren und das am entgegengesetzten Ende befindliche Objektiv zur Entstehung des optischen Bildes.

Anmerkung. Eine ausführlichere Beschreibung von diesem Niveau giebt Mayer in dem III. Bande seiner praktischen Geometrie.

5. Das Stampfer-Starke'sche Nivellierwerkzeug mit dem Horizontalkreise und der Mikrometerschraube. Figg. 92. und 46.

§. 96.

A ist der eingetheilte feststehende Horizontalkreis; über demselben bewegt sich auf einem konischen Aufsatze A′ um einen etwa

½ Zoll hohen Zapfen die Platte B; an ihr sitzt die Alhidade B′ des Kreises mit dem Nonius, der unmittelbar Minuten angiebt. Zur feinen Einstellnng dient die Klemmungsvorrichtung α, ähnlich der im §. 45. beschriebenen, eingerichtet und zum genauen Ablesen eine an die Hülse A″ befestigte Loupe. Mit der Platte B ist der eine Fernrohrträger C durch eine bei a befindliche Achse verbunden, der andere, C′, der mit C die Lager des Fernrohrs D enthält, theilt sich nach Unten in 2 Arme, von denen nur der vordere sichtbar ist. Zwischen beiden Armen liegt die mit der Platte B verbundene Hülse E, welche die Mikrometerschraube F umschließt. An dem Träger C und an den beiden Armen des anderen, C′, ist die mit der Korrektionsschraube b versehene Röhrenlibelle D′ befestigt, so daß also durch Umdrehung der Mikrometerschraube die Libelle und das Fernrohr zugleich sich bewegen. Die Mikrometerschraube dient aber nicht allein als Elevationsschraube, sondern wird auch zur Parallelstellung der Libelle mit der Umdrehungsebene angewandt, ist also insofern Korrektionsschraube. Die an dem einen Arme c des Trägers C′ befindliche Skale enthält die Theilung für die ganzen Umdrehungen der Mikrometerschraube; die mit dem Schraubenkopfe verbundene Scheibe d ist auf ihrem Umfange in 100 gleiche Theile getheilt und gestattet noch die Schätzung von Zehnteln eines Theils, so daß demnach Tausendstel einer Umdrehung abzulesen sind. Die Indices für beide Theilungen finden sich an der Hülse E.

Die untere Scheibe des Horizontalkreises ruht auf zwei Stellschrauben H von der im §. 28. angegebenen Konstruktion. Mit ihr ist die Scheibe I, welche die Muttern der Stellschrauben enthält, durch einen Stahlkonus K verbunden und an letzterer die Hülse L befestigt, womit das Werkzeug auf das Stativ mit prismatischem Kopf gesetzt wird.

Anmerkung. Die erste Idee zu dieser Konstruktion mit der Mikrometerschraube ist schon von Hogreve in dessen Anleitung zum Nivellieren oder Waßerwägen, Hannover 1800, angegeben. Soviel Bequemlichkeit auch dadurch in mehrfacher Hinsicht erreicht wird, so würde das Werkzeug um Vieles vollkommner genannt werden dürfen, wenn ihm eine Haupteigenschaft eines guten Nivellierwerkzeugs, ein möglichst langer Centralzapfen, um den die Horizontalbewegung erfolgt, nicht mangelte, indem, wie

schon erwähnt, die Umdrehungsachse nur ein $1/2$ — 1 Zoll langer Konus ist, so daß dadurch bei längerem Gebrauche leicht eine Wandelbarkeit bei dem sonst vortrefflich gearbeiteten Werkzeuge, wonach die obige Beschreibung gemacht ist, zu befürchten ist.

Eine vollständige Anweisung über den Gebrauch dieses Werkzeugs als Niveau, Distanz- und Höhenmeßer findet sich in Stampfer's Anleitung zum Gebrauche der verbeßerten Nivellier-Instrumente, welche in der Werkstätte des polytechnischen Instituts in Wien verfertigt werden. Wien, 1839.

§. 97.

Anmerkung. Es ist schon im §. 90. erwähnt, daß von allen geometrischen Werkzeugen keines unter so mannichfaltigen Formen erscheint, als das Nivellierwerkzeug. In der That bringt auch fast jeder Künstler, welcher sich mit der Verfertigung solcher Werkzeuge befaßt, Eigenthümlichkeiten in der Einrichtung an, die auch zum Theil darin bestehen, daß die Ideen, die den im Vorhergehenden beschriebenen Niveaux zum Grunde liegen, mit einander verbunden werden. Ohne nun die verschiedenen Konstruktionen, wenn man sich auch nur auf die beßeren beschränken wollte, hier einzeln aufzuzählen, mag nur noch die Beschreibung eines Niveaus folgen, das, soviel mir bekannt ist, aus Frankreich zu uns gebracht wurde, und das unrichtigerweise häufig das Sisson'sche Niveau genannt zu werden pflegt.

Auf den konischen Zapfen A, Fig. 93., passt die mit der Hülse B aus einem Stücke bestehende Platte C, welche die Träger des mit der Libelle L verbundenen Fernrohrs T enthält. Das letztere ist entweder mit feinen Lagern unabänderlich verbunden oder kann darin umgelegt werden. Zur Befestigung der Hülse mit dem Zapfen dient die Klemmschraube a. Mit dem Zapfen A besteht die Scheibe D und die gegen diese rechtwinklicht gestellte halbkreisförmige und am Rande mit Einschnitten versehene Zunge E aus einem Stücke. Unter der letzteren liegt ein Lager F mit einer Schraube ohne Ende, c. Die Drehungachse der dadurch möglichen Vertikalbewegung ist bb. Die Enden dieser Achse liegen in dem gabelförmigen Stücke G, das nach Unten ebenfalls in eine mit Einschnitten versehene Zunge ausläuft, die sich in einem Zirkelgewinde bewegt, wovon H die Mutter ist. Während das Lager F durch

zwei Arme und Preßschrauben mit der Gabel G verbunden ist, liegt das unter der letzteren Zunge angebrachte Lager I der darin befindlichen Schraube ohne Ende K zwischen den beiden Gewindebacken L des Zirkelgewindes. Der untere Theil derselben bildet mit dem sphärischen Körper M und der Platte N ein Ganzes. Die letztere wird durch Klemmschrauben O mit dem Kopfe eines Charnierstativs verbunden. Zur Vermeidung des todten Ganges der Schrauben ohne Ende liegen unter den Lagern Spiralfedern, welche die Schrauben in der nöthigen Spannung erhalten. Die Verbindung des oberen Theiles des Niveaus mit dem unteren erfolgt durch die beiden Klemmschrauben g,g.

Die Nivellierlatten. Figg. 94 — 97.

§. 98.

Um die Höhe der Visierlinie von bestimmten Punkten auf der Erdoberfläche zu meßen, bedarf man noch zweier Nivellierlatten mit daran befindlichen Zielscheiben (Tableaux). Auch diese Apparate sind verschieden eingerichtet, weshalb hier nur die gebräuchlichsten Einrichtungen angegeben werden mögen.

1) Zu den Latten nimmt man meistens 10 — 12 Fuß lange und 1½ — 2 Zoll im Quadrat starke Stäbe von ausgetrocknetem Fichten-, Pappel-, Mahagoniholze, das man auch wohl noch mit einem Firniß überzieht. Mit dem unteren Ende setzt man sie auf den ebenen quadratischen Kopf eines in den Erdboden geschlagenen Pflocks oder auf andere zu nivellierende feste Gegenstände, weshalb das untere Ende der Latte mit einer 1 — 2 Zoll hohen starken Metallfaßung versehen ist. An der einen Seitenebene hat die Latte eine Eintheilung, gewöhnlich nach Duodecimalfußen, Zollen und Linien; ihr Nullpunkt fällt mit der unteren Bodenfläche der Faßung zusammen. An der vorderen, d. h. dem Objektive des Fernrohrs zugekehrten, Seite ist eine kreisrunde oder rechteckige Zielscheibe A, Fig. 94., von Holz oder Blech längs der Latte verschiebbar angebracht. An ihrer hinteren Seite ist deshalb eine Metallhülse B, B' befestigt, die an den Seitenebenen mittelst einer an die hintere Ebene sich anlegenden starken Stahlfeder mit der nöthigen Friktion sich verschieben läßt; durch eine Druckschraube kann die Zielscheibe festgestellt werden. Auch geschieht diese Bewegung wohl durch

zwei an den Enden der Latte angebrachte Rollen und einer Schnur ohne Ende; indessen ist diese Einrichtung weniger zweckmäßig. Auf der vorderen Seite der Zielscheibe finden sich die mit Schwarz oder Roth und Weiß gezeichneten Kreissektoren oder Felder (Fig. 95.), auf deren Mitte die Visierlinie gerichtet wird. Auch ist der Index i, der die einvisierte Zielhöhe abschneidet, an der rechten Stelle an der hinteren Fläche der Scheibe oder der Hülse befestigt. Um bei hohen Zielhöhen das Einstellen zu erleichtern, ist mit der Hülse der Zielscheibe eine mit einem Griff versehene und zum Verlängern eingerichtete Eisenstange C verbunden. Bei bedeutenden Höhen verbindet man mit der obigen Latte noch eine zweite kleinere mit einer kleineren Zielscheibe D, die auf der Metallhülse befestigt wird und deren Zielscheibenmitte einen bestimmten Abstand von der Mitte der größeren Scheibe hat.

Zum bequemen Transport besteht die Latte auch wohl aus zwei Theilen, die durch ein Charnier zusammengelegt, so wie auseinander geschlagen und dann durch Schrauben festgehalten werden können.

2) Bei nicht zu stark fallendem Terrain bietet folgende Einrichtung der Nivellierlatte hinsichtlich des leichteren Transports Bequemlichkeit dar (Fig. 96.). An der vorderen Seite der 2 Zoll im Quadrat starken Latte findet sich eine Nuth, in welcher sich mit der nöthigen Friktion ein an dem oberen Ende die Zielscheibe A tragender Stab a durch Hülfe einer im Innern der Aushölung liegenden Stahlfeder sich bewegen läßt und dessen hintere Fläche a' auf Messing die Eintheilung enthält. Zum Verschieben der Zielscheibe dient ein an der vorderen Seite des Stabes befindlicher Knopf b. Das obere Ende der Latte hat eine Faßung von Messing, c, dessen obere scharfe Kante den Index der Theilung bezeichnet. Durch eine auf der hinteren Seite der Latte befindliche Druckschraube d erfolgt die Feststellung der Zielscheibe. Zur Einvisierung kleiner Zielhöhen kann der erwähnte Stab aus der Nuth herausgezogen und in umgekehrter Lage wieder eingeschoben werden. Deshalb enthält die Eintheilung auch eine doppelte Bezeichnung der Zahlen in entgegengesetzter Lage, deren Summe immer der doppelten Lattenlänge gleich sein muß. Zur Vermeidung des immer etwas lästigen Umstellens enthält wohl der Stab an beiden Enden Zielscheiben.

§. 99.

Bei dem Stampfer-Starke'schen Niveau, bei welchem die Mikrometerschraube eine eigene Methode des Nivellierens gestattet, enthält der etwa 8 Fuß lange Stab A in Fig. 97. zwei Zielscheiben B und C in einem bestimmten Abstande von einander, z. B. 6 Fuß, so wie auch die untere eine bestimmte Entfernung vom Anfangspunkte des Stabes hat. Bei dieser Methode des Nivellierens bedarf der Stab auch keiner weiteren Eintheilung. Zu dem gewöhnlichen Gebrauche ist die obere Scheibe C mittelst einer Hülse D längs der Latte verschiebbar und läßt sich durch die Druckschraube c feststellen. Die Latte pflegt nur in Fuße und Zolle eingetheilt zu sein; um auch Linien ablesen zu können, ist die genannte Hülse in ihrer Mitte ausgeschnitten und es können dann die Linien durch die auf einer Metallplatte angebrachten Linieneintheilung bestimmt werden. Ist die Visierhöhe so groß, daß die erste Latte nicht mehr ausreicht, so wird sie durch die umschließende und mit einer Druckschraube e versehene Hülse E mit der zweiten Latte F in Verbindung gebracht, auf welcher die Eintheilung fortgesetzt ist. Nur wird dann die Bestimmung der Linien unbequem.

Fünfter Abschnitt.

Die Prüfung und Rektifikation der Meßwerkzeuge.

Erstes Kapitel.

Prüfung und Rektifikation der Werkzeuge, die zur Bezeichnung von Punkten und Linien und zur Meßung von Linien auf dem Felde dienen.

§. 1.

Ehe mit einem geometrischen Werkzeuge Beobachtungen oder Meßungen, auf die irgend ein, wenn auch nur geringes Gewicht

gelegt werden soll, angestellt werden, muß es in allen seinen Theilen genau geprüft und im Falle Fehler entdeckt werden, müßen diese entweder verbeßert werden können, oder in einzelnen Fällen doch wenigstens ihrer Größe nach bekannt sein, um sie bei dem Gebrauche in Rechnung bringen zu können. Diese Prüfung und Berichtigung ist nicht nur nach längerem Gebrauche, sondern auch nach länger Statt gehabtem Transporte und aus letzterem Grunde selbst bei neuen Werkzeugen, die eben die Werkstätte der Künstler verlaßen haben, als unerläßlich anzurathen. In dem Folgenden soll daher die Rektifikation aller der Werkzeuge und ihrer Theile gezeigt werden, die bei praktischen Meßungen am häufigsten zur Anwendung kommen. Es wird dann keinen Schwierigkeiten unterworfen sein, nach einer ähnlichen Methode anders konstruierte Werkzeuge, als sie in dem vorigen Abschnitte beschrieben sind, zu rektificieren.

I. Prüfung und Rektifikation des Gauß'schen Heliotropen. IV. §. 2. Fig. 23.

§. 2.

Die Prüfung besteht, was darüber der Erfinder des Werkzeugs in Schumacher's astronomischen Nachrichten V. Seite 329. angegeben hat, in folgenden fünf Untersuchungen, die, so wie sie hier folgen, nach einander vorgenommen werden müßen.

1) Die optische Achse des Fernrohrs muß mit seiner Drehungsachse zusammenfallen. Dies prüft und berichtigt man nach I. §§. 48. und 49.

2) Die Drehungsachse des Fernrohrs muß gegen die Umdrehungsachse der Spiegel, QQ' normal stehen. Man stelle die Achse QQ' nach dem Augenmaße senkrecht, daß die Scheibe V nach Unten gerichtet ist, so wird der Führungsstift U auch nach dem Augenmaße mit der Achse des Fernrohrs parallel sein. Man hänge an den Stift U eine Libelle und bringe diese durch die Stellschrauben K zum Einspielen. Nun drehe man den Stift um 180° und lege das Fernrohr in seinen Lagern um; spielt dann die angehängte Libelle wieder ein, so haben beide Achsen die senkrechte Lage gegen einander. Zeigt sich

eine Abweichung, so wird die Hälfte an den Stellschrauben K, die andere an den Korrektionsschrauben a und b verbeßert.

3) Die Ebenen der Spiegel R, S und T müßen QQ parallel sein. Man stelle zwei mit Fadenkreuzen versehene Fernröhre so auf, daß ihre nach nicht zu entfernt liegenden Objekten gerichteten Visierlinien nahe in einerlei Ebene liegen, schraube den Ansatz, der die Spiegelrahmen trägt, ab und gebe demselben dergestalt eine feste Unterlage, daß die Achse QQ′ ebenfalls nahe in der Ebene der Visierlinien liegt und den von ihnen gebildeten Winkel halbiert. Den zu prüfenden Spiegel bringe man nun normal auf jene Ebene und bewirke durch geringe Drehungen am Spiegel und Verrückungen an der Unterlage der Spiegelrahmen, daß das reflektierte Bild des linken Objekts auch im Fadenkreuz des linken Fernrohrs erscheine, drehe den Spiegel um 180° und untersuche die Deckung des rechten Objekts mit dem Fadenkreuze des rechtsliegenden Fernrohrs; kann die gefundene Abweichung nicht allein durch Drehung des Spiegels um QQ′ erreicht werden, so verbeßert man die Hälfte derselben an den Korrektionsschrauben a, b, c.

4) Die beiden Theile R und S des größeren Spiegels müßen in einer Ebene liegen. Dies prüft man am einfachsten dadurch, wenn man die Drehungsachse QQ′ einer seitwärts liegenden Linie, z. B. der Kante eines Gebäudes u. dgl. ungefähr parallel stellt und untersucht, ob die reflektierten Bilder derselben in R und S in einer geraden Linie liegen. Die etwa nöthige Korrektion geschieht dann an der Schraube c.

5) Die Ebene des kleinen Spiegels T muß gegen die Ebene R und S normal stehen. Man stellt den Heliotrop und ein mit einem Fadenkreuz versehenes Fernrohr so auf, daß die optische Achse des letzeren etwa um die halbe Entfernung der Mitte von R und S höher steht, als die optische Achse des Heliotropenfernrohrs, und daß zugleich die Achsen beider Fernröhre parallel sind. Dieß erreicht man dadurch, daß man zuerst das Heliotropenfernrohr auf ein entferntes Objekt richtet, dann das Hülfsfernrohr in der angegebenen Höhe einstellt und nun das Heliotropenfernrohr in seinen Lagern umlegt. Darauf stellt man die Achse QQ′ senkrecht und dreht das Spiegelsystem so lange, bis ein deutlich markierter Punkt durch Reflexion vom kleinen Spiegel in der Achse des Heliotropenfernrohrs erscheint. Sind

nun die Ebenen R und S gegen T wirklich normal, so muß das von der obern Hälfte des großen Spiegels zurückgeworfene Bild desselben Punktes in die optische Achse des Hülfsfernrohrs fallen. Die Berichtigung einer etwa gefundenen Abweichung geschieht dann durch die Korrektionsschraube e am Arme d.

Der Steinheil'sche Heliotrop bedarf keiner besondern Korrektion, da nach IV. §. 3. beide Bilder von derselben Ebene des Spiegels erzeugt werden.

II. Prüfung und Rektifikation der Markscheiderwage.
IV. §. 5. Fig. 25.

§. 3.

Hierbei bedarf es nur der Untersuchung, ob die durch die inneren Kanten der Haken gedachte Linie normal steht gegen die durch das Centrum und den Opunkt der Theilung gehende. Man spanne eine Schnur straff aus, hänge an sie den Gradbogen, lese ab und hänge ihn nun in umgekehrter Lage an. Stimmt dann die erste Ablesung mit der zweiten, so haben die Haken die richtige Lage. Zur Berichtigung des etwa vorhandenen Fehlers gestattet der eine Haken eine geringe seitliche Verschiebung, indem die beiden kleinen Klemmschräubchen, die zur Befestigung dienen, etwas gelüftet und nach der Verschiebung wieder angezogen werden.

III. Prüfung und Rektifikation der Libellen.
IV. §. 6. Figg. 26 — 28.

§. 4.

Zur Prüfung einer Dosenlibelle stellt man diese auf eine horizontal zu stellende Ebene, z. B. auf eine Meßtischplatte und bringt die Luftblase mittelst der Stellschrauben zum Einspielen. Zieht man darauf um den Fuß der Libelle mit einer Bleifeder einen Kreis, so darf während des Umdrehens der Libelle in dem Kreise die Luftblase ihren Stand nicht ändern. Bei einer Statt findenden Abweichung muß die Stelle des Fußes, nach welcher die Luftblase hinspielt, abgeschliffen werden.

Bei der nach Fig. 28. a. konstruierten Libelle wird der Kreis durch die Spitzen der drei Schrauben beschrieben und dann die Korrektion an diesen vorgenommen.

§. 5.

Zur Prüfung der Röhrenlibelle lege man das Lineal, worauf sie etwa befestigt ist, oder stelle die Aufsetzlibelle an eine gerade Linie, die auf der Meßtischplatte, am zweckmäßigsten in der Richtung der einen Stellschraube gezogen ist und bringe die Luftblase zum Einspielen. Kehrt man nun an der geraden Linie die Libelle um, so muß die Luftblase in der Mitte bleiben. Bei einer Abweichung aber zeigt sich der Fehler, wie leicht erhellet, doppelt, weshalb also nur die Hälfte desselben an der Korrektions-schraube, die andere aber an der genannten Stellschraube zu verbeßern ist. Es versteht sich von selbst, daß dieser Versuch so oft zu wiederholen ist, bis keine Abweichung mehr Statt findet.

Ist aber die Röhrenlibelle mit einem Fernrohre durch Schrauben verbunden, oder dient sie nur zum Aufsetzen auf dessen Drehungsachse, so wird sie nur in Bezug auf die Lage ihrer Sehne gegen die optische Achse des Fernrohrs oder gegen dessen Drehungsachse geprüft, wovon weiter Unten die Rede sein wird.

Dasselbe gilt von der Hängelibelle.

IV. Prüfung und Rektifikation der Setzwage und des Klitometers. IV. §§. 8. 9. Figg. 30. und 31.

§. 6.

Bei der Prüfung der Setzwage setzt man sie auf ein Richtscheit (IV. §. 86.) oder eine andere Ebene, die man so lange in ihrer Lage verändert, bis das Loth der Setzwage einspielt, dann aber feststellt. Kehrt man nun die Setzwage um, so muß das Loth ebenfalls einspielen. Bei einer Abweichung drückt die Halbierungslinie des Winkels, der von dem Lothe in beiden Lagen der Setzwage gebildet wird, die Richtung der Mittellinie DC (Fig. 30.) aus.

Auf dieselbe Weise läßt sich beim Klitometer die Lage des opunktes gegen den Drehungspunkt A (Fig. 31.) der Alhidade prüfen, nur wird die Berichtigung entweder durch Veränderung des Drehungspunktes geschehen oder an dem einen Fuße B oder C vorgenommen werden müßen. Die Richtigkeit der Theilung

des Gradbogens läßt sich durch Auf- und Umsetzen des Klitometers auf eine geneigte Ebene prüfen, ein vorgefundener Fehler aber nicht verbeßern, sondern nur in Rechnung bringen, oder dadurch halbieren, daß man beim Gebrauche des Werkzeugs von beiden Ablesungen das arithmetische Mittel nimmt.

V. Prüfung der Diopteren und des Winkelkreuzes.

IV. §§. 10. und 53. Figg. 32. und 33.

A. Prüfung der Diopteren.

§. 7.

Man stelle das Lineal, worauf die Diopteren sich finden, horizontal, visiere dann auf die Ecke eines Hauses, oder auf eine andere Linie, die man als vertikal annehmen kann, wozu sich z. B. ein an einem langen Faden im Waßer hängendes Gewicht eignet und untersuche für jedes Visierloch, ob der Faden des Objektivdiopters in allen Punkten die Vertikallinie deckt. Zeigt sich eine Abweichung für dasselbe Visierloch, so ist der Faden des Objektivdiopters nicht senkrecht auf der Ebene des Lineals. Findet sich aber eine Abweichung für andere Visierlöcher, so liegen diese nicht in einer Vertikalebene. In beiden Fällen kann aber die Berichtigung nur durch den Künstler geschehen, da an den Diopteren keine Korrektionsvorrichtungen angebracht sind.

B. Prüfung des Winkelkreuzes und des Spiegellineals.

§. 8.

Man stelle dasselbe in einem Punkte A auf dem Felde auf, richte die eine Visierlinie a nach einer entfernt stehenden Bake B und stecke in der Richtung der anderen Visierlinie b, welche mit a einen rechten Winkel bildet, die Bake C aus. Nun drehe man das Werkzeug auf dem Stativ so herum, daß a nach C gerichtet ist, so muß b mit der Verlängerung von BA zusammenfallen, also der Faden des Objektivdiopters einen in diese Richtung gesteckten Stab D decken. Von der Berichtigung einer etwa gefundenen Abweichung gilt auch das im vorigen §. Gesagte.

Auf ähnliche Weise kann man die Richtigkeit der für 45° und 60° dienenden Visierlinien und auf dieselbe Art das Fallon'sche Spiegellineal prüfen.

VI. Prüfung und Berichtigung der Meßketten und Meßstäbe.

IV. §§. 12. — 15. Figg. 36. und 37.

§. 9.

Durch das Verbiegen und Ausdehnen der Haken der Kettenglieder, durch das Ausschleifen der Ringe und Wirbel und durch das Verbiegen der Glieder wird die Meßkette sich theils verlängern, theils verkürzen, weshalb sie vor dem Gebrauche immer zu prüfen ist.

Auf einem sehr ebenen Boden mißt man mittelst einer Meßschnur eine Länge von etwas über 5 Ruthen ab und bemerkt durch Anlegung eines Ruthenstabes, von dessen richtiger Länge man sich überzeugt halten darf, die Länge der einzelnen Ruthen; dieß kann dadurch geschehen, daß man an den genannten Punkten Pfähle mit quadratischer Oberfläche von etwa 2 — 3 Zoll Seite ganz in den Boden treiben läßt und auf diesen durch Einschnitte die Länge andeutet. Nachdem nun alle Glieder der Kette sorgfältig gerade gebogen sind, spannt man sie gehörig aus und untersucht, ob die Länge jeder Ruthe mit den Marken auf den Pfählen genau übereinstimmt und somit auch die Länge der Meßkette richtig ist. Die Länge der einzelnen Fuße prüft man sodann auf dem in Fuße eingetheilten Ruthenstabe.

Geringe Unrichtigkeiten werden durch stärkeres oder schwächeres Biegen der Haken, größere aber durch Einsetzen neuer Glieder ausgeglichen. Noch leichter kann die Berichtigung der Meßkette durch die in IV. §. 12. angegebene Einrichtung geschehen.

Anmerkung. Daß von einer Berichtigung der Meßschnüre und Meßbänder keine Rede sein kann, ergiebt sich von selbst.

§. 10.

Die in IV. §. 13. beschriebene, aus Messingdrath zusammengedrehte Kette prüft man auf die im vorigen §. angegebene Weise. Berichtigt kann sie dadurch werden, daß man die an

den Ringen und Wirbeln zusammengedrehten Enden (das Schloß genannt) mit einer Flachzange aufdreht, die Glieder den Umständen nach verkürzt oder verlängert und dann mittelst derselben wieder zusammendreht, oder mit neuen Gliedern vertauscht.

Bei den in IV. §. 15. beschriebenen Meßstangen muß die Länge der Holzstäbe mit einem richtigen Normalmaßstabe sorgfältig geprüft und der gefundene Unterschied in den einzelnen Füßen und der ganzen Länge genau ausgemittelt und dann beim Meßen in Rechnung gebracht werden, da eine Rektifikation wegen der an den Enden angebrachten Vorrichtungen nicht wohl anzuwenden ist.

VII. Prüfung und Berichtigung des Distanzmeßenden Fernrohrs.

IV. §§. 17. — 18. Figg. 38. und 39.

§. 11.

Bei der Prüfung des Distanzmeßers kommt es, wenn man sich von der Nichtveränderung der Distanzlatte überzeugt halten darf, nur auf die Prüfung des Fernrohrs, des Fadennetzes desselben und der Horizontalität der Fäden an.

Wie man prüft, ob das Fadennetz mit dem Orte des Bildes des Objektivs zusammenfällt und wie man dieß erreicht, ist in I. §. 47. angegeben. Die Centrierung des Fernrohrs wird man in den Fällen, wo dasselbe an der einseitigen Drehungsachse befestigt ist (IV. §. 55. 2.), nicht vornehmen können, sondern sich in diesem Falle auf den Künstler verlaßen müßen. Läßt sich aber das Fernrohr an zwei cylindrischen Ringen von gleichem Durchmeßer drehen (IV. §. 91.), oder liegt an beiden Seiten desselben die Drehungsachse (IV. §. 55. 3.) und läßt sich in diesem Falle das Fernrohr aus seinen Lagern herausheben und dann umlegen, so ist schon in I. §. 47. das Nöthige über die Berichtigung gesagt.

Uebrigens würde eine unrichtige Stellung des Vertikalfadens beim Distanzmeßen keinen Einfluß ausüben, da derselbe nur zum Pointieren dient, sondern hauptsächlich die richtige Horizontalität der beiden äußersten Horizontalfäden zu beachten sein. Zu diesem Zwecke stelle man das Werkzeug, womit das distanzmeßende Fernrohr verbunden ist, horizontal, richte das Fernrohr auf einen

entfernten Gegenstand und führe das Werkzeug durch die feine Achsendrehungsvorrichtung etwas hin und her, so muß der Faden in allen Punkten das Objekt treffen. Zur Berichtigung einer etwa gefundenen Abweichung muß der Okularkopf sich etwas drehen laßen, wodurch dann die richtige Lage jedes Horizontalfadens erzielt werden kann. Ist die Einrichtung aber nicht getroffen, so kann nur der Künstler den Fehler verbeßern.

Zweites Kapitel.

Prüfung und Rektifikation der Winkelmeßer und ihrer Theile.

I. Prüfung des festen Standes des Stativs.

IV. §. 23.

§. 12.

Sind die Füße des Stativs aus einander geschlagen und fest in den Boden gedrückt, und sind auch die Klemmschrauben zum Festhalten der Füße gehörig angezogen, so darf keine schlotternde Bewegung der Füße an dem Stativkopfe Statt finden. Zeigt sich eine solche, so liegt der Fehler in den Bewegungsachsen oder in dem todten Gange der Klemmschrauben. Für beide Mängel finden sich aber an dem Stative keine Vorrichtungen zur Aufhebung jener Mängel, und sind daher nur durch den Künstler zu beseitigen.

II. Prüfung und Berichtigung der Horizontalstellungsvorrichtungen.

IV. §§. 26. — 38. Figg. 45. — 52.

§. 13.

Man befestige auf dem Stative die Nuß oder den Dreifuß und auf dem letzteren einen Winkelmeßer. Setzt man auf diesen eine Libelle, so muß bei gehöriger Empfindlichkeit derselben durch das Umdrehen der Stellschrauben sogleich eine Veränderung des Standes der Luftblase sich zeigen. Ist dieß nicht der Fall, so liegt der Fehler in dem todten Gange der Stellschrauben. Bei

den in IV. §§. 27. — 31. beschriebenen Nußvorrichtungen kann der Fehler nur durch neue Stellschrauben, bei dem Dreifuße aber dadurch verbeßert werden, daß man die an den Armen befindlichen Klemmschrauben (IV. §. 32.) etwas anzieht.

III. Prüfung und Rektifikation der Vorrichtungen zur Achsendrehung.

IV. §§. 39. — 45. Figg.. 53. — 58.b.

§. 14.

Nachdem man wie im vorigen §. den Winkelmeßer mit dem Stative verbunden hat, ziehe man die Stell= und Klemmschrauben an. Dann darf keine Bewegung des Winkelmeßers um die Centralachse Statt finden. Ist dieß der Fall, so kann der Fehler in der Vorrichtung zur Achsendrehung, aber auch in dem todten Gange der Klemmschrauben liegen, womit der Winkelmeßer befestigt ist. Man richte deshalb das Fernrohr auf ein entferntes Objekt und bringe die Mikrometerbewegung zur Anwendung. Wird dabei sogleich das Objekt scheinbar von dem Durchschnitt der Kreuzfäden entfernt, so liegt der obige Fehler in den Klemmschrauben und kann nur durch Vertauschung mit neuen gehoben werden; im entgegengesetzten Falle aber in der Vorrichtung zur Achsendrehung. Bei der Schraube ohne Ende (IV. §. 40.) wird man dem Fehler meistens schon dadurch abhelfen können, daß man der Feder, wodurch die Schraube in Spannung erhalten wird, durch Biegen eine größere Spannkraft ertheilt, wenn sonst an den übrigen Theilen kein Mangel sich auffinden läßt. Bei der in IV. §. 42. angegebenen Konstruktion wird man meistens die Mikrometerschraube P Fig. 56. mit einer neuen zu vertauschen haben. Bei den Konstruktionen in IV. §§. 41. und 43. — 45. kann man den Fehler durch Anziehen der Preßschrauben der Klemmen verbeßern.

Dieselbe Prüfung muß auch mit der Achsendrehungsvorrichtung des Fernrohrs (IV. §. 57.) vorgenommen und kann ein Statt findender Fehler auf ähnliche Weise berichtigt werden.

IV. Prüfung und Rektifikation der Kippregel.
IV. §§. 54 — 56. Figg. 62 — 66.

§. 15.

Die Prüfung der Kippregel betrifft:

A. **Die Prüfung des Fernrohrs an sich.** Hierüber ist §. 11. zu vergleichen.

B. **Die Prüfung der Bewegung des Fernrohrs in einer Vertikalebene** bei horizontalem Stande des Winkelmeßers.

Nur in dem Falle, daß das Fernrohr an einem Zirkelgegewinde (IV. §. 55. 1.) sich auf- und niederbewegen läßt, läßt sich diese Prüfung ohne Weiteres und dann auf dieselbe Weise vornehmen wie im §. 7. bei der Prüfung der Diopten angegeben ist. Bewegt sich aber das Fernrohr an einer eigenen Achse, die entweder an einer Seite oder an beiden Seiten desselben angebracht ist (IV. §. 55. 2 und 3.), so ist vorläufig zu prüfen, **ob die Visierebene rechtwinklicht gegen die Drehungsachse des Fernrohrs steht.**

1) Wenn die Drehungsachse nur einseitig ist, wie bei dem Meßtische und der Boussole, so verbinde man einen dieser Winkelmeßer, z. B. die Meßtischplatte, mit dem Stativ, stelle ihn horizontal und visiere mit dem Fernrohre auf einen scharf markierten Punkt, der mit dem Standorte in gleicher Höhe liegt, damit ein in der Bewegung des Fernrohrs vorhandener Fehler keinen Einfluß ausüben kann.

a) Läßt sich nun das Fernrohr durchschlagen, so bringe man dasselbe nach dem ersten Visieren in die entgegengesetzte Lage, welches möglich ist z. B. durch das umgewendete Anlegen an eine gerade Linie, die vor dem ersten Visieren auf der Meßtischplatte gezogen worden; schlägt man dann das Fernrohr durch, so muß das Fadenkreuz wieder den visierten Punkt treffen.

Oder man stelle zwei mit Fadenkreuzen versehene Fernröhre mit ihren Objektiven so einander gegenüber, daß ihre optischen Achsen in einer geraden Linie liegen, also der Durchschnitt des einen Fadenkreuzes mit dem des anderen koincidierend erscheint. Darauf bringe man das Werkzeug mit der zu prüfenden Kippregel zwischen jene beiden Fernröhre, richte das mittlere Fernrohr

auf die Visierlinie des einen Hülfsfernrohrs und schlage darauf jenes durch, so muß das Fadenkreuz desselben wieder auf die Visierlinie des anderen Hülfsfernrohrs gerichtet sein.

b) Läßt sich aber das Fernrohr nicht durchschlagen, so stecke man in der Richtung der zuerst visierten Linie, in Entfernungen von 20 bis 30 Ruthen, Baken aus, bringe das Fernrohr durch Drehung um 180° in die entgegengesetzte Lage und stecke auch in dieser Richtung Baken aus, so müßen alle mit dem gewählten Standorte in gerader Linie liegen.

2) Liegt die Drehungsachse des Fernrohrs an beiden Seiten, so muß die darauf gesetzte oder daran gehängte Libelle zum Einspielen gebracht werden. Dann richtet man das Fadenkreuz auf einen markierten Punkt, legt das Fernrohr in seinen Lagern um und bringt zugleich dessen Visierlinie in die entgegengesetzte Lage, so muß ebenfalls das Fadenkreuz auf den gewählten Punkt gerichtet sein.

Zeigt sich nun bei allen diesen Prüfungen eine Abweichung, so wird diese zur Hälfte an den seitwärts sitzenden Stellschräubchen b,b (Fig. 15.) der Okularblendung (I. §. 47.) verbeßert.

§. 16.

Nach dieser Berichtigung prüft man nun noch die Bewegung des Fernrohrs in einer Vertikalebene. Man kann dazu das im §. 7. angegebene Verfahren anwenden, sich aber auch der folgenden Methoden bedienen.

1) Nachdem der Winkelmeßer, dessen Kippregel man prüfen will, horizontal gestellt ist, richte man das Fadenkreuz auf ein hoch liegendes, scharf markiertes Objekt a und bringe zwischen dieses und das Werkzeug einen der in IV. §. 77. angegebenen künstlichen Horizonte, daß das reflektierte Bild von a von dem Beobachter wahrgenommen werden kann. Trifft dann beim Niederbewegen des Fernrohrs das Fadenkreuz auf das Bild von a, so bewegt sich die Visierlinie in einer Vertikalebene.

2) Wie vorhin richtet man das Fadenkreuz auf den hoch gelegenen Punkt a, bewegt das Fernrohr so tief als möglich nieder und bemerkt auch den Punkt b, auf welchen das Fadenkreuz zeigt. Nun bringt man das Fernrohr in die entgegengesetzte Lage und schlägt dasselbe durch, so muß beim Niederbewegen desselben wieder der Punkt b getroffen werden. Ist dieß nicht

der Fall, so zeigt sich auch hier der Fehler doppelt, daher die Hälfte desselben entweder an den Korrektionsschrauben d und e, Fig. 65., oder an der Korrektionsschraube F in Figg. 62. und 63. (IV. §. 55. 2. u. 3.) zu verbeßern ist.

Es versteht sich von selbst, daß man sich mit der vorgenommenen Rektifikation noch nicht begnügt, sondern auf's Neue die Prüfung wiederholt.

Anmerkung. Über andere Methoden, die Kippregel zu prüfen und zu rektificieren, vergleiche man Ulrich's Lehrbuch der praktischen Geometrie I.

§. 17.

Ist also die Kippregel des Winkelmeßers dahin berichtigt, daß die optische Achse des Fernrohrs eine rechtwinklichte Lage gegen seine Drehungsachse hat und daß die erstere beim Kippen des Fernrohrs in einer gegen den Horizont senkrecht stehenden, d. h. in einer Vertikalebene sich bewegt, so muß nothwendig die Drehungsachse eine horizontale Lage haben.

§. 18.

Anmerkung. Zu der Prüfung und Rektifikation der allgemeinen Theile der Meßwerkzeuge würde auch noch die Prüfung der winkelrechten Lage des Centralzapfens gegen die Ebene des Winkelmeßers, also z. B. gegen die Meßtischplatte, den Horizontalkreis des Theodolithen u. s. w. und gegen die Drehungsachse des Fernrohrs, so wie auch die Prüfung der normalen Lage der optischen Achse des Fernrohrs gegen die Inderlinie des Höhenbogens oder Höhenkreises gehören. Allein da für den ersten Fall der verschiedene Zweck der Winkelmeßer auch abweichende Konstruktionen erheischt, für den anderen aber der Gradbogen oder Höhenkreis eine verschiedene Art der Eintheilung enthält, je nachdem man nur die Neigungswinkel schiefliegender Linien, zur Reduktion auf den Horizont bestimmen will, oder wirkliche Höhenbestimmungen beabsichtigt, dadurch aber auch eine verschiedene Prüfung bedingt wird: so sollen beide Arten von Prüfungen erst bei der Prüfung der Winkelmeßer näher betrachtet werden.

V. Prüfung und Berichtigung des Meßtisches.

§. 19.

Diese betrifft:

1. **Die Prüfung und Rektifikation des festen Standes des Stativs und der Vorrichtungen zur Horizontalstellung und Achsendrehung,** nach §§. 12. — 14.

2. **Die Prüfung und Berichtigung der Libelle** nach §§. 4. und 5.

3. **Die Prüfung der Oberfläche der Meßtischplatte als Ebene,** welche auf bekannte Weise mittelst eines richtigen Lineals vorgenommen wird.

4. **Die Prüfung und Rektifikation der Kippregel.**

Außer den in den §§. 15. und 16. angeführten Untersuchungen über das Fernrohr und dessen Bewegung ist noch zu prüfen

a) ob die Visierkante eine gerade Linie ist, deren Prüfung hier aber als bekannt vorausgesetzt werden darf und

b) ob die Visierkante in der erweiterten Visierebene des Fernrohrs liegt, oder damit parallel ist.

Man ziehe auf der Meßtischplatte eine gerade Linie, befestige in derselben in möglichst entfernten Punkten senkrecht zwei feine Nadeln und drehe die Meßtischplatte, bis die durch sie gelegte Ebene auf einen deutlich markierten Punkt gerichtet ist. Legt man nun an die Linie die Visierkante der Kippregel und trifft die Visierlinie des Fernrohrs ebenfalls jenen Punkt, so liegt die Kante und die optische Achse in einer Ebene.

Zeigt sich hierbei aber eine merkliche Abweichung, so bleibt nichts anders übrig, als die Säule des Fernrohrs auf dem Lineale durch den Mechaniker um die gefundene Abweichung verschieben zu laßen.

5. **Prüfung und Rektifikation des rechtwinklichten Standes der Oberfläche der Meßtischplatte gegen den Centralzapfen.**

§. 20.

1. Man stelle die Meßtischplatte mittelst der Libelle (wozu man meistens die Dosenlibelle anwendet) horizontal und drehe

die Platte allmälig um den Centralzapfen. Bleibt dabei die Luftblase auf ihrem vorigen Stande, so bewegt sich die Oberfläche der Platte in einer auf der Drehungsachse normalen Ebene. Eine sich zeigende Abweichnng wird zur Hälfte durch die Justierschrauben α, α, Fig. 48. (IV. §. 33.), verbeßert.

2. Eine größere Genauigkeit gewährt aber das folgende Verfahren. Man ziehe durch die Mitte der Meßtischplatte eine gerade Linie, in deren Richtung die eine der vorhin erwähnten Korrektionsschrauben α liegt, lege an diese das Lineal der Kippregel und richte das Fadenkreuz auf einen scharf markierten Punkt. Wendet man dann die Kippregel an der geraden Linie um und dreht die Meßtischplatte um 180° herum, so muß die Visierlinie des Fernrohrs wieder auf den genannten Punkt gerichtet sein. Dieselbe Operation wird darauf an einer Linie wiederholt, die auf der zuerst gezogenen normal steht und eine Abweichung wie in 1. verbeßert.

6. Prüfung der rechtwinklichten Lage der optischen Achse des Fernrohrs gegen die Inderlinie des Höhenbogens oder Höhenkreises.

§. 21.

Da bei der Bestimmung eines Vertikalwinkels, dessen einer Schenkel im Horizonte liegt, der von dem Inder abgeschnittene Bogen des Höhenkreises oder Höhenbogens abzulesen ist, wenn die Visierlinie des Fernrohrs aus der horizontalen Lage in die mit dem zweiten Winkelschenkel zusammenfallende, schiefliegende gebracht wurde, so ist einleuchtend, daß bei der horizontalen Lage der optischen Achse des Fernrohrs der Inder (des Nonius) mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfallend gedacht werden muß. Zeigt sich dabei eine Differenz, so heißt die Größe derselben der Inder- oder Kollimationsfehler des Höhenkreises oder Gradbogens. Könnte man denselben durch das Werkzeug selbst auf ähnliche Weise, wie es die Spiegelwerkzeuge gestatten, bestimmen, oder der optischen Achse des Fernrohrs, wie bei den Nivellierwerkzeugen, eine horizontale Lage ertheilen, so würde man den Kollimationsfehler vor jeder Meßung ablesen und dann in Rechnung bringen können. Aber man beurtheilt bei den Winkelmeßern umgekehrt die Lage der Visierlinie aus der Koincidenz des Nullpunktes mit dem Inder. Deshalb ist

es bei der genauen Bestimmung der Vertikalwinkel von Wichtigkeit, die Größe des Kollimationsfehlers für den anzuwendenden Winkelmeßer zu wißen, um denselben entweder berichtigen oder doch in Rechnung bringen zu können.

Da aber bei dem Gradbogen der Kippregel die Theilung auf beiden Seiten des Index des Nonius, wo auch derselbe angebracht sein mag, von 0 an mit den wachsenden Zahlen bezeichnet ist und der eine Sektor für die Elevationswinkel, der andere für die Depressionswinkel dient, so erhellet, daß, wenn man bei richtiger Eintheilung des Bogens die optische Achse des Fernrohrs unter einem bestimmten Winkel über den Horizont erhebt und dann dieselbe unter dem nämlichen Winkel unter ihn senkt, die absolute Größe des Kollimationsfehlers dieselbe geblieben sein muß, und nur das eine Mal subtraktiv wird, wenn er das andere Mal additiv war. Hierauf stützen sich auch die folgenden Methoden, um die Größe des Kollimationsfehlers zu finden.

§. 22.

1. Man bestimme in dem einen Endpunkte einer schiefen Linie den Elevationswinkel a, in dem anderen den Depressionswinkel a'. Zeigen sich beide Winkel ungleich, so findet ein Kollimationsfehler Statt und es drücken a und a' nicht die gesuchten Vertikalwinkel aus. Ist dieser $= \alpha$ und $a > a'$, so ist, wenn c den Kollimationsfehler bezeichnet,

$$a = \alpha + c, \quad a' = \alpha - c,$$

woraus $c = \frac{1}{2}(a - a')$ folgt, der demnach unter der Voraussetzung, daß $a > a'$, für alle Elevationswinkel subtraktiv, für alle Depressionswinkel additiv zu nehmen ist.

2. Oder man stelle wie im §. 15. 1. a. zwei mit Fadenkreuzen versehene Fernröhre mit ihren Objektiven so einander gegenüber, daß ihre optischen Achsen in eine gerade Linie fallen; bringe dann den Meßtisch mit der Kippregel zwischen beide Fernröhre, richte die Visierlinie der Kippregel auf die Visierlinie des einen Hülfsfernrohrs und lese den Vertikalwinkel ab; nun drehe man die Kippregel um, oder schlage deren Fernrohr durch, richte in dieser zweiten Lage die Visierlinie auf das zweite Hülfsfernrohr und lese abermals den Vertikalwinkel ab. Dann ist

ebenfalls derselbe Unterschied beider Ablesungen dem gesuchten Kollimationsfehler gleich.

§. 23.

Bei einigen Kippregeln sitzt der Höhenkreis zur Verbeßerung des Kollimationsfehlers an einer Hülse, die auf die Drehungsachse des Fernrohrs geschoben und durch eine Klemmschraube festgestellt wird. Dann ist durch Verschiebung des Kreises die Verbeßerung des Fehlers möglich. Auch richtet man wohl den Nonius zu einer seitlichen Verschiebung ein, indem z. B. seine Platte, auf die er geschraubt ist, durch zwei kleine Stellschräubchen befestigt wird, deren Löcher, durch welche sie gehen, nicht kreisrund sondern oval sind und deshalb eine geringe Verschiebung der Platte gestatten. Indeßen ist eine Verbeßerung des Kollimationsfehlers nicht nothwendig, sondern schon die Kenntnis seiner Größe hinreichend, um sie bei jeder Winkelmeßung in Rechnung bringen zu können.

VI. Prüfung und Rektifikation der Boussole.

§. 24.

Diese betrifft:

1. **Die Prüfung und Rektifikation des festen Standes des Stativs und der Vorrichtungen zur Horizontalstellung und Achsendrehung** nach §§. 12. — 14.

2. **Die Prüfung und Berichtigung der Dosenlibelle** nach §§. 4. und 5.

3. **Die Prüfung und Rektifikation der Kippregel der Boussole** nach den §§. 15. und 16.

Außerdem ist aber noch zu untersuchen, ob die optische Achse des Fernrohrs parallel mit dem durch den Anfangspunkt der Theilung gehenden Durchmeßer des Theilkreises ist. Man spanne in der Richtung des Durchmeßers einen feinen Faden auf der Oberfläche der Büchse aus und drehe die Boussole horizontal herum, bis ein entferntes Objekt in seiner Richtung gesehen wird; dann muß die optische Achse des Fernrohrs ebenfalls auf daßelbe gerichtet sein. Zeigt sich eine Abweichung, so kann man die Größe dieses Fehlers

ablesen und bei der Bestimmung der Abweichungswinkel in Rechnung bringen, da derselbe nur dann zu verbeßern ist, wenn der Theilring der Boussole in seiner Büchse eine Drehung gestattet, welche Einrichtung aber nur der Markscheider-Kompaß zu besitzen pflegt.

4. Die Prüfung und Rektifikation des rechtwinklichten Standes der Boussolenplatte gegen den Centralzapfen nach §. 20.

§. 25.

5. Prüfung der Magnetnadel.

In dieser Hinsicht ist zu untersuchen: a) ob die Magnetnadel nach beiden Polen zu gleiche Schwere besitzt und die Enden der Inderlinie mit dem Aufhängepunkte des Stifts in gerader Linie liegen und b) ob die Nadel die erforderliche magnetische Kraft hat und die Oscillationen derselben in gehöriger Art Statt finden.

1. Man stelle die Boussole nach der auf die Glasplatte gesetzten Dosenlibelle horizontal, so müßen die beiden Pole der Nadel mit dem Theilringe in derselben Ebene liegen und auch gleiche Winkel abschneiden. Bewegt sich aber der eine Pol über der Theilungsebene, so kann man an seine Unterfläche etwas Wachs kleben, bis die Abweichung gehoben ist. Ist aber diese ein für alle Mal verbeßert, so kann die Horizontalstellung des Theilkreises schon durch die Stellschrauben der Horizontalstellungsvorrichtung allein ohne Zuziehung der Libelle geschehen. Da es aber bei der Anwendung der Boussole immer Princip sein muß, nur die Abweichungswinkel der Winkelschenkelebenen von magnetischem Meridiane zu bestimmen und auch nur diese mit dem nämlichen Werkzeuge nicht aber mit dem Transporteure auf dem Papiere zu verzeichnen, so bedarf auch eine gefundene Excentricität keiner Verbeßerung, sondern es bedarf nur der Anwendung der Regel, immer mit demselben Pole der Nadel, gewöhnlich dem Nordpole, die Abweichungswinkel auf dem Felde abzulesen und auf dem Papiere zu verzeichnen (zuzulegen). Deshalb muß aber auch die Zulegeplatte auf dem Papiere dieselbe Stellung gegen die zu bestimmenden Projektionen der Objekte haben, welche sie auf dem Felde gegen diese hatte. Gewöhnlich ist das mit Nord oder 0° bezeichnete Ende dem Objekte zugekehrt.

2. Nachdem die Boussole horizontal gestellt ist, visiere man auf ein Objekt und bemerke die gefundene Abweichung. Man drehe nun die Boussolenplatte um einige Gradtheile vor- oder rückwärts und stelle wieder auf das Objekt ein. Ist dieß Verfahren einige Male wiederholt und giebt die Nadel immer denselben Abweichungswinkel an, so wird sowohl die Magnetnadel die nöthige magnetische Kraft besitzen, als auch das Karneolhütchen gehörig ausgeschliffen sein und der Stift die nöthige Schärfe haben. Zeigen sich aber bei verschiedenen Ablesungen Verschiedenheiten, so wird meistens der Stift stumpf geworden sein; in diesem Falle bedarf es einer Zuspitzung desselben durch Schleifen. Hat aber der Stift die erforderliche Schärfe, was sich durch eine zweite aufzusetzende Nadel erproben läßt, so wird man der Nadel durch Streichen (I. §. 54.) die erforderliche magnetische Kraft ertheilen müßen. Sollte das Schleifen des Stifts eine geringe Excentricität veranlaßt haben, so kann man derselben durch sanftes Biegen abhelfen.

6. Prüfung, ob das Metall der Boussole eisenfrei ist.

§. 26.

Man drehe die Boussole, nachdem die Magnetnadel zur Ruhe gekommen ist, sanft um ihre Achse, so muß die Nadel, wie unabhängig von ihrer Büchse, unverändert ihre Lage beibehalten. Bleibt sie aber während der Drehung an einer Stelle gleichsam hängen und reißt sich dann später plötzlich los, so hat die Büchse, und wenn sich die Nadel an einigen Stellen senkt, der Boden derselben Eisentheile, unter welchen Umständen aber das Werkzeug unbrauchbar ist.

§. 27.

7. Prüfung der normalen Lage der optischen Achse des Fernrohrs gegen die Inderlinie des Höhenbogens.

Diese ist dieselbe wie im §. 21.

8. Prüfung des Fehlers, der durch die etwaige Excentricität des Fernrohrs entsteht.

§. 28.

Da bei der Boussole das Fernrohr meistens seitwärts des

Theilringes angebracht ist, so entsteht durch diese Excentricität des Fernrohrs ein Fehler in der Bestimmung des Winkels, dessen Größe sich aus folgender Betrachtung ergiebt.

Ist ABD, Fig. 98., der Theilring, an dessen rechter Seite das Fernrohr sitzen mag, so hat dasselbe, wenn man nach dem linken Winkelpunkte P visiert, die Lage AP und beim Visieren nach dem rechten Winkelpunkte Q die Lage BQ, mithin dreht sich dasselbe um den Winkel PEQ, der bekanntlich dem Centriwinkel ACB gleich ist, während PCQ eigentlich der zu meßende Winkel sein wird. Nun ist aber, wenn man
$PCQ = c$, $ACB = \gamma$ setzt,

$$c + 90^0 - Q = 90^0 - P + \gamma,$$

mithin $c = \gamma + Q - P. = \gamma - (P - Q)$.

Hieraus folgt aber, daß nur dann $c = \gamma$ sein wird, wenn $Q = P$ ist, oder die Objekte von dem Standorte gleiche Entfernung haben und der Fehler um so größer ausfallen muß, je verschiedener die Entfernung der Objekte P und Q ist.

Setzt man die Entfernung des Mittelpunktes des Theilringes vom Fernrohr $= r$, $CQ = q$, $CP = p$ und berücksichtigt, daß die Winkel P und Q immer nur sehr klein sein werden, also dieselben ihren Sinus proportional gesetzt werden dürfen, so ist

$$c = \gamma - \left(\frac{r}{p} - \frac{r}{q}\right).$$

Da nun ferner ein Bogen von 206264,8 Sekunden die Länge des Halbmeßers 1 hat, so ist in Sekunden ausgedrückt:

$$c = \gamma - 206264{,}8 \left(\frac{r}{p} - \frac{r}{q}\right).$$

Setzt man z. B. $r = 5\,dd''$ $q = 20^0 = 3840\,dd''$,
$q = 30^0 = 5760\,dd''$, so ist

$$c = \gamma - 206264{,}8 \left(\frac{5}{3840} - \frac{5}{5760}\right),$$

$$= \gamma - 206264{,}8 \,\frac{1}{2304} = \gamma - 82 \text{ Sekunden.}$$

Bei jener Voraussetzung begeht man also in der Bestimmung des Winkels PCQ einen Fehler von 82 Sekunden, woraus sich aber ergiebt, daß in den meisten Fällen der aus der Excentricität des Fernrohrs entstehende Fehler weit geringer sein

wird, als die Genauigkeit, mit welcher mittelst der Boussole die Winkel abgelesen werden können (IV. §. 64.).

VII. Prüfung und Rektifikation des Theodolithen.

§. 29.

Auch hier ist zunächst 1) das Stativ mit den darauf befestigten Vorrichtungen nach den §§. 12. — 14. zu prüfen und zu berichtigen. Nächstdem erfolgt

2. Die Prüfung und Rektifikation der Aufsatz- und Hängelibelle und der horizontalen Lage der Drehungsachse des Fernrohrs.

Wenngleich einige Theodolithen auf der Mitte des Alhidadenkreises eine Dosenlibelle enthalten, wonach jener nebst dem Horizontalkreise horizontal gestellt wird, so erfordert doch eine sichere Horizontalstellung der Drehungsachse des Hauptfernrohrs, so wie des Horizontalkreises eine Aufsatz- oder Hängelibelle.

Um die erstere zu prüfen, setzt man sie auf die cylindrischen Zapfen der Drehungsachse des Fernrohrs, dreht die Alhidade so weit herum, bis die Libelle in eine mit zwei Stellschrauben des Dreifußes parallele Lage kommt und bringt die Luftblase durch die Stellschrauben zum Einspielen. Stellt man nun die Alhidade fest, setzt die Libelle um und es zeigt sich eine Abweichung der Luftblase, so bringe man dieselbe durch die eine der Stellschrauben auf die Hälfte der gefundenen Differenz zurück und berichtige die andere Hälfte durch die Korrektionsschraube a und b Fig. 27. (IV. §. 6.). Dieß Verfahren wird so oft wiederholt, bis sich keine Differenz mehr zeigt. Auf dieselbe Weise prüft und berichtigt man die Hängelibelle. Zugleich erprobt sich auch dadurch, ob die beiden Achsenlager gleiche Höhe haben, also die Drehungsachse des Fernrohrs eine horizontale Lage hat. Dreht man nämlich nun die Alhidade um 180° und kommt dabei die Luftblase aus ihrem vorigen Stande, so haben die Achsenlager ungleiche Höhe. Man verbeßert dann die Hälfte der Abweichung wieder an der einen der Stellschrauben des Dreifußes, die andere Hälfte aber an den Korrektionsschrauben d und e, Fig. 65. (IV. §. 45. 3.). Durch das wiederholte Umdrehen der Alhidade, das Umsetzen der Libelle und das etwaige

Berichtigen wird endlich die Luftblase ihren Stand nicht verlaßen. In diesem Falle ist also die Libelle rektificiert und zugleich hat die Drehungsachse des Fernrohrs eine horizontale Lage. Es wird daher der mit der Drehungsachse verbundene Höhenkreis eine vertikale Lage haben, indem dem Künstler beim Abdrehen des Kreises auf der Drehbank sichere Mittel, z. B. durch den Fühlhebel, zu Gebote stehen, um die rechtwinklichte Lage des Kreises gegen die Achse zu prüfen.

§. 30.

3. Prüfung und Rektifikation der winkelrechten Lage der optischen Achse des Fernrohrs gegen seine Drehungsachse und der Bewegung der ersteren in einer Vertikalebene.

Die erste Prüfung und Berichtigung wird wie im §. 15. 2. vorgenommen. Obgleich die Prüfung der Bewegung der Visierlinie des Fernrohrs in einer Vertikalebene dann nach dem vorigen §. unnöthig ist, so kann man doch die Prüfung nach §. 16. vornehmen. Aus diesem Grunde findet sich aber an dem Fuße der Träger auch keine Korrektionsvorrichtung, wie sie bei der Kippregel des Meßtisches nothwendig war.

§. 31.

4. Prüfung und Berichtigung der vertikalen Stellung der Alhidadenachse bei horizontaler Lage der Drehungsachse des Fernrohrs.

Da die Meßung eines Horizontalwinkels die völlige Horizontalität des Horizontalkreises und der Alhidade voraussetzt, dann aber, wie im vorigen §. beim Höhenkreise angegeben ist, angenommen werden kann, daß der Centralzapfen der Alhidade eine vertikale Stellung hat, so ist diese Prüfung vor jeder Winkelmeßung ein unerläßliches Erfordernis. Man stellt die Libelle auf die Fernrohrachse, bringt diese, wie im §. 29., in eine mit zwei Stellschrauben parallele Linie, stellt durch diese ein und verbeßert bei der jedesmaligen Umdrehung der Alhidade um 180° an der einen Stellschraube so lange, bis die Luftblase in beiden Lagen der Alhidade einspielt. Darauf bringt man die Drehungsachse des Fernrohrs in eine Lage, die gegen die erste normal steht, und verfährt wie vorhin. Zeigt dann die Libelle bei allen

Richtungen der Drehungsachse immer denselben Punkt, so ist der Centralzapfen der Alhidade vertikal.

5. Prüfung des Höhenkreises in Hinsicht auf seinen Kollimationsfehler.

§. 32.

Weil man mit dem Theodolith ebensowohl Höhen- und Tiefenwinkel, als auch Zenithdistanzen bestimmt, so ist die Eintheilung des Höhenkreises, wie beim Horizontalkreise mit fortlaufenden Zahlen, von 0° an bezeichnet. Wenn nun von dem Künstler die Einrichtung getroffen wäre, daß der Durchmeßer von 0° und 180° im Horizonte läge und mit 0° der Inder des einen Nonius zusammenfiele, so würde wieder beim Visiren auf ein Höhenobjekt der Inder unmittelbar den entsprechenden Höhenwinkel angeben. Da aber der Künstler jene Einrichtung ohne Weiteres nicht treffen kann, es übrigens auch gleichgültig ist, wo der 0punkt der Theilung angenommen wird, so bedarf man zur Bestimmung der Höhenwinkel wieder der Größe des Kollimationsfehlers, der aber hier, wegen der abweichenden Bezeichnung der Eintheilung des Höhenkreises, auf andere Weise bestimmt wird, wie bei der Prüfung des Meßtisches angegeben wurde.

Es ist einleuchtend, daß wenn ein Fernrohr aus der ursprünglich horizontalen Lage seiner Visirlinie mittelst Durchschlagens in die entgegengesetzte Lage versetzt wird, der Kollimationsfehler bei abermaliger horizontaler Lage des Fernrohrs, hinsichtlich seiner absoluten Größe, derselbe geblieben sein und nur die entgegengesetzte Lage von der ersten haben wird.

Hierauf stützt sich nun die folgende Methode, die Größe des Kollimationsfehlers auszumittteln. Man visiere nach einem scharf markierten Höhenobjekte und lese auf dem Höhenkreise den vom Inder des einen Nonius durchlaufenen Bogen a ab. Liegt nun bei der horizontalen Lage der Visirlinie der Inder oberhalb 0°, d. h. auf der Seite von 0°, auf welcher die Bezeichnung der Eintheilung steigend fortschreitet, und ist jene Differenz $= x$, so würde der zu meßende Höhenwinkel $= a + x$ sein. Dreht man darauf die Alhidade um 180° herum, schlägt das Fernrohr durch, oder hebt es aus seinen Lagern heraus und legt es mit seinem Endzapfen in dieselben Lager so wieder ein,

daß da, wo vorher das Objektiv lag, das Okular zu liegen kommt und richtet die Visierlinie wieder auf den obigen Höhenpunkt, so daß nun der Bogen a′ abgeschnitten wird, so ist in dieser zweiten Lage der Elevationswinkel $= a - x$; da aber

$$a + x = a' - x$$

sein muß, so ergiebt sich hieraus

$$x = \frac{1}{2}(a' - a),$$

welcher Werth also zu allen gemeßenen Höhenwinkeln, die in der ersten Lage des Fernrohrs bestimmt werden, zu addieren, hingegen zu subtrahieren ist, wenn die Winkel in der zweiten Lage gemeßen werden.

§. 33.

Bestimmt man aber mit dem Theodolith Statt der Höhenwinkel die Zenithdistanzen, wobei man noch den Vortheil hat, daß man letztere nach der Repetitionsmethode meßen kann, sobald entweder das Fernrohr sich durchschlagen läßt, oder der Höhenkreis auf die in IV. §. 72. angegebene Art konstruiert ist, so kommt der Kollimationsfehler nicht in Betracht, da dann nur von der Koincidenz des Zenithpunktes mit dem Index die Rede sein kann und durch die Methode des Meßens immer das Doppelte der Zenithdistanz bestimmt wird, also der etwaige Kollimationsfehler sich aufhebt.

§. 34.

Hierauf gründet sich auch folgende zweite Methode, den Kollimationsfehler des Höhenkreises zu bestimmen, wobei aber am zweckmäßigsten Sternhöhenbestimmungen anzuwenden sind. Man richte die Visierlinie des Fernrohrs auf einen Stern zur Zeit seiner Kulmination, z. B. auf den Polarstern, und lese den Stand des Index am Höhenkreise ab. Richtet man nun unmittelbar nachher die Visierlinie auf das reflektierte Bild des Sterns in einem der in IV. §. 77. angegebenen künstlichen Horizonte, so durchläuft offenbar der Index auf dem Höhenkreise einen Bogen, welcher der doppelten Höhe des Sterns über dem Horizonte des Beobachters gleich ist, so daß demnach die Mitte des Bogens der Horizontalpunkt des Höhenkreises sein wird, wenn die erste Ablesung von dem Einfluß der astronomischen Strahlenbrechung (I. §. 18.) befreit ist, wozu der Abschnitt 11. Anleitung giebt.

Mißt man also gleichzeitig, oder am folgenden Tage um die Zeit der Kulmination die Sternhöhe aus der Bestimmung seiner Zenithdistanz, so ist der Unterschied zwischen diesem Höhenwinkel und dem auf die vorhin angegebene Weise bestimmten, dem gesuchten Kollimationsfehler gleich.

6. Prüfung des Fehlers wegen der Excentricität des Fernrohrs, wenn dasselbe nicht über dem Mittelpunkte des Horizontalkreises liegt.

§. 35.

Nach §. 28. ist, wenn das Fernrohr an der rechten Seite des Kreismittelpunktes angebracht war, und c den Winkel der Objekte, γ den auf dem Horizontalkreise abgelesenen Centriwinkel, r die Entfernung des Fernrohrs vom Mittelpunkte und p und q die Entfernungen des linken und rechten Winkelobjekts P und Q bezeichnen,

$$c = \gamma - 206264{,}8\left(\frac{r}{p} - \frac{r}{q}\right) \text{ Sekunden.}$$

Liegt nun das Fernrohr an der linken Seite des Kreises, so erhält man auf dieselbe Weise, wenn man den abgelesenen Centriwinkel $= \gamma'$ setzt

$$c = \gamma' + 206264{,}8\left(\frac{r}{p} - \frac{r}{q}\right) \text{ Sekunden.}$$

Weil demnach $c = \frac{1}{2}\,(\gamma + \gamma)'$ ist, so erhellet, daß man den zu meßenden Winkel von dem Excentricitätsfehler dadurch befreien kann, wenn man, nachdem derselbe ein Mal gemeßen ist, die Alhidade um 180° dreht, dafür aber das Fernrohr durchschlägt, den Winkel zum zweiten Male mißt und von beiden Resultaten das arithmetische Mittel nimmt.

§. 36.

Außer den im Vorhergehenden angegebenen Fehlern, die theils durch besondere Vorrichtungen verbeßert, theils ihrer Größe nach nur bestimmt und dadurch in Rechnung gebracht werden können, sind auch noch einige andere zu beachten, die zwar auch durch gewisse Prüfungen erkannt werden können, deren Größen-

bestimmung aber zum Theil von der Kenntnis gewisser Data abhängt, die durch das Werkzeug nicht immer mit der erforderlichen Schärfe zu bestimmen sind und dann mehr nach Gutdünken angenommen werden. Zu diesen Fehlern gehört:

1) der Excentricitätsfehler, welcher sich zeigt, wenn die Alhidadenachse des Horizontalkreises oder die Achse des Nonienkreises beim Vertikalkreise nicht mit dem Mittelpunkte des eingetheilten Kreisrandes zusammenfällt. Bringt man den Index des einen Nonius auf den Nullpunkt der Eintheilung des Limbus, so muß der Index des diametral gegenüberliegenden Nonius genau auf 180° stehen. Zeigt sich aber eine Differenz, die bei einer allmäligen Viertelumdrehung der Alhidade von Grad zu Grad entweder gleichmäßig zu- oder eben so abnimmt, so ist ein Excentricitätsfehler vorhanden. Bei einem unregelmäßigen Zu- und Abnehmen der Unterschiede liegt demselben eine unrichtige Eintheilung des Limbus zum Grunde. Durch mehrere Nonien und die Anwendung der Repetitionsmethode beim Winkelmeßen laßen sich aber beide Fehler bis zu jedem beliebigen Grade der Kleinheit vermindern.

2) Der Fehler, welcher aus der nicht vorhandenen Horizontalität des Horizontalkreises oder der fehlenden Vertikalität des Höhenkreises entsteht. Für den Horizontalwinkel ist zwar von manchen Schriftstellern die Größe des dadurch entstehenden Fehlers durch Hülfe der sphärischen Trigonometrie bestimmt;*) allein dem dafür abgeleiteten Ausdrucke liegen Data zum Grunde, die sich nicht immer mit völliger Schärfe angeben laßen, wohin z. B. der Neigungswinkel des Kreises gegen die Horizontalebene, die Entfernung des Nullpunktes des Limbus von dem einen Endpunkte des Durchmeßers, in welchem sich beide Ebenen schneiden, gehören. Deshalb läßt sich auch die Größe des Fehlers bei Winkelbestimmungen nicht mit völliger Bestimmtheit ausmitteln. Da aber der Künstler durch mechanische Vorrichtungen, z. B. den Fühlhebel, jetzt in den Stand gesetzt wird, mit großer Genauigkeit zu prüfen, ob die Kreisebene normal gegen ihre Drehungsachse steht, so wird beim Gebrauche des Theodolithen besonders darauf zu achten sein, daß mit aller möglichen Schärfe

*) Mayer's praktische Geometrie II. Umpfenbach's praktische Geometrie I. Frankfurt 1834.

ebenfalls derselbe Unterschied beider Ablesungen dem gesuchten Kollimationsfehler gleich.

§. 23.

Bei einigen Kippregeln sitzt der Höhenkreis zur Verbeßerung des Kollimationsfehlers an einer Hülse, die auf die Drehungsachse des Fernrohrs geschoben und durch eine Klemmschraube festgestellt wird. Dann ist durch Verschiebung des Kreises die Verbeßerung des Fehlers möglich. Auch richtet man wohl den Nonius zu einer seitlichen Verschiebung ein, indem z. B. seine Platte, auf die er geschraubt ist, durch zwei kleine Stellschräubchen befestigt wird, deren Löcher, durch welche sie gehen, nicht kreisrund sondern oval sind und deshalb eine geringe Verschiebung der Platte gestatten. Indessen ist eine Verbeßerung des Kollimationsfehlers nicht nothwendig, sondern schon die Kenntnis seiner Größe hinreichend, um sie bei jeder Winkelmeßung in Rechnung bringen zu können.

VI. Prüfung und Rektifikation der Boussole.

§. 24.

Diese betrifft:

1. **Die Prüfung und Rektifikation des festen Standes des Stativs und der Vorrichtungen zur Horizontalstellung und Achsendrehung** nach §§. 12. — 14.

2. **Die Prüfung und Berichtigung der Dosenlibelle** nach §§. 4. und 5.

3. **Die Prüfung und Rektifikation der Kippregel der Boussole** nach den §§. 15. und 16.

Außerdem ist aber noch zu untersuchen, ob die optische Achse des Fernrohrs parallel mit dem durch den Anfangspunkt der Theilung gehenden Durchmeßer des Theilkreises ist. Man spanne in der Richtung des Durchmeßers einen feinen Faden auf der Oberfläche der Büchse aus und drehe die Boussole horizontal herum, bis ein entferntes Objekt in seiner Richtung gesehen wird; dann muß die optische Achse des Fernrohrs ebenfalls auf daßelbe gerichtet sein. Zeigt sich eine Abweichung, so kann man die Größe dieses Fehlers

ablesen und bei der Bestimmung der Abweichungswinkel in Rechnung bringen, da derselbe nur dann zu verbeßern ist, wenn der Theilring der Boussole in seiner Büchse eine Drehung gestattet, welche Einrichtung aber nur der Markscheider-Kompaß zu besitzen pflegt.

4. **Die Prüfung und Rektifikation des rechtwinklichten Standes der Boussolenplatte gegen den Centralzapfen** nach §. 20.

§. 25.

5. Prüfung der Magnetnadel.

In dieser Hinsicht ist zu untersuchen: a) ob die Magnetnadel nach beiden Polen zu gleiche Schwere besitzt und die Enden der Inderlinie mit dem Aufhängepunkte des Stifts in gerader Linie liegen und b) ob die Nadel die erforderliche magnetische Kraft hat und die Oscillationen derselben in gehöriger Art Statt finden.

1. Man stelle die Boussole nach der auf die Glasplatte gesetzten Dosenlibelle horizontal, so müßen die beiden Pole der Nadel mit dem Theilringe in derselben Ebene liegen und auch gleiche Winkel abschneiden. Bewegt sich aber der eine Pol über der Theilungsebene, so kann man an seine Unterfläche etwas Wachs kleben, bis die Abweichung gehoben ist. Ist aber diese ein für alle Mal verbeßert, so kann die Horizontalstellung des Theilkreises schon durch die Stellschrauben der Horizontalstellungsvorrichtung allein ohne Zuziehung der Libelle geschehen. Da es aber bei der Anwendung der Boussole immer Princip sein muß, nur die Abweichungswinkel der Winkelschenkelebenen von magnetischem Meridiane zu bestimmen und auch nur diese mit dem nämlichen Werkzeuge nicht aber mit dem Transporteure auf dem Papiere zu verzeichnen, so bedarf auch eine gefundene Excentricität keiner Verbeßerung, sondern es bedarf nur der Anwendung der Regel, immer mit demselben Pole der Nadel, gewöhnlich dem Nordpole, die Abweichungswinkel auf dem Felde abzulesen und auf dem Papiere zu verzeichnen (zuzulegen). Deshalb muß aber auch die Zulegeplatte auf dem Papiere dieselbe Stellung gegen die zu bestimmenden Projektionen der Objekte haben, welche sie auf dem Felde gegen diese hatte. Gewöhnlich ist das mit Nord oder 0° bezeichnete Ende dem Objekte zugekehrt.

A. Prüfung und Berichtigung des Sextanten und des katadioptrischen Spiegellineals.

IV. §§. 76. — 78. Figg. 78. und 79.

1. Prüfung des Parallelismus der Glasebenen der Spiegel.

§. 39.

Diese Prüfung wird am leichtesten des Abends vorgenommen, indem man auf jeden Spiegel das Licht eines hellen Sterns unter einem schiefen Winkel fallen läßt. Zeigt sich dann ein doppeltes Bild, so sind die Ebenen nicht parallel und die Spiegel unbrauchbar.

2. Prüfung und Rektifikation der normalen Stellung der Spiegel gegen die Werkzeugsebene.

§. 40.

1. Beim großen beweglichen Spiegel geschieht die Prüfung durch Hülfe zweier kleiner Dioptern A und B, Fig. 99., die aus zwei rechtwinklicht verbundenen Metallplatten a und b, c und d bestehen und von welchen der ausgespannte Horizontalfaden c des einen Diopters B genau in derselben Höhe angebracht ist, in welcher das Loch a des anderen A sich findet. Man setzt nun das Werkzeug horizontal hin, stellt A etwa bei 120° und bewegt die Alhidade so weit auf dem Limbus fort, bis man im Spiegel das Bild des Lochs a sieht. Dann stellt man zwischen A und den Spiegel das Diopter B dicht vor denselben, so muß beim Hindurchsehen durch a der Faden c genau dessen Bild im Spiegel decken. Ein etwa vorhandener Fehler wird durch die am Fuße des Spiegels befindlichen Korrektionsschrauben c, c, c, verbeßert.

Noch einfacher kann die Prüfung dadurch vorgenommen werden, daß man die Alhidade bis auf ungefähr 60° stellt, darauf den Sextanten horizontal hält, den Limbus von sich abgekehrt, und nun schräg gegen den Spiegel sieht. Liegt dann das Bild des Limbus mit diesem selbst in einer und derselben Ebene, so hat der Spiegel die normale Stellung.

2. Beim kleinen Spiegel geschieht nun die Prüfung dadurch, daß man von einem scharf begränzten Objekte, z. B. von der Kante eines Daches oder Schornsteins das dioptrische und katoptrische Bild zur Berührung bringt. Läßt sich diese genau bewerkstelligen, so hat der Spiegel die richtige Stellung; im Gegentheile geschieht die Berichtigung durch die Korrektionsschrauben γ, γ.

3. Prüfung der parallelen Lage der Achse des Fernrohrs mit der Ebene des Sextanten.

§. 41.

1. Man setze neben das Fernrohr das im vorigen §. erwähnte Okulardiopter A, neben den kleinen Spiegel das Objektivdiopter B, so daß eine durch die Mitte der Dioptern gedachte Linie dem Fernrohre nach dem Augenmaße parallel ist. Man visiere nun nach einem entfernten scharf begränzten Punkte durch beide Diopteru; sieht man dann denselben auch mitten im Fernrohre, so ist seine Achse der Sextantenebene parallel. Eine Abweichung kann nur von dem Künstler verbeßert werden.

2. Enthält das Fadennetz des Fernrohrs zwei parallele, von dem Mittelpunkte gleich weit abstehende Fäden, so ist folgende Prüfung der vorigen vorzuziehen. Man dreht die Okularröhre so weit herum, daß die Fäden mit der Sextantenebene nach dem Augenmaße parallel sind, wählt die Sonne und den Mond, oder den Mond und einen Stern, oder zwei Sterne als Objekte und bringt beide an dem Faden, welcher der Sextantenebene zunächst liegt, zur Berührung. Indem man nun durch die Mikrometerschraube die Stellung des Werkzeugs ändert, läßt man die Bilder derselben Objekte auch an dem anderen Faden erscheinen. Bleibt dann die Berührung der Bilder vollkommen, so hat die optische Achse des Fernrohrs die erforderliche Lage. Trennen sich aber an dem zweiten Faden die Ränder der Bilder, so ist das Objektivende des Fernrohrs gegen die Werkzeugsebene geneigt; bei einem Decken der Bilder ist umgekehrt das Objektivende mehr abwärts gekehrt, als das Okularende. Damit der Fehler leichter entdeckt werden kann, müßen die Objekte wenigstens um 90° von einander abstehen.

4. Bestimmung der Größe des Kollimationsfehlers.

§. 42.

Aus demselben Grunde, weshalb bei den Vertikalwinkelbestimmungen der Horizontal- oder Zenithalpunkt mit dem Inder des einen Nonius koincidieren mußte, um den von dem Inder auf dem Limbus abgeschnittenen Bogen als Höhenwinkel oder als Zenithdistanz ablesen zu können, müßen auch bei den Spiegelwerkzeugen für ein gegebenes Objekt beide Spiegel einander parallel sein, wenn der Inder des Nonius auf 0 steht, weil nur dann das dioptrische Bild desselben von dem katoptrischen gedeckt werden kann, oder doch beide in einer durch den kleinen Spiegel gedachten Vertikallinie über einander liegen können, um in das Auge des Beobachters zu gelangen. Man wählt hierzu ein sehr entferntes Objekt, z. B. die Sonne, oder den Mond, oder auch ein terrestrisches, was aber wenigstens 5000 Fuß von dem Beobachter entfernt sein muß, damit die Entfernung keine Parallachse verursache (§. 44.). Man richtet nämlich, nachdem man vorläufig den Inder auf den Nullpunkt gebracht hat, den kleinen Spiegel gegen das gewählte Objekt, dreht die Alhidade soweit herum, bis dasselbe Objekt im Spiegel durch Reflexion erscheint und bringt nun durch Drehung des kleinen Spiegels mittelst der unter der Sextantenebene befindlichen Schraube die Bilder zur völligen Deckung. Dann ist für das genommene Objekt der Kollimationsfehler = 0. Es ist aber klar, daß für verschieden entfernte Objekte, wenn einmal die beiden Spiegel parallel gestellt sind, der Inder des Nonius nicht mehr mit dem Nullpunkte zusammenfallen kann, der Kollimationsfehler also dann eine bestimmte Größe haben und daher bei der Bestimmung der Winkel in Rechnung gebracht werden muß. Fällt nämlich der Inder vor d. h. links von 0, wenn man vom Mittelpunkte aus die von Links nach Rechts gehende Eintheilung betrachtet, so muß der abzulesende Winkel als additiv, dagegen als subtraktiv betrachtet werden, wenn er hinter 0, also in der Eintheilung liegt. Ist also nach der Sonne oder dem Monde die Richtung der Spiegel bestimmt, so wird für alle irdischen Gegenstände der Inderfehler additiv sein.

Bei dem katadioptrischen Spiegellineal (IV. §. 78.), auch

bei manchen Dosensextanten läßt sich der Kollimationsfehler durch eine vor dem kleinen Spiegel liegende Schraube (N, Fig. 79.) für jede beliebige Entfernung verbeßern.

5. Prüfung des Parallelismus der Blendgläser.

§. 43.

Haben die Blendgläser keine parallele Ebenen, so werden auch die auffallenden Lichtstrahlen nicht parallel denen auf der andern Seite durchgehenden sein und daher einen Fehler in die Beobachtung bringen. Man findet denselben, wenn man den Kollimationsfehler zuerst für die Sonne oder den Mond ohne Blendgläser, sondern nur durch ein vor das Fernrohr gehaltenes Blendglas mißt, sodann denselben mit den Blendgläsern bestimmt und die Größe der Verschiedenheit abliest und bei Winkelbestimmungen in Rechnung bringt. Das einfachste Verfahren wird aber sein, wenn man den Kollimationsfehler mit denselben Gläsern bestimmt, mit welchen man die Winkelmeßung ausführt, weil dann der etwaige Fehler der Gläser damit zusammenfällt.

6. Bestimmung der Parallachse des Sextanten.

§. 44.

Ist A, Fig. 100, der Mittelpunkt der Drehung der Alhidade, O der Scheitelpunkt des zu meßenden Winkels POQ, so mißt man durch Ablesung auf dem Limbus nicht diesen Winkel, sondern PAQ. Da aber POQ = PAQ — APO ist, so bestimmt man den gesuchten Winkel um APO zu groß, welchen Winkel man die Parallachse des Sextanten zu nennen pflegt und der offenbar von den Linien AB und BP abhängt. Setzt man AB = a, BP = e und den parallaktischen Winkel = P, so ist

$$\text{tang. } P = \frac{a}{e},$$

nach welcher Formel leicht Tafeln für die Parallachse sich berechnen laßen. Für a = 2d″ ist

für e =	50 Ruthen	die Parallachse	68 Sekunden,
„ e =	60 „	„ „	57 „
„ e =	70 „	„ „	49 „
„ e =	80 „	„ „	43 „

für e =	90 Ruthen die Parallachse	38	Sekunden,
„ e =	100 „ „ „	34	„
„ e =	150 „ „ „	23	„
„ e =	200 „ „ „	17	„
„ e =	300 „ „ „	12	„
„ e =	400 „ „ „	9	„
„ e =	500 „ „ „	7	„
„ e =	1000 „ „ „	3	„

B. Prüfung und Berichtigung der Reflexionskreise.
IV. §§. 79. — 84. Figg. 81. — 83.

§. 45.

1. Die Prüfung des Parallelismus der Glasspiegel wird nur auf den Mayer-Borda'schen Spiegelkreis und den in IV. §. 81. beschriebenen Reflexionskreis seine Anwendung finden und wie im §. 39. vorgenommen.

2. Auch die Prüfung der normalen Stellung der Spiegel gegen die Ebene des Reflexionskreises findet in der Art, wie sie im §. 40. angegeben ist, nur auf die in IV. §§. 80. und 81. beschriebenen Kreise Statt. Für den Steinheil'schen Prismenkreis kann man zur Berichtigung der parallelen Lage der Drehungsachse der Prismen gegen die Hauptachse des Werkzeugs das von Bessel *) angegebene Verfahren anwenden. Um das Kreisprisma zu berichtigen, schraubt man die Büchse des Alhidadenprisma's so wie auch die bogenförmige Blendung der Hypotenuse des Kreisprisma's ab, wählt einen deutlichen Gegenstand, richtet das Fernrohr etwa 90° rechts oder links von dem Gegenstande und bringt das Bild des Objekts von der einen brechenden Kathetenebene des Kreisprisma's auf das Fadenkreuz des Fernrohrs. Nun dreht man den Kreis, bis das Bild desselben Objekts von der anderen brechenden Ebene in's Fernrohr gelangt. Erscheint dann dasselbe ebenfalls am Fadenkreuze, so ist die Neigung der brechenden Ebenen gegen die Drehungsachse gleich groß; im Gegentheil muß man die Stellung des Prisma's durch die angebrachten Korrektionsschrauben so weit verändern. Dasselbe Verfahren wendet man nun noch mit der Hypotenusen-

*) Schumacher's astronomische Nachrichten XI. Nro. 255.

ebene an, indem man sowohl das von der äußeren Seite weniger vollständig entstandene, als auch das an der inneren Seite, der eigentlich spiegelnden Ebene erzeugte Bild an das Fadenkreuz des Fernrohrs bringt und eine etwa gefundene Abweichung wie vorhin berichtigt.

Darauf befestigt man das Alhidadenprisma wieder auf der Alhidade, bringt die brechenden Winkel der Prismen und zugleich die von den beiden brechenden Ebenen und der Hypotenusenebene entstandenen Bilder zusammen. Die Berichtigung geschieht durch die zum Alhidadenprisma gehörigen Korrektionsschrauben.

Um sich von der dauernden Berichtigung des Kreisprisma's, ohne das Alhidadenprisma abzunehmen, zu überzeugen, so untersuche man, ob durch Drehung des Kreises die von den brechenden Ebenen und der spiegelnden Ebene entstandenen Bilder eines etwa 90° von der Gesichtslinie liegenden Gegenstandes an das Fadenkreuz gebracht werden können.

Bei dem Reflexionskreise mit dem Stahlspiegel kann man sich zur Prüfung des normalen Standes des Spiegels gegen die Kreisebene des im §. 40. angegebenen Verfahrens bedienen. Die Berichtigung geschieht hier durch die Korrektionsschrauben k, k (Fig. 82.).

3. Die Prüfung der parallelen Lage der optischen Achse des Fernrohrs mit der Kreisebene wird nach §. 41. vorgenommen.

4. Endlich geschieht auch die Bestimmung der Größe des Kollimationsfehlers nach §. 42., nur der in IV. §. 82. beschriebene Reflexionsapparat bedarf seiner Natur nach dieser Bestimmung nicht.

Drittes Kapitel.

Prüfung und Rektifikation der Nivellierwerkzeuge.

I. Prüfung und Rektifikation der Niveaux mit einem Lothe.

§. 46.

Ueber die Prüfung und Rektifikation der Setzwage, des Klitometers und der Markscheiderwage ist das Nöthige schon in den §§. 3. und 6. angegeben.

Über die Prüfung des zur Setzwage gehörigen Richtscheits ist zu bemerken, daß die schmäleren Seitenebenen desselben, auf welche der Fuß der Wage gesetzt wird, nicht allein eben, sondern auch parallel sein müßen. Ersteres prüft man leicht durch Anlegung eines richtigen Lineals; das letztere dadurch, daß man das Richtscheit mittelst der Setzwage horizontal stellt, dann die Enden verwechselt und untersucht, ob auch in der zweiten Lage das Richtscheit horizontal geblieben ist. Eine Berichtigung kann nur durch Nachhobeln geschehen.

Prüfung und Berichtigung der Wellwage.

IV. §. 86. Fig. 84.

§. 47.

Man stelle die Wage in einem Punkte A auf, visiere nach den in den Endpunkten einer geraden Linie BC, deren Mitte etwa A ist, aufgestellten Nivellierlatten, indem man bei dem Visieren nach dem zweiten Endpunkte die Wage umhängt, so ist der Unterschied in den Zielscheibenhöhen das Gefälle von B bis C. Stellt man sich nun mit der Wage in B auf, mißt auf der einen Latte die Höhe der Visierlinie der Wage und stellt auf der in C errichteten Latte die Zielscheibe auf eine Höhe, welche dem Unterschiede der abgenommenen Visierlinienhöhe und dem gefundenen Gefälle gleich ist, so muß die Visierlinie der Wage auf diesen Punkt treffen.

Eine Berichtigung der Wage bei einer etwaigen Abweichung kann nur durch Veränderung der Dioptern oder durch Verschiebung der Kugel F erfolgen.

II. Prüfung der Niveaux mit tropfbaren Flüßigkeiten.

IV. §§. 88. 89. Figg. 86. u. 87.

§. 48.

Von den beiden in IV. §§. 88. und 89. beschriebenen Niveaux bedarf nur die Quecksilberwage einer Prüfung, da in der Kanalwage, wenn ihre Glascylinder nur einen gehörig großen und gleichen Durchmeßer haben, durch die Oberfläche des Waßers die scheinbare Horizontallinie bestimmt wird, und die Quecksilberwage auch nur insofern, als man untersucht, ob die Diopteren in

gleicher Höhe auf dem Quecksilber schwimmen. Man stelle das Niveau in dem Endpunkte A einer Linie AB auf, visiere nach der in B errichteten Nivellierlatte und laße nach der Visierlinie die Zielscheibe einstellen. Setzt man nun die Schwimmer in umgekehrter Ordnung wieder auf das Quecksilber, so muß auch diese zweite Visierlinie auf den markierten Punkt gerichtet sein. Eine etwa erforderliche Berichtigung kann nur von dem Künstler vorgenommen werden.

III. Prüfung und Rektifikation der Niveaux mit Libellen.

IV. §§. 90. — 97. Figg. 88. — 93.

§. 49.

Die Prüfung der Libellenniveaux zerfällt in drei Untersuchungen:

1. in die Prüfung, ob die Visierlinie des Fernrohrs genau mit der Umdrehungsachse desselben zusammenfällt, falls dasselbe, wie es immer geschehen sollte, mit den Trägern nicht fest verbunden ist; ob das Fadenkreuz genau in der Ebene liegt, in welcher das optische Bild des Gegenstandes sich befindet und ob der Horizontalfaden desselben eine horizontale Lage hat.

2. Ob die Sehne der Libelle (IV. §. 7.) der optischen Achse des Fernrohrs parallel ist. Außerdem ist auch noch zu prüfen, ob die Libelle die erforderliche Empfindlichkeit besitzt.

3. Ob die optische Achse des Fernrohrs gegen die Vertikaldrehungsachse des Werkzeugs eine winkelrechte Stellung hat.

Die verschiedenen Principe, nach welchen die Künstler die Konstruktion der Nivellierwerkzeuge ausgeführt haben, erfordern in einzelnen Fällen auch eine verschiedene Methode der Prüfung, von denen die wichtigsten und in der Praxis am anwendbarsten im Nachfolgenden angegeben werden sollen, wobei aber zunächst auf die nach Reichenbachscher Art konstruierten Niveaux (IV. §. 91.) Rücksicht genommen werden soll.

1. Prüfung und Berichtigung der Visierlinie des Fernrohrs.

§. 50.

Daß die Linsengläser des Fernrohrs von dem Künstler bereits richtig centriert sind (I. §. 46.), muß hier angenommen werden.

Über die Centrierung des Fernrohrs und über die Untersuchung, ob der Durchschnitt der Kreuzfäden genau in der Ebene liegt, in welcher das optische Bild des Gegenstandes sich befindet, ist bereits in I. §. 47. das Nöthige gesagt; es mag hier nur noch bemerkt werden, daß die Prüfung, ob die optische Achse des Fernrohrs mit der Umdrehungsachse desselben zusammenfällt, bei den Nivellierwerkzeugen immer sicher auszuführen ist, wenn das Fernrohr mit seinen Metallringen in den Lagern allmählich herumgedreht wird; über die Verbeßerung eines etwa sich zeigenden Fehlers ist I. §. 47 zu vergleichen.

Ist das Fernrohr zugleich zum Distanzmeßen eingerichtet und namentlich mit verschiebbaren Fäden (IV. §. 18.) versehen, so ist die Korrektion der Visierlinie durch die seitwärts sitzenden Korrektionsschräubchen b, b (Fig. 15. I. §. 47.) unthunlich; auch fehlen in diesem Falle meistens jene Schräubchen; die Rektifikation geschieht dann durch die in IV. §. 93. (Fig. 89.) angegebenen Korrektionsschrauben n, welche in dem Rande des Deckels A angebracht sind und gegen die Objektivröhre treten.

Über die Prüfung endlich, ob der Horizontalfaden des Fadennetzes eine horizontale Lage hat, vergleiche man §. 11.

2. Prüfung des Parallelismus der Sehne der Libelle mit der optischen Achse des Fernrohrs.

§. 51.

1. Ob die Libelle die erforderliche Empfindlichkeit habe, untersucht man, wenn man das Fernrohr in die Richtung der einen Stellschraube des Dreifußes bringt, die Luftblase der Libelle mit der Stellschraube einstellt und nach einem entfernten Punkte, z. B. der eingestellten Zielscheibe einer Nivellierlatte visiert. Verstellt man nun die Stellschraube etwas und

bringt die Luftblase abermals zum Einspielen, so muß der gewählte Visierpunkt vom Durchschnitt der Kreuzfäden wieder genau getroffen werden. Nachdem dies Verfahren mehrere Male wiederholt und der Erfolg derselbe geblieben ist, kann man der Libelle die nöthige Empfindlichkeit beilegen. Bei einem beständigen Hin- und Herschwanken der Luftblase nach dem Einstellen auf einen Punkt ist die Empfindlichkeit der Libelle zu groß; diese nützt nicht, sondern wirkt störend auf das Fördern der Arbeit.

2. Hinsichtlich der oben genannten Prüfung sind zwei Methoden in Rücksicht auf die verschiedene Konstruktion des Werkzeuges anzuwenden.

a. Läßt sich nämlich das Fernrohr umlegen, so stelle man das Werkzeug so auf, daß die durch die Träger gedachte Vertikalebene durch die eine Stellschraube der Horizontalstellungsvorrichtung geht. Mit dieser bringe man nun die Libelle zum Einspielen, nehme das Fernrohr mit der Libelle, wenn diese etwa nur aufgesetzt wäre, aus seinen Lagern und lege es in umgekehrter Richtung wieder ein, wobei nur darauf zu achten ist, daß es auf gehörige Art eingelegt wird, also der in IV. §. 91. erwähnte Zapfen in den Einschnitt kommt. Verändert nun die Luftblase ihre Stelle, so kann die Visierlinie des Fernrohrs der Sehne der Libelle nicht parallel, also auch nicht horizontal sein. Da aber der Winkel, den die Visierlinie mit der gedachten Horizontale bildet, beim Umlegen des Fernrohrs auf die entgegengesetzte Seite der Horizontallinie zu liegen kommt, also der Fehler doppelt sich zeigt, so verbeßre man die Hälfte an der erwähnten Stellschraube, die andere Hälfte aber an der Korrektionsvorrichtung der Libelle O, Fig. 88. (IV. §. 91.)

Es versteht sich von selbst, daß dies Verfahren so lange wiederholt wird, bis keine Abweichung mehr sich zeigt.

b. Läßt sich das Fernrohr aber nicht umlegen, so meße man in einer Ebene eine Länge von etwa 20 Ruthen ab, nehme diese aber zugleich so an, daß die Linie über den einen Endpunkt um eben so viel verlängert werden kann. Man stelle sich nun mit dem Niveau in der Mitte A, Fig. 101. der gemeßenen Linie BC auf, lasse in B und C Nivellierlatten errichten und, nachdem man die Libelle zum Einspielen gebracht hat, durch Visieren nach B, durch darauf erfolgtes Umdrehen des Fernrohrs um den Centralzapfen und Visieren nach C die Zielscheiben in c

und b feststellen. Da nun auch in diesem Falle die etwaige Abweichung der Visierlinie des Fernrohrs von der Horinzontallinie, gleiche Winkel mit dieser einschließen wird, so ist cb horizontal. Man lese nun die Zielhöhen Bb und Cc ab. Darauf stelle man sich in dem Endpunkte D der Verlängerung der Linie BC, welche dieser gleich gemacht ist, auf, bringe die Libelle wieder zum Einspielen, visiere nach den in B und C errichteten Nivellierlatten und lese die Zielhöhe Bd und Ch ab, so wird ∂d $\neq$ ab sein. Macht man daher cf = bd, so ist auch fd horizontal und, wenn hg = hf gemacht wird, so wird auch ∂g horizontal sein. Richtet man demnach die optische Achse des Fernrohrs auf die nach g geschobene Zielscheibe, so kann man mittelst der Korrektionsschraube der Libelle, ihre Sehne der Visierlinie parallel stellen.

3. **Prüfung der rechtwinklichten Lage der optischen Achse des Fernrohrs gegen die vertikale Drehungsachse des Niveaus,**

§. 52.

Durch die übergelegten Bügel befestige man das Fernrohr in seinen Lagern, bringe dasselbe über die eine Stellschraube der Horizontalstellungsvorrichtung und stelle die Luftblase der Libelle durch jene Schraube ein. Dreht man nun das Werkzeug um 180° herum, und bleibt dabei die Luftblase an derselben Stelle, so ist in der angegebenen Lage die Visierlinie des Fernrohrs normal gegen die Drehungsachse. Eine etwa gefundene Abweichung verbeßert man zur Hälfte an der Stellschraube, zur anderen Hälfte aber an der Korrektionsschraube K, Fig. 88. (IV. §. 91.). Darauf bringe man das Werkzeug in eine Stellung, die gegen die erstere normal ist und verfahre wie vorhin. Dann muß schließlich das Niveau rund um die Achse gedreht werden können, ohne daß die Luftblase ihren Stand ändert.

§. 53.

Der im §. 51. 2. a. angegebenen Rektifikation liegt aber offenbar die Voraussetzung zum Grunde, daß beim Umlegen des Fernrohrs dessen Ringe denselben Durchmeßer haben. Ist dieß aber nicht der Fall, so wird beim Einspielen der Libelle die Visierlinie auch nicht horizontal sein. Um dieß nun zu prüfen,

stelle man sich in dem einen Endpunkte A einer etwa 40 Ruthen langen Linie AB mit dem Niveau, in dem anderen, B, aber die Nivellierlatte auf, bringe die Libelle zum Einspielen und meße sowohl die Höhe der optischen Achse am Okularkopfe (die Instrumentenhöhe), sowie die Zielhöhe. Bezeichnet nun $\pm$ c, die wegen der Brechung der Lichtstrahlen und der Erhöhung des scheinbaren Horizonts über den wahren vorzunehmende Korrektion, von der im 11. Abschnitte ausführlicher die Rede sein wird, I die Instrumentenhöhe, z die Zielhöhe und x den in der Visierlinie vorhandenen Fehler, so wird das Gefälle zwischen A und B, wenn A tiefer als B liegt, $= I - z - x + c$ sein. Stellt man sich nur mit dem Niveau in B, mit der Zielscheibe in A auf, so muß offenbar das Gefälle zwischen B und A $= z' - I' + x - c$ sein.

Es ist daher $I - z - x + c = z' - I' + x - c$,

folglich $x = \frac{1}{2}((I + I') - (z + z')) + c$.

Vorausgesetzt, daß beim Visieren selbst kein Fehler begangen ist, wird das Werkzeug fehlerfrei sein, sobald $x = o$ ist. Zeigt aber x einen positiven Werth, so wird man die Visierlinie entweder durch das Fadenkreuz, oder durch die in IV. §. 93. angegebene Korrektionsvorrichtung (vergl. §. 59.), soviel tiefer und bei einem negativen Werthe soviel höher stellen müßen, bis $x = o$ wird.

§. 54.

Bei den Niveaux, bei welchen die Einstellung der Visierlinie nach der Libelle nicht durch die Stellschrauben des Dreifußes oder einer andern Horizontalstellungsvorrichtung, sondern durch eine eigene Elevationsschraube geschieht, wie dieß bei den in IV. §§. 93 — 97. beschriebenen Niveaux der Fall ist, hat man nur die in den §§. 49. — 51. und 53. angegebenen Prüfungen und Rektifikationen vor dem Gebrauche in Anwendung zu bringen, während die Prüfung der Bewegung der die Fernrohrträger enthaltenden Platte im Horizonte auf jedem Standpunkte vorgenommen werden muß. Dieß Geschäft erschwert auf der einen Seite das Nivellieren während auf der andern dadurch eine Erleichterung Statt findet, daß die Libelle und die Visierlinie nur durch die Elevationsschraube eingestellt zu werden braucht.

Das erste Geschäft bei allen den genannten Niveaux besteht demnach in der Prüfung und Rektifikation des Fernrohrs und

dessen Visierlinie, welche auf die mehrfach angegebene Art vorgenommen wird. Darauf ist bei den in IV. §§. 93 — 95. und 97. beschriebenen Werkzeugen die Sehne der Libelle parallel der Visierlinie zu stellen, wobei man das im §. 51. 2. a. oder b. angegebene Verfahren anwendet. Bei dem Stampfer-Starkeschen Niveau (IV. §. 96.) dagegen, bei welchem die Libelle zwischen den Fernrohrträgern angebracht ist, muß zunächst untersucht werden, ehe die eben erwähnte Prüfung und Rektifikation vorgenommen werden kann, ob die Sehne der Libelle normal zur vertikalen Umdrehungsachse steht. Zu diesem Zwecke bringt man die Libelle in die Richtung der einen Stellschraube und durch diese jene zum Einspielen. Hierauf dreht man das Werkzeug um 180°; spielt dann die Luftblase nicht mehr ein, so kann die Größe der Abweichung durch die Mikrometerschraube gemeßen, diese dann auf die Hälfte zurückgestellt und nun die Libelle mit der genannten Stellschraube eingestellt werden. Dann bringt man die Libelle in die Richtung der andern Stellschraube und wendet das eben genannte Verfahren an.

Um nun noch die optische Achse des Fernrohrs mit der Libellensehne parallel zu stellen, richtet man das Fernrohr auf die etwa in 30 — 40 Ruthen Entfernung errichtete Nivellierlatte, stellt die Libelle aber nun mit der Mikrometerschraube ein und liest den Stand der letztern ab. Darauf dreht man das Werkzeug um 180°, legt das Fernrohr in seinen Lagern um und bringt die Libelle mittelst der Mikrometerschraube wieder zum Einspielen, so muß der Durchschnitt der Kreuzfäden wieder das Zielobjekt treffen. Zeigt sich aber eine Abweichung, so wird diese durch die Mikrometerschraube gemeßen, darauf letztere auf die Hälfte zurückgestellt und die andere Hälfte durch die Korrektionsschraube der Libelle berichtigt. Auch diese Prüfung und Berichtigung ist so lange zu wiederholen, bis keine Abweichung mehr sich zeigt.

Um sich nun schließlich noch zu überzeugen, ob die um die Fernrohrhülse gelegten Ringe gleiche Durchmeßer haben, bringe man das im vorigen §. angegebene Verfahren zur Anwendung.

Dritte Abtheilung.

Die Aufnahme kleiner Erdstrecken,

oder:

Die Operationen der niedern Geodäsie.

Sechster Abschnitt.

Das Abstecken und Meßen gerader Linien; die Konstruktion der Winkelrechten und Parallelen; das Abstecken der Kreisbogen; die Theorie der Horizontalaufnahmen und die Aufnahme kleiner Fluren mittelst der im ersten Kapitel des vierten Abschnitts beschriebenen Werkzeuge.

I. Das Abstecken gerader Linien.

§. 1.

Eine gerade Linie ist zwar schon durch ihre Endpunkte bestimmt und bedarf daher insofern nur der Bezeichnung jener Endpunkte; allein da es nach §. 3. der Einleitung bei allen Horizontalaufnahmen auf die Bestimmung der Horizontalprojektion der auf dem Felde gegebenen räumlichen Größen ankommt, so wird man zum Kenntlichmachen der Linien, z. B. um den Durchschnittspunkt zweier sich schneidender Linien zu bestimmen, eine Vertikalebene, ein Alignement, durch die Linien zu legen haben. Bei einer Linie, deren Endpunkte eine bedeutende Entfernung von einander haben, oder zwischen welchen Hindernisse der Art sich finden, daß der eine aus dem andern nicht gesehen werden kann, wird man eine Vertikalebene bestimmen müßen,

welche mit dem Alignement der gegebenen Punkte zusammenfällt. Diese Bestimmungen auf dem Felde sind es, welche man das Abstecken oder Ausbaken der Linien nennt. Man bedient sich dazu der in IV. §. 1. beschriebenen Baken oder auch längerer Pfähle.

§. 2.

Im Allgemeinen wird es beim Abstecken einer Linie nur darauf ankommen, eine Bake oder ein Signal in eine solche Stellung gegen zwei schon vorhandene, künstliche oder natürliche Signale zu bringen, daß das eine durch die beiden andern gedeckt erscheint, ein Verfahren, welches nur die Anwendung des Grundgesetzes der Orthoptik (I. §. 2.) erfordert und daher auch keiner besondern Regeln bedarf, sobald bei der Bestimmung von Punkten in einer geraden Linie oder in ihrer Verlängerung wenigstens der eine ihrer Endpunkte zugänglich, der andere aber kenntlich gemacht ist.

Wenn aber die kenntlich gemachten Endpunkte einer gegebenen geraden Linie nicht zugänglich sind, oder der eine, zwischen liegender Hindernisse wegen, aus dem andern nicht gesehen werden kann, so kommt es darauf an, durch Zwischensignale zwei oder mehrere Hülfsvertikalebenen abzustecken und diese allmählich mit dem gegebenen Alignement zum Zusammenfallen zu bringen. Die Zwischensignale sind auf solche Punkte zu bringen, daß man von dem einen noch zwei derselben, oder doch eins von diesen und das in dem einen Endpunkte des gegebenen Alignements befindliche Signal sehen kann. Es wird hinreichen, hier nur die Möglichkeit von dem anzuwendenden Verfahren zu betrachten. Ist AB, Fig. 102., das gegebene Alignement, so wähle man die Punkte C und D so, daß A und C von D, so wie D und B von C sichtbar sind. Zunächst bringt nun der in C stehende Gehülfe das Signal D in das Alignement CB nach D'; darauf der Gehülfe D das Signal C in die Linie D'A nach C'. Auf dieselbe Weise wird von C' aus, D' in das Alignement C'B nach D'' gebracht u. s. f.

Dasselbe Verfahren wendet man an, wenn mehr als zwei Zwischenpunkte zu bestimmen sind. Auch die Erweiterung des Alignements AB über den einen Endpunkt hinaus kann durch ein ähnliches Verfahren ausgeführt werden, wenn die oben genannten Bedingungen zu erfüllen sind.

§. 3.

Sind aber der Hindernisse zwischen den Endpunkten eines gegebenen Alignements so viele, daß man aus keinem Zwischenpunkte einen der Endpunkte sehen kann, um das vorige Verfahren anwenden zu können, so stecke man, wenn das Terrain es gestattet, seitwärts von dem gegebenen Alignement AB, ein anderes AE ab, meße AC′, C′D′, D′E, sowie BE, welche auf AE normal stehen mag, so kann man daraus die Abstände C′F, D′G berechnen und dadurch die Punkte F, G in AB und eben so auch in der Verlängerung von AB bestimmen. Selbst dann, wenn das Terrain die Anwendung des eben genannten Verfahrens nicht gestattet, kann man durch Hülfe planimetrischer Sätze Punkte in der gegebenen Linie oder deren Verlängerung festlegen; allein in den meisten Fällen ist doch das Verfahren dazu so kompliciert, daß der Praktiker gewiß keinen Gebrauch davon machen, sondern es vorziehen wird, durch Winkelmeßung die Lage der Linie und ihrer Verlängerung zu bestimmen. Man findet übrigens Auflösungen für solche Fälle, u. A. in Crelle's Handbuch des Feldmeßens und Nivellierens, Berlin, 1826.

§. 4.

Bei sehr langen Linien, oder solchen, bei deren Absteckung es auf möglichste Genauigkeit ankommt, bedient man sich am zweckmäßigsten eines Fernrohrs, z. B. des an der Kippregel eines Meßtisches befindlichen, oder des Fernrohrs eines Theodolithen u. s. w., dessen optische Achse in die Richtung des gegebenen Alignements gebracht wird. Das Verfahren, wodurch nun Punkte festgelegt werden, bedarf aber keiner weiteren Erläuterung.

§. 5.

Beim Abstecken der Linien hat man besonders darauf zu achten, daß die angewendeten Baken möglichst lothrecht in den Boden gesteckt werden und das Auge nicht dicht hinter die Bake, sondern etwas davon entfernt und seitwärts gehalten wird, so daß man längs den Seitenflächen der Stäbe hinsieht. Das erstere ist insbesondere dann zu beobachten, wenn das Abstecken über Anhöhen oder durch hohes Gebüsch geschieht, oder die eingesetzten Baken als Signale zu Winkelbestimmungen ge-

braucht werden sollen. In letzterer Hinsicht ist zu bemerken, daß wenn das Auge dicht hinter den Stab gehalten wird, der neu einzusetzende Stab in allen Punkten des Winkels, den der Augenpunkt mit den beiden Berührungslinien bildet, welche von ihm aus an den vordern Stab gezogen werden können, diesen vordern Stab zu decken scheint. Aus diesem Grunde muß man sich beim Abstecken der Linien auch möglichst dünner Baken bedienen.

II. Unmittelbares Meßen gerader Linien.

A. Mittelst der Meßkette.

§. 6.

Nachdem die Meßkette aus einander geschlagen und mit den Kettenstäben verbunden ist, setzt der hintere Kettenzieher den Kettenstab in den Anfangspunkt der zu meßenden Linie und richtet den Stab des vorderen Kettenziehers ein, daß er in der geraden Linie liegt. Nun zieht der vordere Kettenzieher die Kette so an, daß die Mitte der Ringe in der Linie sich befinden, ohne aber die Kette zu stark anzuspannen. Bevor beide Kettenzieher in der Richtung der gegebenen Linie weiter gehen, bezeichnet der Vordermann den Endpunkt des ersten Kettenzuges durch eins der 10 Markierstäbchen. Dicht an die Spitze desselben setzt beim zweiten Zuge der hintere Kettenzieher seinen Kettenstab, zieht das Markierstäbchen aus, bewahrt es an dem Haken des Ledergürtels oder in dem Köcher auf und verfährt wie vorhin. Eben so bei den folgenden Zügen. Ist die Linie länger als 50 Ruthen, so werden am Ende dieser Länge die 10 Markierstäbchen dem vorderen Kettenzieher übergeben und es wird dann weiter wie vorhin verfahren. Schließlich werden die vom Anfangspunkte des letzten Zuges bis zum Endpunkte der zu meßenden Linie liegenden Ruthen und Zehntelruthen an den Ringen abgezählt und die Hundertstelruthen nach dem Augenmaße oder mit dem Zollstabe gemeßen. Aus der Zahl n der Markierstäbchen, welche der hintere Kettenzieher hat und deren so viele sein müßen, als dem vorderen an 10 fehlen, vermehrt um die schon früher abgegebenen m. 10, welche Summe daher mit 5 zu multiplicieren ist, und dem abgelesenen Überschuße a wird dann die Länge der Linie bestimmt und daher $= (m. 10 + n)\, 5 + a$.

§. 7.

Aufgabe. Eine in einer geneigten Ebene liegende gerade Linie auf den Horizont zu reducieren.

Man meße in A, Fig. 103., den Neigungswinkel BAC, so bestimmt sich die auf den Horizont reducierte Linie AB durch den Ausdruck

Fig. 103.

$$b = c \,.\, \cos. A.$$

Sind die Neigungswinkel sehr klein, wie das z. B. bei dem Meßen der Linien mit Meßstäben der Fall sein wird, so wird der Werth für b nicht mit der erforderlichen Schärfe bestimmt. Man sucht dann den Unterschied zwischen c und b; ist dieser = d, so erhält man

$$d = c\,(1 - \cos. A) = 2c \sin. \tfrac{1}{2} A^2,$$

welcher Werth demnach von c abzuziehen ist, um b zu erhalten.

Zum Meßen der Neigungswinkel dient der an der Kippregel des Meßtisches oder der Boussole befindliche Höhenbogen (IV. §. 56). In Ermangelung dieser Werkzeuge kann auch der Klitometer (IV. §. 9.) angewandt werden, den man auf die schmale Kante des Halbenruthenstabes setzt, nachdem man diesem die Neigung der schiefen Ebene gegeben hat. Auch kann man sich dazu einer Kippregel mit Dioptern und einem Höhenbogen bedienen, deren Lineal eine Hülse enthält, mit der sie auf ein mit einer Nuß versehenes Stockstativ gesetzt wird. Es ist dann nur erforderlich, das Lineal, oder für die erst genannten Werkzeuge das Fernrohr in eine geneigte Lage zu bringen, die der schiefen Ebene parallel ist.

§. 8.

Auf einem unebenen Boden mit vielen kleineren Erhöhungen und Vertiefungen, oder der mit niedrigem Gestripp bewachsen ist, wendet man zur Meßung der Linien mit Vortheil die in IV. §. 13. beschriebene Kette an, die ihrer größern Leichtigkeit wegen beßer gehandhabt werden kann.

Bei größeren Erhöhungen und Vertiefungen des Bodens mißt man die Längen am zweckmäßigsten staffelweise mit der halben Kettenlänge oder noch kleineren Theilen der Kette. Auch hierzu eignet sich beßer die vorhin erwähnte Kette. Noch zweckmäßiger ist es, die Meßung durch Meßstäbe von ½ oder 1

14*

Ruthe Länge auszuführen. Ein Gehülfe hält einen solchen Meßstab mit seinem einen Ende auf den ansteigenden Boden in der Richtung der zu meßenden Linie durch Hülfe der Setzwage horizontal, während vor das andere Ende ein zweiter Gehülfe einen Meßstab mit Zuziehung eines Lothes vertikal hält und dadurch auf dem Boden den Punkt kenntlich macht, woran der erste Gehülfe wieder seinen Meßstab anlegt. Auf diese Weise kann die Meßung weiter bergab und ebenso auch bergan fortgeführt und aus der Zahl der horizontal gelegten Meßstäbe u. s. w. die Länge der zu meßenden Linie bestimmt werden.

Bei größeren Unebenheiten kann man die gegebene Linie nach der Verschiedenheit ihrer Neigung auch in kleinere Sektionen theilen, die Länge jeder einzeln und zugleich den Neigungswinkel gegen den Horizont meßen, um daraus dann die Horizontalprojektion der ganzen Linie bestimmen zu können.

§. 9.

Es kann nicht die Absicht sein, hier auf die bei der Behandlung der Kette erforderlichen Handgriffe, über das Auseinanderschlagen und Zusammennehmen derselben u. s. w. aufmerksam zu machen, was sich leicht durch Aufmerksamkeit und Übung erlernt; indessen mag doch bemerkt werden, daß der Geometer bei den Kettenzügen besonders darauf zu achten hat, daß die Meßkette fortwährend gehörig ausgespannt und straff angezogen ist; keine Glieder verbogen oder Ringe überschlagen sind; der Stab des hinteren Kettenziehers von dem vorderen nicht schief gezogen werde; auf unebenem Boden die Endringe an den Kettenstäben etwas erhöht werden; daß beim staffelweisen Meßen der Stab des tieferstehenden Kettenziehers genau vertikal gehalten und die Kette nur so lang genommen werde, daß der durch ihre Schwere verursachte Bogen nicht zu sehr von der horizontalen Lage und Entfernung abweiche. In der Nichtbeachtung dieser Regeln sind besonders die Quellen der Fehler zu suchen, die bei dem weiterem Fortgange der Meßung durch Probemeßungen sich zeigen.

Soll eine gegebene Linie als Grundlage einer weiter fortgeführten Meßung dienen, so muß ihre Länge zwei bis drei Mal gemeßen und aus den erhaltenen Resultaten das arithmetische Mittel genommen werden.

B. Mittelst der Meßstangen.

§. 10.

Bei der Meßung von Linien, die einer größeren, einige Tausend Morgen enthaltenden Aufnahme zum Grunde gelegt werden sollen, z. B. bei der Meßung der Grundlinien eines trigonometrischen oder geometrischen Dreiecksnetzes, das über eine größere Feldmark, oder sich weit ausdehnende Forsten, eine kleinere Provinz u. s. w. gelegt werden soll, kann man sich der Meßkette füglich nicht mehr bedienen. Man wendet dann mit Vortheil die in IV. §. 15. beschriebenen Meßstangen an, von denen man aber wenigstens drei Stück besitzen muß, wenn auch zwei nur nach Fußen eingetheilt zu sein brauchen.

Ist die zu meßende Linie abgesteckt und der Anfang ihrer Richtung durch eine ausgespannte Meßschnur bezeichnet, so setzt man die Füße der Meßstange I. dicht an die Schnur, so daß das hintere Ende noch etwas nach Vorn vom Anfangspunkte der Linie liegt. Nachdem die Latte in eine horizontale Lage gebracht ist, stellt man sie fest und es wird nun der Arm H (Fig. 37.) so weit vorgeschoben, bis das von seinem unteren Ende herabhängende Loth die Mitte des Pflocks trifft, der den Anfangspunkt der Linie bezeichnet. Man notiert nun die Länge des ausgezogenen Armes in dem Manual. Darauf steckt man die Stange II eben so wie I auf, so daß der Arm H des hinteren Endes fast vor dem Cylinder A der Stange I steht, schiebt jenen vorsichtig durch die Schraube g aus, bis beide Cylinder sich berühren und notiert wieder die Länge des Auszuges. Auf diese Weise setzt man die Meßung fort, läßt aber die Stange I noch so lange unverändert stehen, bis III mit II zur Berührung gebracht und die Länge des Auszuges notiert ist.

Finden sich an einzelnen Stellen des Terrains bedeutendere Unebenheiten, daß die Endcylinder nicht mehr zur Berührung gebracht werden können, so muß man mit der gehörigen Vorsicht angehängte Lothe zu Hülfe nehmen.

Ist man beim Endpunkte der Linie angelangt, so muß man zuletzt die mit der Linieneintheilung versehene Stange anwenden, von einem Punkte derselben ein Loth bis zur Mitte des Pflocks

herabhängen laßen und die Entfernung des Punktes bis zum Anfangspunkte der Latte bestimmen.

Zu dieser Meßung bedarf man 4 Gehülfen, die vor der Meßung hinsichtlich des Aufstellens der Latte ꝛc. gehörig instruiert und eingeübt sind.

Man mißt nun die Länge der Linie nochmals, die aber von der zuerst gefundenen um höchstens $1/_{5000}$ der ganzen Länge abweichen darf, wenn nicht eine dritte Meßung vorgenommen werden soll, und nimmt von den erhaltenen Resultaten das arithmetische Mittel.

C. Mittelst des Distanzmeßers.

§. 11.

Man stellt sich mit dem Distanzmeßer in dem einen Endpunkte der zu meßenden Linie auf und die Latte in dem anderen. Richtet man nun den einen der äußersten Horizontalfäden, z. B. den obersten, auf den Nullpunkt der Eintheilung, von welcher angenommen werden mag, daß sie für das distanzmeßende Fernrohr entworfen ist, so wird der andere Horizontalfaden irgend einen Punkt der Eintheilung decken. Fällt dieser mit einem der Theilstriche zusammen, so erhält man dadurch schon die gesuchte Entfernung, die man durch das Fernrohr abliest. Liegt aber der erwähnte zweite Horizontalfaden zwischen zwei Theilstrichen, so stellt man zur Bestimmung der kleineren Theile mittelst der Mikrometerbewegung des Fernrohrs den unteren Horizontalfaden auf den nächstniedrigen Theilstrich der Latte, so wird der früher auf 0 stehende Faden in die unter 0 vorhandene Unterabtheilung treten, wodurch dann den ganzen Theilen die Zehntel u. s. w. zugesetzt werden können.

Wenn der untere Theil der Latte durch vorliegendes Gebüsch u. dgl. verdeckt werden sollte, so richtet man den oberen Horizontalfaden statt auf 0, etwa auf 10 oder 20; durch die seitwärts angebrachte Unterabtheilung laßen sich auf dieselbe Weise Zehntel ꝛc. der Theile der Latte ablesen.

Bei der Anwendung einer anderen Latte bleibt das Verfahren das nämliche, indeßen muß vorausgesetzt werden, daß der Distanzenmeßer für diese Latte gehörig justiert ist; beim Ablesen wird also die in IV. §. 20. erwähnte Tabelle zu berücksichtigen sein.

§. 12.

Mißt man die Entfernung gegen den Horizont geneigter Linien, so muß noch der Neigungswinkel derselben bestimmt und die abgelesene Länge mit dem Cosinus desselben multipliciert werden (§. 7.). Hierbei wird aber vorausgesetzt, daß die Latte senkrecht gegen die Visierlinie des Fernrohrs gestellt ist. Denn ist AB, Fig. 103. die nach dem Nullpunkte gehende Visierlinie und schneidet der andere Horizontalfaden auf der Latte LB das Stück BD ab, so ist dieß das Maß für AB und daher

$$AC = BD. \cos. BAC.$$

Steht aber L'B senkrecht auf dem Horizonte AC, so wird auf derselben das Stück BE abgeschnitten, während doch BD das Maß für AB ist. Da man nun ohne beträchtlichen Fehler AD normal auf BD annehmen kann, so ist LBL' = BAC und da

$$BD = BE. \cos. LBL' = BE. \cos. BAC$$

ist, so erhält man

$$AC = BE. \cos. BAC^2$$

als Ausdruck für die auf den Horizont reducierte gemeßene Entfernung.

D. Mittelst des Schalles und Abschreitens.

§. 13.

Da aus angestellten Versuchen bekannt ist, daß der Schall bei einer Temperatur von etwa 10° R. in einer Sekunde 1048 Pariser Fuß zurücklegt, so kann man durch Hülfe einer Sekunden- oder Terzien-Uhr, welche mittelst einer Feder in jedem Momente in Bewegung gesetzt, aber auch gehemmt werden kann, den Weg meßen, den der Schall durchläuft, sobald man z. B. beim Abfeuern eines Geschützes die Zeit in Terzen oder Sekunden bestimmt, welche zwischen dem Sehen des Blitzes und dem Hören des Schalles verfließt. Indem man nun auf diese Weise die Beobachtungen häuft, so kann man aus dem arithmetischen Mittel aller der Wahrheit sich nähern.

Allein die Geschwindigkeit des Schalles steht mit der Dichtigkeit und Temperatur der Atmosphäre im genauen Zusammenhange und aus vielfach angestellten Versuchen weiß man, daß wenn die Temperatur der Atmosphäre um 1° R. zunimmt, die Geschwindig-

keit des Schalls um etwa 1/400 wächst. Durch Hülfe folgender Tafel läßt sich dann die Entfernung bei verschiedener Temperatur bestimmen.

Wärme	Geschwindigkeit des Schalles	Wärme	Geschwindigkeit des Schalles	Wärme	Geschwindigkeit des Schalles
Grad R.	Par. Fuß.	Grad R.	Par. Fuß.	Grad R.	Par. Fuß.
0	1027				
1	1029	11	1053	21	1076
2	1032	12	1055	22	1079
3	1034	13	1057	23	1081
4	1037	14	1060	24	1083
5	1039	15	1062	25	1086
6	1041	16	1065	26	1088
7	1044	17	1067	27	1090
8	1046	18	1069	28	1092
9	1049	19	1072	29	1095
10	1051	20	1074	30	1097

Wenn man übrigens berücksichtigt, daß ein Fehler von 1/10 Sekunde in der Zeitbestimmung schon einen Fehler von über 100 Fuß in der Entfernung zur Folge hat, so wird man erkennen, daß man sich des Schalles zur Bestimmung der Entfernungen in der praktischen Geometrie nur dann bedienen wird, wenn man sich mit höchst oberflächlichen Resultaten begnügen kann.

Ein Mehreres über Schallmeßungen findet man in Benzenberg's Handb. der angewandten Geometrie, Düsseldorf, 1813; und in Netto's Handb. der Vermeßungskunde II. Berlin, 1825.

§. 14.

Zu einer ungefähren Meßung von Linien kann endlich auch das Abschreiten angewendet werden, wenn man durch vielfache Übung die Größe eines Schrittes ausgemittelt hat und diesen Schritt immerfort beibehält. Gewöhnlich verlangt man bei Bestimmungen von Entfernungen, daß man sich einen Schritt eigen gemacht habe, daß 6 Schritt auf die 16füßige Ruthe, also 30 Schritt auf 5 Ruthen gehen. Durch Schrittzähler oder Hodometer*) kann man das Zählen der Schritte ersparen. Daß man aber auch von dieser Methode, Entfernungen zu meßen, nur dann

*) Gehler's physikalisches Wörterbuch. Art. Hodometer.

Gebrauch machen wird, wenn es sich um nicht große Genauigkeit handelt, bedarf wohl kaum einer Erwähnung. Es gewährt indessen das Abschreiten bei der vorläufigen Rekognoscierung einer aufzunehmenden Flur dem Geodäten großen Nutzen.

III. Die Konstruktion der Winkelrechten und Parallelen mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes.

§. 15.

Aufgabe. In einem Punkte C, Fig. 104, einer Linie MN eine Normale zu errichten. Fig. 104.

1) Mittelst der Meßkette. Ist man nur mit einer Meßkette versehen, so mache man CA = CB = $1^1/_2$ Ruthen, schlage in A und B Pfähle, um die man die Endringe der Meßkette hängt, faße diese in der Mitte und spanne sie bis D aus; bestimmt man auf dieselbe Weise den Punkt E, so legt sich durch DE die Richtung der Normale genügend fest.

Ist man aber mit 2 Meßketten versehen, so kann man entweder AC = 3 Ruthen, CD = 4 Ruthen machen und den Punkt D so bestimmen, daß AD = 5 Ruthen wird. Oder man spanne die Meßkette nach CA, Fig. 105., aus, bestimme in MN den Punkt B, daß AB = AC ist und mache AD = AB, so ist DC normal auf MN. Fig. 105.

Die Richtigkeit dieser Methoden ergiebt sich aus planimetrischen Sätzen.

2) Mittelst des Winkelkreuzes kann man das Verfahren sogleich nach IV. §. 10. finden.

§. 16.

Aufgabe. Aus einem Punkte C außerhalb einer gegebenen Linie MN, Fig. 106., eine Normale auf sie zu fällen. Fig. 106.

1) Mittelst der Meßkette. Ist der Punkt C weniger als 5 Ruthen von der Linie MN entfernt, so bestimme man in der Linie zwei Punkte A und B, die von C um 5 Ruthen entfernt sind und halbiere dann AB in D, so ist CD die gesuchte Winkelrechte.

Ist die Entfernung aber größer, so nehme man in MN den Punkt A beliebig an, meße AC, mache AE = AC, meße auch CE und mache $ED = \frac{CE^2}{2AE}$, so ist D der Fußpunkt der gesuchten Normale. Denn denkt man sich von A auf CE die Winkelrechte AF gezogen, so ist CF = FE und daher

$$ED = \frac{(2FE)^2}{2AE} = \frac{2FE \cdot FE}{AE} = \frac{CE \cdot FE}{AE},$$

folglich ED : CE = FE : AE, woraus aber folgt, daß $\triangle CDE \sim \triangle AFE$ und demnach CDE = R ist.

Fig. 107. 2) Mittelst des Winkelkreuzes. Man errichte in einem Punkte E der Linie MN, Fig. 107., welcher dem gesuchten Fußpunkte D nach dem Augenmaße möglichst nahe ist, eine Normale (§. 15.) und mache CF = DE, so ist CD normal auf MN. Meistens kann man auch schon durch Veränderung des Standpunktes E den Punkt D finden, wohin die von C gefällte Normale treffen wird.

§. 17.

Fig. 108. Aufgabe. Durch einen Punkt C, Fig. 108., außerhalb einer gegebenen Linie MN eine Parallele mit derselben zu ziehen.

1) Mittelst der Meßkette. Nach §. 16. fälle man von C die Normale CA auf MN, meße ihre Länge und errichte nach §. 15. in dem Punkte B die Normale BD = AC, so ist CD $\#$ MN.

Fig. 109. Oder man meße von C, Fig. 109., eine Linie CA nach MN, bestimme ihre Mitte B; meße BD und mache BE = BD, so ist CE $\#$ MN.

Kann man in diesem Falle die Mitte von AC nicht bezeichnen, so nehme man den Punkt B beliebig, meße CB und BD und mache dann $BE = \frac{DB \cdot CB}{AB}$. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß $\triangle CBE \sim \triangle DBA$ und daher BDA = BEC ist.

Fig. 110. 2) Mittelst des Winkelkreuzes. Man fälle nach dem vorigen §. von C, Fig. 110., auf MN die Normale CD und errichte in C auf ihr die Winkelrechte CE, so ist diese mit MN parallel.

Selbst für den Fall, daß die gegebene Linie nicht zugänglich ist, läßt sich das Verfahren auf folgende Weise ausführen.

Man gehe in den Richtungen AC und BC so weit fort, bis die Winkel BFA und BHA Rechte sind und bringe in den Durchschnittspunkt G der verlängerten Linien AF und BH eine Bake, so ist GD als dritte Transversale des Dreiecks ABG normal auf AB; macht man daher GCE = R, so ist CE $\ddagger$ AB.

IV. Mittelbares Meßen der Linien mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes.

§. 18.

Aufgabe. Die Länge einer Linie AB, Fig. 111., mittelbar zu meßen, wenn beide Endpunkte derselben zugänglich, die Linie selbst aber unzugänglich ist.

Fig. 111.

1) Mittelst der Meßkette. Man wähle einen Punkt C, von welchem ab die Längen CA und CB gemeßen werden können. Kann man nun diese Linien verlängern, so mache man CD = CB und CE = CA und meße DE, so ist diese AB gleich, weil $\triangle$ ABC $\cong$ $\triangle$ CDE ist. Ist es aber nicht gestattet, CA und CB über C hinaus zu verlängern, so kann man CF irgend einem Vielfachen eines aliquoten Theiles von CA gleich, also CF = $\frac{m}{n}$ CA, und eben so CG = $\frac{m}{n}$ CB machen; mißt man dann FG, so ist AB = $\frac{n}{m}$ FG, wie leicht aus der Ähnlichkeit der Dreiecke CAB und CFG folgt.

2) Mittelst des Winkelkreuzes kann man in A und B, Fig. 112., zwei gleiche lange Normalen AC und BD, errichten, so ist CD = AB.

Fig. 112.

§. 19.

Aufgabe. Die Entfernung zweier Punkte A und B, Fig. 113., zu bestimmen, wenn nur der eine, B, zugänglich ist.

Fig. 113.

1) Mittelst der Meßkette. In der Verlängerung von AB oder in AB selbst meße man eine Linie BC, nehme außerhalb derselben einen Punkt D an, meße CD und DB, verlängere beide Linien über D hinaus, mache DE = DB, DF = DC und bestimme den Punkt G in der Verlängerung der Linien AD und

EF, so ist EG = AB, was aus der Kongruenz der entstandenen Dreiecke folgt.

Oder man verlängere AB um das Stück BH, lege durch B und H die Parallelen BG und HI und bestimme in letzterer den Punkt I so, daß er mit A und G in gerader Linie liegt. Mißt man dann noch BH, BG und HI, so ist

$$AB = \frac{BH \cdot BG}{HI - BG}.$$

Denn denkt man sich durch G die Parallele GK mit AH, so ist $\triangle ABG \backsim \triangle GKI$, woraus dann der obige Ausdruck sich ergiebt.

2) Durch Hülfe des Winkelkreuzes. Man errichte in B, Fig. 114., die Normale BD, stecke durch B eine andere Linie BC ab und bestimme in ihr den Punkt C so, daß ACB = R ist; fällt man dann noch aus C auf BD die Winkelrechte CD, so ist

Fig. 114.

$$AB = \frac{BC^2}{CD}.$$

Denn denkt man sich CE normal auf AB gezogen, so ergiebt sich die Richtigkeit aus dem Ausdrucke AB . EB = CB².

§. 20.

Aufgabe. Die Entfernung zweier Punkte zu bestimmen, wenn keiner derselben zugänglich ist.

1) Mittelst der Meßkette. Es werde angenommen, daß die Verlängerung der zu meßenden Linie AB, Fig. 115., zugänglich ist. Man errichte in dem Punkte C der Verlängerung die Winkelrechte CD auf CB und in dem beliebig gewählten Punkte E dieser Winkelrechten eine andere Normale EG auf CD, wähle den Punkt D beliebig, bestimme dadurch aber die Durchschnittspunkte F und G der Linien DA und DB mit EG. Mißt man nun FG, CD und ED, so ist

Fig. 115.

$$AB = \frac{FG \cdot CD}{ED},$$

welches aus der Ähnlichkeit der Dreiecke CAD und EFD, so wie ABD und FGD folgt.

2) Durch Hülfe des Winkelkreuzes, wenn man mit demselben Winkel von 45° abstecken kann. Man wähle außerhalb

der zu bestimmenden Linie AB, Fig. 116., einen Punkt C, von dem A und B sichtbar sind, errichte auf CA die Normale CD und bestimme in dieser den Punkt D so, daß CDA = 45° ist. Ferner errichte man auf CB die Normale CE und bestimme wieder in ihr den Punkt E so, daß CEB = 45° ist. Mißt man dann ED, so ist diese AB gleich. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß $\triangle$ ABC $\cong$ $\triangle$ CDE ist.

Fig. 116.

Anmerkung. In 1. wurde die Voraussetzung gemacht, daß die Verlängerung der Linie AB zugänglich sei. Dieß ist freilich nicht immer anzunehmen; aber auch in diesem Falle läßt sich durch Hülfe planimetrischer Sätze ein Verfahren angeben, wodurch die Linie AB ebenfalls mittelbar bestimmt werden kann, wie denn auch bei manchen Schriftstellern über Feldmeßen, u. a. in Crelle's Handbuch des Feldmeßens und Nivellierens nicht nur für die vorliegende Aufgabe eine Auflösung, sondern auch für die vorhergehenden Probleme mehrere andere Methoden zur Lösung gefunden werden können. Allein schwerlich möchte der Praktiker solche Auflösungen häufig zur Anwendung bringen mögen und oft auch nicht können, da ihm nicht immer das Terrain so disponibel ist, als in den theoretischen Auflösungen angenommen wird. Selbst einige der hier angegebenen Auflösungen werden dem Praktiker, des Terrains wegen, mitunter Schwierigkeiten in der Ausführung darbieten.

V. Das Abstecken der Kreisbogen.

§. 21.

Das Abstecken der Kreisbogen geschieht von Berührungslinien aus, die man an bestimmte Punkte des Bogens sich gezogen denkt, indem von dem Punkte aus, in welchem das Abstecken beginnen soll, dem Anfangspunkte, die Absciffen abgesteckt werden, um durch die in den Endpunkten der Absciffen errichteten Normalen, die zugehörigen Ordinaten, die verlangten Punkte des Kreisbogens zu erhalten.

Zunächst kömmt es demnach darauf an, aus dem bekannten Halbmeßer des Kreises und einer gegebenen Absciffe die zugehörige Ordinate durch Rechnung zu finden. Es sei in Fig. 116. a., der Anfangspunkt A zugleich der Ursprung der Koordinaten,

Fig. 116. a.

$A1 = x$ die gegebene Abscisse, $1a = y$ die zugehörige Ordinate. Man ziehe die Halbmesser CA und $Ca = r$ und durch a die Normale aa' auf CA, so ist

$$y = 1a = Aa' = CA - Ca'.$$

In dem Dreiecke Caa' ist

$$Ca' = r - y = \sqrt{r^2 - x^2} = r\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)},$$

$$= r\left(1 - \frac{1}{2}\frac{x^2}{r^2} - \frac{1}{8}\frac{x^4}{r^4} - \ldots\ldots\right),$$

folglich $y = \frac{1}{2}\frac{x^2}{r} + \frac{1}{8}\frac{x^4}{r^3} + \ldots\ldots,$

in welchem Ausdrucke man in den meisten Fällen das zweite Glied wird vernachläßigen können, da die Abscissen in Bezug auf den Kreishalbmesser meistens sehr klein sein werden.

Gewöhnlich wird man die Abstände zwischen zwei benachbarten Ordinaten einander gleich, also $x_2 = 2x$, $x_3 = 3x \ldots\ldots$ machen; dann ist mit Vernachläßigung des zweiten Gliedes des obigen Ausdruckes für y

$$y_2 = 4y,\ y_3 = 9y,\ \ldots\ldots\ldots\ y_n = n^2 y.$$

Macht man also $1a = y$, $2b = y_2$, $3c = y_3 \ldots\ldots.$, so sind a, b, c ..... Punkte des verlangten Kreisbogens.

Um bei dem Fortgange des Absteckens von dem Punkte 3 aus eine zweite Berührungslinie abzustecken, errichte man in A, oder in einem anderen Endpunkte einer Abscisse auf A3 die Normale AB, mache diese, wenn α den Winkel AC3 bezeichnet, und dessen Größe sich durch tg. $\alpha = \frac{x_3}{r}$ bestimmen läßt, $= x_3$ tang. 2α, so ist die Verbindungslinie zwischen B und 3 die Richtung der zweiten Berührungslinie, von welcher ab man nun, wie vorhin, Punkte der Kreislinie abstecken kann. Es ist nämlich A3D $= 180^0 - 2 \cdot \text{DA3} = 180^0 - 2\alpha$, da DA3 = ACD ist, mithin A3B $= 2\alpha$ und tg. $2\alpha = \frac{AB}{x_3}$.

Errichtet man, Statt in A, die Normale in 1 oder 2, so ergiebt sich leicht, daß $1B' = \frac{2}{3}$ AB, $2B'' = \frac{1}{3}$ AB gemacht werden muß.

Andere Methoden des Absteckens der Kreisbogen und anderer Kurven findet man in Stampfer's Anleitung zum Nivellieren, Wien, 1845.

VI. Theorie der Horizontalmeßungen.

§. 22.

Bei jeder Horizontalmeßung kommt es nach den §§. 3. und 8. der Einleitung auf die Bestimmung einer Folge von Punkten an, welche meistens die Winkelpunkte eines auf dem Felde gegebenen oder gebildeten Polygons sein werden, aber auch isolierte Punkte sein können, die dem weiteren Fortgange der Meßung zum Grunde liegen und auf diese Weise ebenfalls als Winkelpunkte eines Polygons betrachtet werden können. Solche Punkte auf genügende, mathematische Weise zu bestimmen, ist demnach die Aufgabe der Horizontalaufnahme, zu deren Lösung aber die reine Geometrie mehrere Mittel darbietet.

1. Die Umfangsmethode, das Peripherisieren, Umziehen.

§. 23.

Nach der Planimetrie wird ein neck im Allgemeinen durch 2n — 3 unabhängige Stücke, wenn unter ihnen wenigstens n — 2 Seiten sich finden, bestimmt; käme es daher bei der Aufnahme eines necks nur auf die mathematische Bestimmung desselben an, so würde man zu meßen haben: alle Seiten und alle Winkel, mit Weglaßung entweder eines Winkels und der ihn einschließenden Seiten, oder einer Seite und der anliegenden Winkel. Da aber alle praktischen Meßungen mehr oder weniger theils unvermeidlichen, durch die Natur der Meßwerkzeuge und die Unvollkommenheit unserer Sinne bedingten, theils auch solchen Fehlern unterworfen sind, die aus Unachtsamkeit, Übereilung u. s. w. begangen werden, so muß es immer das Bestreben des Geodäten sein, auf verschiedenen Wegen Resultate zu erhalten, oder Probemeßungen anzustellen, um aus der Vergleichung der erhaltenen Resultate den Grad der Genauigkeit der Meßung beurtheilen und nach Umständen auch verbeßern zu können. Man hat deshalb bei der Umfangsmethode immer alle Winkel und alle Seiten des necks unmittelbar zu meßen. Die Summe der

Winkel muß dann (n — 2) 2R betragen, und beim Auftragen des Gemeßenen muß der zweite Schenkel des letzten Winkels den ersten Schenkel des ersten Winkels decken. Man nennt dieß das Schließen der Figur.

§. 24.

Allein nur bei Figuren von geringem Umfange und kleiner Seitenzahl wird ein Schließen Statt finden. Damit aber die, wegen der vielen unmittelbaren Linien- und Winkelmeßungen schon bei der Aufnahme entstehenden, durch das Auftragen sich oft noch vermehrenden Fehler nicht auf alle späteren Winkelpunkte sich übertragen, ist es zweckmäßiger, sowohl bei der Aufnahme als beim Auftragen etwa bis zur Hälfte des Umfangs fortzugehen, dann beim ersten Winkelpunkte wieder zu beginnen, um in entgegengesetzter Richtung, wie vorher, bis zu dem Punkte fortzufahren, bei welchem vorher die Meßung abgebrochen wurde.

§. 25.

Gestattet das um das aufzunehmende Polygon liegende Terrain, über den Polygonseiten nach Außen Dreiecke, durch unmittelbare Meßung der an den Seiten liegenden Winkel zu bestimmen, so daß die über je zwei benachbarten Seiten liegenden Dreiecke eine gemeinschaftliche Spitze haben, wie z. B. ABP und BCP, Fig. 117., BCP′ und DCP′ u. s. w., so dient die von der bereits bestimmten Spitze P, P′, nach dem Endpunkte der zweiten, dritten u. s. w. Seite gehenden Linie, PC, P′D .... bei der Bestimmung des dritten, vierten ...... Winkelpunktes wieder als Probe. Diese Methode der Aufnahme bietet besonders bei der Meßtisch- und Boussolenaufnahme den Vortheil dar, daß die durch den Fortgang der Meßung entstehenden Fehler bei einzelnen Polygonpunkten nicht allein leicht entdeckt, sondern auch verbeßert, wenigstens aber halbiert werden können.

Fig. 117.

Anmerkung. Die Umfangsmethode ist im Allgemeinen wegen der vielen unmittelbaren Meßungen der Winkel und Linien, deren genaue Ausführung mit vom Terrain abhängt, von allen nicht allein die am meisten Zeit raubende, sondern auch wegen der sich leicht fortpflanzenden Fehler die unvollkommenste und daher auch am wenigsten Sicherheit gewährende. Sie sollte deshalb namentlich bei Flächeninhaltsbestimmungen von Ländereien, Wie-

senstücken u. s. w., wenigstens bei dem Meßtische und der Boussole niemals angewandt werden. Ihrer kann man sich bedienen bei der Aufnahme des Umfangs der Dörfer, der Forsten und überhaupt da, wo die Flur nicht übersehbar ist und keine andere Methode sich mit Vortheil anwenden läßt.

2. Die Dreiecks- oder Triangularmethode.

a. Die eigentliche Dreiecksmethode.

§. 26.

Zerfällt man das gegebene neck durch n — 3 sich nicht schneidende Diagonalen in n — 2 Dreiecke, so wird durch unmittelbare Meßung der Diagonalen und der n Seiten das neck bestimmt. Eine Sicherung gegen Fehler erhält man durch das Meßen so vieler anderer Diagonalen, daß jeder Winkelpunkt sich auf zweifache Art bestimmen läßt, also durch Meßung von n — 3 anderen Diagonalen. Indessen bleibt dies Meßen vieler Linien, abgesehen von den sich häufig darbietenden Schwierigkeiten und Hindernissen, immer ein sehr beschwerliches und zeitraubendes. Dessen ungeachtet ist diese Methode bei der Aufnahme einzelner Grundstücke oder kleiner Fluren, von denen man zugleich den Flächeninhalt bestimmen und wobei man vielleicht auch Theilungen vornehmen soll, deshalb immer eine beachtenswerthe, da man den Flächeninhalt schon aus der Aufnahme ohne Auftragen berechnen kann. Nur ist es dann zweckmäßiger, das neck in an einander hängende Vierecke zu zerlegen, in jedem derselben beide Diagonalen und außerdem noch andere Diagonalen zur Probe zu meßen.

b. Die Basierungsmethode.

§. 27.

Nach dieser Methode mißt man in einem necke die eine Seite als Basis, und an jedem Endpunkte die n — 2 Winkel, welche jene Seite mit der daranstoßenden und den möglichen n — 3 Diagonalen einschließt. Dadurch bestimmt sich jeder der anderen Winkelpunkte und mithin auch das gegebene neck. Auch ist es nicht nothwendig, die eine Seite des necks als Basis zu

nehmen, jede andere innerhalb oder außerhalb desselben angenommene Linie leistet im Allgemeinen das nämliche.

Man wird sich dieser Methode des Aufnehmens hauptsächlich in den Fällen bedienen, wo die unmittelbare Meßung von Linien, von denen die Flur durchschnitten wird, nicht gestattet oder mit Schwierigkeiten verknüpft ist. Da es hierbei meistens auf eine Verzeichnung des Gemeßenen ankommen wird, so ist es nicht gleichgültig, auf welche Weise sich jede Winkelspitze des necks festlegt. Da nämlich ein Punkt, der durch den Durchschnitt zweier Linien sich bestimmt, am schärfsten bestimmt wird, wenn die Richtung der sich schneidenden Linien eine normale ist, so ist bei der Aufnahme besonders dahin zu sehen, daß jeder Schnitt zweier Linien unter einem Winkel geschieht, der nicht kleiner als 60° — 45° ist. Laßen sich solche Schnitte durch eine einzige Basis nicht erreichen, so muß mit ihr eine zweite, dritte u. s. w. verbunden werden, welche eine günstigere Lage für die noch nicht bestimmten Punkte darbietet. Aber auch schon deshalb wird man sich auf eine einzige Basis nicht beschränken, um Punkte, die wieder anderen zur Bestimmung dienen sollen, drei Mal schneiden zu können. Man erhält also nicht nur auf diese Weise, sondern auch dadurch genugsam Proben, wenn die necks-Seiten noch unmittelbar gemeßen werden.

Anmerkung. Dieser Basierungsmethode bedient man sich hauptsächlich bei den Meßtischaufnahmen, kann sie aber mit eben so großem Nutzen auch bei der Boussolenaufnahme anwenden.

c. Die Polarmethode.

§. 28.

Da ein neck auch dadurch bestimmt wird, daß man von einem außerhalb oder innerhalb desselben angenommenen Punkte Linien nach allen Winkelspitzen zieht und sowohl die Länge dieser n Linien, als auch n — 1 der von ihnen gebildeten n Winkel bestimmt, so läßt sich auch bei der Aufnahme eines necks diese Methode zur Anwendung bringen. Man pflegt den gewählten Punkt den Pol und die gemeßenen Graden die Polarlinien zu nennen. Der vielen Linienmeßung wegen aber ist sie zeitraubend und wird nur dadurch anwendbarer, wenn die Polarlinien durch den Distanzenmeßer bestimmt werden können; in diesem

Falle bietet sie für Meßtisch- und Boussolenaufnahmen gleiche Bequemlichkeit dar. Proben erhält man durch die unmittelbare Meßung der necks-Seiten und des letzten der n Winkel.

3. Die Koordinatenmethode.

§. 29.

Zieht man in der Ebene des necks BCD...., Fig. 118. zwei sich rechtwinklicht schneidende gerade Linien XX' und YY', die Koordinatenachsen, von denen die erstere die Abscissen-, die letztere die Ordinatenachse, ihr Durchschnitt A der Anfang oder Ursprung der Koordinaten genannt wird, und fällt von allen Winkelpunkten des necks auf beide Achsen Normalen, so werden jene Winkelpunkte durch die Längen der Koordinaten bestimmt, indem durch jede zwei zusammengehörige ein rechtwinklichtes Dreieck, dessen Katheten bekannt sind, bestimmt wird. Die Lage der Winkelpunkte wird man dadurch gehörig fixieren, wenn man etwa die rechts vom Ursprunge liegenden Abscissen und die oberhalb der Abscissenachse liegenden Ordinaten positiv, die entgegengesetzt gelegenen Koordinaten aber negativ nimmt.

Fig. 118.

Diese Methode der Koordinaten, die so häufig bei Untersuchungen der reinen Geometrie mit Nutzen angewandt wird, kann demnach auch bei den Horizontalaufnahmen zur Anwendung kommen. Dabei kann man den Ursprung der Koordinaten in einen Winkelpunkt des necks legen, bei rechtwinklichten Koordinaten auch der Ordinatenachse entbehren und nur die Abscissen auf ihrer Achse abschneiden, bei der Bestimmung der Abscissen sich auch des Winkelkreuzes bedienen. Aber häufig wird bei Anwendung dieser Methode das Terrain der unmittelbaren Meßung der Koordinaten vielfache Hindernisse in den Weg legen, weshalb man sich ihrer auch meistens nur bei der Bestimmung der krummlinichten Gränzen bedient.

§. 30.

Auch ist es nicht erforderlich, daß die Koordinatenachsen, wie im vorhergehenden §. angenommen wurde, sich rechtwinklicht schneiden, nur muß dann der Koordinatenwinkel noch unmittelbar gemeßen werden; auch ist in diesem Falle die Weglassung der

Ordinatenachse nicht gestattet. Wollte man bei jener Annahme durch die Winkelpunkte des necks Parallelen mit der Ordinatenachse ziehen und deren Länge, so wie auch ihren Abstand auf der Abscissenachse meßen, so würde sich durch diese schiefwinklichten Koordinaten und den Koordinatenwinkel jeder Winkelpunkt des aufzunehmenden necks bestimmen. Daß aber hierbei die im vorhergehenden §. erwähnten Schwierigkeiten ebenfalls eintreten werden, leuchtet ein, daher man von dieser Methode bei Aufnahmen nur selten Gebrauch macht.

4. Die Normallinienmethode.

§. 31.

Diese besteht darin, daß man in der Ebene des necks eine bestimmte Richtung, die Normallinie, Normalrichtung, annimmt und sowohl die Seiten des necks, als auch die Winkel mißt, welche diese mit der Normallinie bilden, zu welchem Zwecke in jeder Winkelspitze eine Parallele mit der Normallinie gezogen wird. Sie bildet also eigentlich einen besonderen Fall der Umfangsmethode. Man bedient sich dieser Methode nur bei der Aufnahme mit der Boussole und nimmt dann zur Normallinie den Durchschnitt der magnetischen Meridianebene mit dem Horizonte, indem man voraussetzt, daß die magnetischen Meridiane in den nicht zu entfernt liegenden Winkelpunkten, als parallel angesehen werden dürfen.

VII. Aufnahme einzelner Grundstücke und kleiner Fluren mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes oder des Spiegellineals.

§. 32.

Bei jeder Aufnahme einer Flur oder auch eines Grundstückes muß es das erste Geschäft des Geometers sein, von der aufzunehmenden Fläche ein deutliches Bild zu entwerfen, um einen zweckmäßigen Plan über die Methode der Aufnahme machen zu können. Man umgeht deshalb die aufzuehmende Flur, bezeichnet die bemerkenswerthen Endpunkte mit numerierten Pflöcken und Signalen, bestimmt die Entfernungen derselben von einander durch Abschreiten oder schätzt sie nach dem Augenmaße und ent-

wirft nach einem ungefähren Maßstabe ein Bild auf dem Papiere, welches der Faustriß oder das Manual der Hauptlinien genannt wird, weil es besonders nur zum Eintragen der Zahlenwerthe der gemeßenen Hauptlinien dienen soll.

§. 33.

Was nun die bei der Aufnahme anzuwendende Methode betrifft, so muß darüber besonders der Zweck der Aufnahme, nächstdem aber auch die Größe der Flur und die Beschaffenheit des Terrains entscheiden. Bei ökonomischen Aufnahmen, namentlich wenn sie die Meßung von Ländereien, Wiesenstücken, Gärten u. dgl. enthält, ist nicht nur eine Methode zu wählen, wodurch man am genauesten den Flächeninhalt bestimmen kann, sondern es sind auch bei der Aufnahme die Gränzen der Grundstücke mit der erforderlichen Sorgfalt zu bestimmen. Hinsichtlich der nöthigen Genauigkeit herrschen zwar meistens bestimmte Gesetze, allein leider sind diese häufig so vage, daß der ausübende Geodät, wenn er nur das Reglement oder Gesetz befolgen will, einen großen Spielraum behält, in welchem er, ohne seine Pflicht zu verletzen, sich bewegen kann. Die Gränzen der Äcker, Wiesen und überhaupt werthvoller Grundstücke nur nach Zehntelruthen zu bestimmen, ist sicher eine verwerfliche Vermeßungsmethode zu nennen, wenn sie auch durch bestehende Gesetze erlaubt sein sollte, wenn man berücksichtigt, daß durch Weglaßung von 5 Hundertstelruthen (5 Decimal-Zoll), als Ordinaten eines 50 Ruthen langen Ackerstücks, ein Flächenunterschied von 2, 5 Quadratruthen erwächst. In gleichem Grade verwerflich ist bei ökonomischen Meßungen die Anwendung einer Methode der Aufnahme, wodurch sich nur mittelst Auftragens der Flächeninhalt der gemeßenen Flur bestimmen läßt, während eine andere Methode zuläßig war.

Auch die Beschaffenheit des Terrains sollte nicht nur die Methode der Aufnahme, sondern auch die Wahl der Meßwerkzeuge bedingen. Nur auf einem ebenen Terrain kann man bei der alleinigen Anwendung der Meßkette die zu genauen Flächeninhaltsbestimmungen erforderliche Genauigkeit der unmittelbaren Linienmeßung erwarten, während bei einem hügeligen oder koupierten Terrain die Anwendung eines Winkelmeßers die Aufnahme bedeutend erleichtert und oft sogar nothwendig macht.

Hier soll übrigens zunächst vorausgesetzt werden, daß das aufzunehmende Terrain von der Beschaffenheit sei, um die Meßkette allein oder in Verbindung mit dem Winkelkreuz anwenden zu können.

A. Aufnahme übersehbarer Fluren, ohne Rücksicht auf ihre Parzellen.

§. 34.

1. Kommt es, wie es bei den meisten s. g. ökonomischen Aufnahmen der Fall ist, auf eine möglichst genaue Flächeninhaltsbestimmung und Theilung an, so sollte man nur die in §. 26. beschriebene Dreiecksmethode anwenden, indem diese gestattet, den Inhalt der Flur unmittelbar aus den durch die Meßung erhaltenen Datis zu bestimmen.

Bei Fluren, wo mehrere Vierecke und Dreiecke neben einander liegen, ist es wegen des spätern Auftragens vortheilhaft, einige größere Vierecke abzustecken und aufzunehmen, zugleich aber die Durchschnittspunkte ihrer Seiten und Diagonalen mit denen der kleinern Vier- und Dreiecke zu bestimmen. Man sagt dann, die Seiten und Diagonalen der letzteren seien in die größeren Vierecke eingebunden und nennt die Durchschnitte Bindepunkte. Jede Seite eines solchen günstig gewählten großen Vierecks kann dann den sich weiterhin anschließenden Meßungen als Grundlage dienen. Die Seiten der größeren Vierecke werden ausgebakt, indem man in Entfernungen von 20 bis 50 Ruthen, Pfähle mit den daran bemerkten Entfernungen in den Boden schlägt. Auch die Bindepunkte werden mit numerierten Pfählen bezeichnet.

2. Alle gemeßenen Längen der Linien, so wie auch die Entfernungen der Bindepunkte vom Anfangspunkte der Linie werden in das Manual der Hauptlinien getragen, da nach diesem die Berechnung des Inhaltes der Vierecke und auch das Auftragen derselben vorgenommen wird.

3. Beim Meßen der Dreiecksseiten oder der Diagonalen der Vierecke sind dann immer die Durchschnitte derselben mit durchlaufenden Hecken, Wegen, Gräben u. s. w. zu bestimmen. Sollten sich dabei diese Gegenstände noch nicht genügend festlegen, so bindet man von, zu diesem Zwecke bereits festgelegten Punk-

ten andere Linien ein und bestimmt dadurch die noch fehlenden Begränzungspunkte.

§. 35.

Die äußeren Gränzen der Flur werden meistens krummlinicht sein, daher sie durch rechtwinklichte Koordinaten nach §. 29. zu bestimmen sind. Nimmt man nämlich in der Begränzungskurve Punkte an, daß die zwischenliegenden Bogen ohne merklichen Fehler als gerade angesehen werden können und fällt von den Punkten Normalen auf die Polygonseiten, so wird man durch die im §. 29. angegebene Methode die Lage der Punkte bestimmen können. Zur Meßung der Ordinaten bedient man sich des in IV. §. 16. erwähnten Meßstabes, den man von der Meßkette ab rechtwinklicht gegen den zu bestimmenden Punkt der Kurve legt. Auch kann man die Richtung der Ordinaten durch eine ausgespannte Schnur bezeichnen. Die Ordinaten selbst werden bei genau bestimmten Gränzen bis auf Hundertstel-Ruthen genommen.

Bei Ordinaten, deren Länge einige Ruthen übersteigen, nimmt man in der Abscissenlinie zwei Punkte an, deren Entfernung man zur Grundlinie eines Dreiecks macht, und bezieht dann auf die beiden andern Dreiecksseiten, als Abscissenlinien, die entfernter liegenden Punkte der Kurve.

Da man die zwischen den Begränzungskurven und den Polygonseiten liegenden Stücke der Flur ebenfalls sogleich aus der Aufnahme ohne vorheriges Auftragen berechnen kann, so ist es zur Ersparung von Hülfsrechnungen zweckmäßig, auf dem Felde auch die Durchschnittspunkte der Kurven mit den Abscissenlinien zu bestimmen.

§. 36.

Das Aufschreiben der Koordinaten geschieht am zweckmäßigsten in einem eigenen Manuale. Man verzeichnet nämlich jede der in dem Faustrisse vorhandenen Linien einzeln mit denselben Ziffern oder Buchstaben, wie sie im Faustriße bezeichnet sind, zeichnet die krummlinichten Gränzen, Wege, Verzäunungen, Hecken, Bäche, Gräben u. dgl. neben denselben nach dem Augenmaße in ihrer Lage auf, notiert auf den geraden Linien die Länge der Abscissen und daneben die Länge der Ordinaten nach ihren ge-

nommenen Maßen, nur ist hierbei stets dieselbe Ordnung zu beobachten; an jeden aufgezeichneten Gegenstand schreibt man endlich seinen Namen.

Anmerkung. In diesen Worten sind aber nur die allgemeinsten Regeln enthalten, die man beim Führen des Manuals zu befolgen hat. Erst durch vielfache Übung und die gehörige Umsicht erwirbt man sich die zu einer zweckmäßigen Manualführung erforderliche Fertigkeit und Deutlichkeit, so daß es jedem Andern möglich ist, danach die nöthigen Berechnungen und Konstruktionen vorzunehmen. Zur Erläuterung des im Vorhergehenden angegebenen Verfahrens beim Meßen mag das in Fig. 119. verzeichnete Bild einer kleinen Flur dienen, in welchem der links liegende Theil Wiesengrund, der andere Ackerstücke mit daran gränzenden Gebäuden, Höfen ꝛc. bezeichnet. Fig. 120. stellt das Manual der Hauptlinien, Fig. 121. aber einen Theil des Manuals für die Koordinaten vor.

Fig. 119.

Figg. 120. u. 121.

§. 37.

Bei Fluren, deren Kulturart nicht den ökonomischen Werth besitzt, wie ihn Acker- und Wiesenstücke, Gärten u. dgl. haben, z. B. bei Grasangern, Weiden, Torfmooren u. s. w., kann man in einigen Stücken die Aufnahme vereinfachen. Will man die Dreiecksmethode, wie in §. 34. anwenden, so kann man zu einer leichteren Berechnung des Inhaltes eine der Diagonalen der abgesteckten Vierecke als gemeinschaftliche Basis der darüber liegenden Dreiecke ansehen und mit dem Winkelkreuz die Höhen derselben bestimmen und dann mit der Meßkette meßen. Nur sind dabei Dreiecke zu vermeiden, die bei einer sehr langen Basis nur eine geringe Höhe haben. Bei dem Meßen der Umfangslinien des Polygons werden die Ordinaten nur bis auf Zehntelruthen bestimmt; auch können Ordinaten von einigen Ruthen Länge, ohne Anwendung von Hülfsdreiecken (§. 34. 3.) beibehalten werden.

Nach Beschaffenheit des Terrains kann man auch die im §. 29. erwähnte Koordinatenmethode zur Anwendung bringen. Man legt zu diesem Zwecke in Entfernungen von 20 bis 30 Ruthen, Koordinatenachsen, oder auch wohl nur Abscissenachsen durch die Flur und bestimmt mittelst des Winkelkreuzes und der Meßkette die zu den Polygoneckpunkten oder anderen Punkten in

den Begränzungen gehörigen Ordinaten. Diese Methode, welche auch wohl die Perpendikularmethode genannt zu werden pflegt, hat vor der Triangularmethode den Vortheil, daß sie die Berechnung des Flächeninhaltes erleichtert und auch die bei der Aufnahme unvermeidlichen Irrthümer auf andere Winkel- und Eckpunkte nicht weiter fortpflanzt, also insofern auch das Auftragen erleichtert. Nur wird man beim Festlegen der Achsen darauf zu sehen haben, daß ihrer unmittelbaren Meßung keine beträchtliche Hinderniſſe entgegen treten.

Unter diesen Umständen kann man auch die im §. 30. erwähnte schiefwinklichte Koordinatenmethode anwenden, die unter dem Namen der Parallelmethode bei der Detailaufnahme von Dänemark vielfach angewandt wurde. Indeßen bietet diese gar keine besondere Vortheile dar, weshalb sie im Allgemeinen auch wenig Anwendung findet.

B. Aufnahme übersehbarer Fluren mit Rücksicht auf die darin liegenden Parzellen.

§. 38.

Der in den §§. 34. — 36. beschriebenen Dreiecksmethode sollte man sich immer dann bedienen, wenn es auf eine genaue Inhaltsbestimmung der ganzen Flur, nicht aber auf die der einzelnen Parzellen derselben ankommt, da jene Bestimmung schon aus den auf dem Felde gemeßenen Stücken, also unabhängig vom Auftragen des Gemeßenen möglich ist und deshalb auf eine sichere und genaue Weise erreicht wird. Liegen aber viele und schmale Vielecke in der aufzunehmenden Flur neben einander, so würde die Bestimmung ihrer Größe auf demselben Wege in den meisten Fällen zu zeitraubend sein. Die Aufnahme sowohl, als auch die Berechnung wird dann erleichtert, wenn man die Parzellen nicht aus Dreiecken zusammensetzt, sondern nur die Umfänge derselben durch quer über zu meßende, in die abgesteckten Hauptlinien einzubindende Linien bestimmt. (Man vergleiche das Viereck IV. V. VI. VII. der Figg. 119. und 120. und Fig. 121.). Die Zahl und Richtung dieser Querlinien richtet sich lediglich nach der Krümmung der Begränzungen der einzelnen Stücke. Sie müßen so nahe und in der Richtung neben einander liegen, daß das Stück der Begränzung zwischen je zwei auf einander

folgenden ohne merklichen Fehler als gerade angesehen werden kann.

Damit aber diese Querlinien die erforderliche zweckmäßige Lage erhalten, ist es vor allen Dingen nöthig, daß schon bei der Rekognoscierung der Flur die Lage der Parzellen in den Faustriß möglichst genau gezeichnet, darnach die Querlinien in dem Faustriße bestimmt und beim Abstecken und Meßen der Hauptlinien die Punkte auf dem Felde bemerklich gemacht werden, welche durch Querlinien verbunden werden sollen, weshalb auch die Entfernungen der Punkte vom Anfangspunkte der Hauptlinien zu bestimmen sind. Beim Meßen jeder einzelnen Querlinie werden die Ordinaten und Durchschnitte in das zugehörige Manual getragen (§. 36.).

Was die Bestimmung der äußeren Gränzen der Flur anbetrifft, so gelten die dafür in A gegebenen Vorschriften.

C. Aufnahme nicht übersichtlicher Fluren.

§. 39.

Aufgabe. **Mittelst der Meßkette die Größe eines auf dem Felde abgesteckten Winkels zu bestimmen.**

Fig. 122. 1) Man meße auf den Schenkeln des gegebenen Winkels ABC, Fig. 122., gleiche Stücke BD und BE ab, sowie den Abstand DE, so ist

$$\sin. \tfrac{1}{2} B = \frac{\tfrac{1}{2} DE}{BD} = \frac{DE}{2BD},$$

woraus sich $\tfrac{1}{2}$ B und daher auch B findet.

2) Oder man meße von den Schenkeln beliebige Stücke BA und BC, sowie den Abstand AC ihrer Endpunkte, so ist

$$\sin. B = \frac{2}{ac} \sqrt{\tfrac{1}{2} s (\tfrac{1}{2} s - a)(\tfrac{1}{2} s - b)(\tfrac{1}{2} s - c)},$$

$$\sin. \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\left(\frac{(\tfrac{1}{2} s - a)(\tfrac{1}{2} s - c)}{ac}\right)},$$

$$\cos. \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\left(\frac{\tfrac{1}{2} s (\tfrac{1}{2} s - b)}{ac}\right)},$$

$$tg. \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\left(\frac{(\tfrac{1}{2} s - a)(\tfrac{1}{2} s - c)}{\tfrac{1}{2} s (\tfrac{1}{2} s - b)}\right)},$$

worin s die Summe der 3 Seiten a, b und c bezeichnet.

Ist nicht eine der anliegenden Seiten die größte des Dreiecks, so bleibt es bei der ersten Formel ungewiß, ob man den aus den trigonometrischen Tafeln sich ergebenden Winkel oder sein Supplement zu nehmen hat. Um dieser Ungewißheit auszuweichen, berechnet man den kleinsten Winkel zuerst.

3) Denkt man sich von A auf die Gegenseite oder ihre Verlängerung eine Normale AF gefällt und setzt man die Abschnitte BF und CF bezüglich = x und y, so ist

$$x - y = \frac{(b + c)(b - c)}{a} = d;$$

da nun $x + y = s$ bekannt ist, so erhält man

$$x = \frac{1}{2}(s + d) \text{ und } y = \frac{1}{2}(s - d),$$

und hieraus

$$\cos. B = \frac{x}{c},$$

eine Formel, die vor der in 2. angegebenen den Vorzug hat, daß sie durch ihr Vorzeichen sogleich angiebt, ob der Winkel B spitz oder stumpf ist.

§. 40.

Läßt sich vorhandener Hinderniße wegen die Gegenseite des zu bestimmenden Winkels nicht meßen, so bestimmt man seinen Scheitel- oder Nebenwinkel. Auch für stumpfe und konvexe Winkel nimmt man den spitzen Nebenwinkel oder den Implementwinkel.

Liegen die Winkelschenkel nicht in einer Horizontalebene, so ist der Winkel noch auf den Horizont zu reducieren, wozu die Neigungswinkel der Schenkel gegen den Horizont gemeßen werden müßen (§. 7.). Da aber die Reduktion die Kenntnis der sphärischen Trigonometrie voraussetzt, so kann man alle diese Bestimmungen vermeiden, wenn man den Winkelschenkeln eine horizontale Lage giebt.

§. 41.

Bei der Aufnahme nicht übersichtlicher Fluren kann man sich nur der in den §§. 23—24 angegebenen Umfangsmethode bedienen, nur kann man noch darin einen Unterschied eintreten laßen, wenn der Raum nach Außen frei ist oder nicht. In dem

ersten Falle kann man um die aufzunehmende Flur eine Kette von Vierecken legen, in denen man sämmtliche Seiten und Diagonalen mißt. Auch hierbei ist es rathsamer, das im §. 24. angegebene Verfahren anzuwenden. Die Gränzen der Flur legen sich bei der Meßung derjenigen Viereckseiten durch Ordinatenmeßung fest, welche der Flur entlang liegen.

Auf diese Weise ist demnach ein nach Außen freier Forst, der Umfang eines Dorfes, Fleckens u. s. w. in den Grund zu legen. Eben so läßt sich auch der Lauf eines Flusses, Stromes, einer Straße oder Eisenbahn x. estlegen.

Zur Aufnahme einzelner Gebäude, Gärten u. s. w. bei einem Dorfe z. B. werden in die Umfangslinien andere Linien einzubinden und meistens die daselbst gebildeten Winkel zu bestimmen sein, wenn sich die Aufnahme derselben nicht schon durch Konstruction rechter Winkel mittelst des Winkelkreuzes erreichen läßt.

Ist aber die Aussicht nach Außen nicht frei, wie dieß meistens auch bei den Gassen in den Dörfern und Flecken der Fall sein wird, so muß man die Polygonwinkel mit der Meßkette bestimmen und außerdem die Länge der Polygonseiten unmittelbar meßen. Daß man aber bei dieser Aufnahmemethode nur unter den günstigsten Umständen und bei einer sich nicht weit ausdehnenden Flur ein günstiges Resultat erwarten dürfe, unter anderen Verhältnissen aber lieber noch ein winkelmeßendes Werkzeug mit zuziehen wird, bedarf wohl kaum einer Erwähnung.

Dem bei dieser Aufnahmemethode zu führenden Manuale kann man etwa folgende Einrichtung geben.

Seiten		Data zur Winkelbestimmung	Winkel			
Bezeichnung	Länge Ruthen		Bezeichnung	Größe Gr.	M.	Sc.
II. III.	50,8	I.–II. 5,00; II.–III. 5,00; I.–III. 2,16. Scheitelwinkel von I. II. III.	I. II. III.	24	56	54

VIII. Die Zuverläßigkeit der Kettenmeßung.

§. 42.

Bei jeder Meßung einer geraden Linie mittelst der Meßkette von nicht zu geringer Ausdehnung wird man Fehler begehen, deren Größe man wo möglich zu schätzen im Stande sein muß, um sie erforderlichen Falls benutzen zu können. Schon im §. 9. wurde auf einige der Fehlerquellen aufmerksam gemacht und auch dort erwähnt, daß durch sie hauptsächlich die meisten Unrichtigkeiten entständen, die bei der Kettenmeßung sich zeigten. Außer diesen vermeidlichen Fehlern ist noch

1) der Fehler zu beachten, welcher entsteht, wenn die Meßung der geraden Linien nicht genau in der Richtung derselben erfolgt.

Ist AB, Fig. 123. die zu meßende gerade Linie, ACD.... EB aber die durch die Kettenzüge gemeßene gebrochene Linie, so ist, wenn man die Länge der Kette AC = CD = ... = EB durch a und die Größe der Abweichung CF, DI, ... EH von der geraden Linie durch d bezeichnet, (Fig. 123.)

$$AF = \sqrt{a^2 - d^2}, \quad FI = \sqrt{a^2 - 4d^2}.$$

Ist die Anzahl der Kettenzüge = n, so ist, da außer den beiden Endzügen noch n — 2 Züge übrig bleiben, die gemeßene Länge der Linie

$$AB = 2\sqrt{a^2 - d^2} + (n-2)\sqrt{a^2 - 4d^2},$$

$$= 2a\sqrt{\left(1 - \frac{d^2}{a^2}\right)} + (n-2)\,a\sqrt{\left(1 - \frac{4d^2}{a^2}\right)}.$$

Lös't man die beiden Wurzelgrößen in eine Reihe auf, so erhält man

$$\sqrt{\left(1 - \frac{d^2}{a^2}\right)} = 1 - \tfrac{1}{2}\frac{d^2}{a^2} - \tfrac{1}{8}\frac{d^4}{a^4} - \ldots,$$

$$\sqrt{\left(1 - \frac{4d^2}{a^2}\right)} = 1 - 2\frac{d^2}{a^2} - \tfrac{1}{2}\frac{d^4}{a^4} - \ldots;$$

folglich ist, da man die dritten Glieder wegen der Kleinheit von d gegen a vernachläßigen kann,

$$AB = 2a\left(1 - \tfrac{1}{2}\frac{d^2}{a^2}\right) + (n-2)\,a\left(1 - \frac{2d^2}{a^2}\right),$$

woraus nach gehöriger Zusammenziehung sich ergiebt

$$AB = na - \frac{d^2}{a} (2n - 3).$$

Da nun na die eigentliche Länge für die gerade Linie AB sein muß, so ist der begangene subtraktive Fehler

$$\frac{d^2}{a} (2n - 3).$$

Setzt man nun z. B. $d = 0{,}05^0$ und $n = 20$, so ist bei der Länge von $100{,}0^0$ der begangene Fehler $= \frac{(0{,}05)^2}{5} . 37 = 0{,}0185$, also noch nicht volle 2 Zoll, woraus man sieht, daß der Einfluß des obigen Fehlers im Ganzen unbedeutend genannt werden kann.

2) Ist der Fehler zu berücksichtigen, welcher dadurch entsteht, daß die Meßkette auf einem unebenen Boden ungeachtet des stärksten Anziehens nie ganz gerade gespannt werden kann.

Fig. 124. Sind A und B, Fig. 124., die beiden in derselben Horizontalebene liegenden Endpunkte der Kette, so wird die Mitte C den niedrigsten Punkt des Bogens ACB einnehmen. Zieht man die Sehnen AC und CB, setzt diese den zugehörigen Bogen gleich, also $= \frac{1}{2} a$, sowie $DC = d$, so ist $AB = 2\sqrt{\left(\frac{a^2}{4} - d^2\right)} = \sqrt{a^2 - 4d^2}$, während man das Resultat $= a$ erhält, mithin erscheint der begangene Fehler ebenfalls subtraktiv. Nimmt man $d = 0{,}1^0$, welches schon bedeutend genannt werden kann, so ist $AB = \sqrt{5{,}0^0 - 4 . (0{,}1)^2} = 4{,}996 \ldots\ldots$, also der begangene Fehler nur 0,004.

Man kann diesen Fehler aber vermeiden, wenn man auf einem unebenen Boden sich entweder der in IV. §. 13. beschriebenen Meßkette oder einer Meßschnur bedient, welche genau die Länge der Meßkette hat, oder die Längen, Statt mit der ganzen Kette, nur mit ihrer Hälfte bestimmt.

3) Wird die Länge einer Linie mittelst der Meßkette auf einer geneigten Ebene, Statt auf einer Horizontalebene bestimmt, so ist in Fig. 123. die Horizontalprojektion der Kettenlänge $AC = a$ der Linie AF gleich, also wenn man $CF = d$ setzt, $AF = \sqrt{a^2 - d^2}$, während wieder für AF die Länge a ange-

nommen wird; auch in diesem Falle ist daher der begangene Fehler subtraktiv.

4) Alle drei Fehler sind daher subtraktiv und es findet daher niemals eine gegenseitige Aufhebung derselben Statt. In demselben Sinne wirken aber auch die meisten der im §. 9. erwähnten Fehler, so daß in diesen Umständen auch der alleinige Grund zu suchen ist, daß die Bestimmung der Linien mittelst der Meßkette nicht den Grad der Zuverläßigkeit gewähren kann, den manche Praktiker davon zu erwarten glauben. Bei der Würtembergischen Landesvermeßung wurden bei den Längenbestimmungen nur 10 — 20füßige Meßstäbe angewendet und dabei meistens die Grundstücke so aufgenommen, daß ihre Größe unmittelbar aus den gemeßenen Linien bestimmt werden konnte. *)

Schließlich mag hier noch bemerkt werden, daß bei geübten Kettenziehern und angewandter Sorgfalt, auf ebenem Terrain eine Genauigkeit der Linienmeßung mittelst der Meßkette von $^1/_{1500}$ bis $^1/_{2000}$, und auf sehr unebenem Boden von wenigstens $^1/_{500}$ bis $^1/_{1000}$ der Länge der Linien den Erfahrungen gemäß angenommen werden kann und daß bei der Anwendung der in IV. §. 15. beschriebenen Meßstangen eine Genauigkeit von $^1/_{5000}$ bis $^1/_{6000}$ und darüber sich erreichen läßt.

§. 43.

Von allen Methoden, die Größe eines Winkels auf dem Felde zu bestimmen, ist deshalb in den meisten Fällen die mittelst der Meßkette die unvollkommenste, da die genaue Bestimmung lediglich von der richtigen Meßung der drei Seiten des Dreiecks ABC oder BDE (Fig. 122. §. 39.) abhängt, diese aber wegen zu nahe liegender Gebäude, Zäune, Hecken oder sonstiger Hindernisse nicht immer mit der erforderlichen Sorgfalt auszuführen steht.

Wie schwankend die Winkelbestimmung schon wird, wenn das Terrain nicht vollkommen eben ist, jedoch nur unbedeutende Unebenheiten enthält, zeigt das folgende Beispiel, in welchem jeder der Winkel des Dreiecks ABC, Fig. 125. auf drei verschiedene Weise bestimmt worden ist. Fig. 125.

---

*) Proß, Lehrbuch der praktischen Geometrie S. 78., Stuttgart, 1838.

In dem Dreiecke ABC findet man nach §. 39. für a = 25,00°, b = 13,24°, c = 14,6°, A = 127° 43′ 22″, B = 24° 45′ 55″, C = 27° 30′ 43″. Aus den Dreiecken AB″A″ und AB′A′ erhält man für a = 6,88°, b = 3,0°, c = 4,6°, und für a = 15,84°, b = 5,0°, c = 9,6° : A = 128° 5′ 7″ und = 128° 18′ 41″, so daß demnach die größte Differenz = 35′19″ und die kleinste = 13′ 34″ ist.

Auf dieselbe Weise erhält man aus den Dreiecken BA′C′ und BA″C″ für a = c = 5,00°, b = 2,16° und für a = b = 10,0°, c = 4′34° : B = 24° 56′ 54″ und = 25° 3′ 57″. Es ist daher die größte Differenz = 18′2″ und die kleinste = 7′3″.

Endlich erhält man aus den Dreiecken CB′β′ und CB″β″ für a = 5,0°, b = 5,24°, c = 2, 48° und für a = 10,0°, b = 10,24°, c = 4,84° : C = 27° 30′ 43″ und = 27° 38′ 16″, so daß daher die größte Differenz = 7′ 33″, die kleinste = 0 ist. Hätte man aber in dem erst genannten Dreiecke für c = 2,47° Statt c = 2,48° gesetzt, so würde sich C = 27° 21′ 33″, mithin nun als größte Differenz 16′43″ und als kleinste 9′10″ ergeben haben.

Will man daher einigermaßen richtige Resultate erhalten, so muß man Statt der Meßkette die in IV. §. 15. beschriebenen Meßstangen und kann jene nur dann anwenden, wenn der Boden so eben ist, daß man mit der größten Schärfe die Kette gerade spannen kann.

Siebenter Abschnitt.

Unmittelbare Meßung der Horizontal-, Vertikal- und schiefgeneigten Winkel. Das Centrieren der Winkel und die Reduktion der schief gemeßenen Winkel auf den Horizont.

I. Meßung der Horizontalwinkel.

1. Mittelst des Meßtisches.

§. 1.

Aufgabe. An einen auf der Meßtischplatte gegebenen Punkt c die Horizontalprojektion eines auf dem Felde gegebenen Winkels PCQ, Fig. 126., zu konstruieren.

Fig. 126.

Man stelle den Meßtisch mit c senkrecht über C und die Platte nach dem Augenmaße horizontal, was durch Verrücken des Tisches oder Verschieben der Platte und durch Einlothen mittelst der Einlothzange oder eines Lothes leicht möglich ist. Darauf stellt man den Meßtisch durch die aufgesetzte Libelle mittelst der Stellschrauben genau horizontal und zieht die Klemmschrauben der letzteren an. Man zieht nun durch c ungefähr in der Richtung CP eine gerade Linie cp, legt an diese die Kante des Lineals der Kippregel, bringt durch grobe Achsendrehung der Meßtischplatte, cp ungefähr in das Alignement CP, klemmt und stellt mittelst der Mikrometerbewegung den Durchschnitt der Kreuzfäden genau auf P. Bei unverrückter Meßtischplatte dreht man nun (wo möglich aber ohne Anwendung der Anschlagnadel) die Visierkante der Kippregel um c so weit auf der Platte herum, bis das Fadenkreuz auf Q gerichtet ist und zieht längs der Kante die Linie cq, so ist pcq der gesuchte Winkel.

Um sich nun schließlich vom unverrückten Stande der Meßtischplatte zu überzeugen, lege man bei dem Mangel eines Versicherungsfernrohrs die Kippregel wieder an die Linie cp, die

behuf genaueren Anlegens gleich anfangs rückwärts bis p′ verlängert, oder doch daselbst auf dem Rande bemerkt war, so muß der Durchschnitt der Kreuzfäden wieder auf P gerichtet sein.

Statt dieses Verfahrens eine Orientierboussole anzuwenden, ist nicht rathsam, da diese nicht die erforderliche Sicherheit gewähren kann.

§. 2.

Aufgabe. Den auf dem Meßtische konstruierten Winkel pcq (Fig. 126.) in der Gradabtheilung zu bestimmen.

Man beschreibe aus c mit dem Halbmeßer cp = 500 eines tausendtheiligen Maßstabes den Kreisbogen pq und meße die Länge der Sehne pq, so ist

$$\sin. \frac{1}{2}\ pcq = \frac{pq}{1000}.$$

Berechnet man also diesen Quotienten, schlägt denselben in den Sinustafeln auf und verdoppelt den daneben stehenden Winkel, so erhält man den gesuchten Winkel in der Gradabtheilung. Die Richtigkeit beruht auf der trigonometrischen Formel

$$\sin.\ \varphi = \frac{1}{2}\ ch.\ 2\ \varphi.$$

Beispiel. Es sei pq = 376,6 so ist $\sin. \frac{1}{2} pcq = 0{,}3766$, $\frac{1}{2}\ pcq = 22^0\ 11'$, also $pcq = 44^0\ 22'$.

Anmerkung. Man darf hierbei aber nicht übersehen, daß durch das Abnehmen der Länge der Sehne auf dem Maßstabe u. s. w. der Winkel nur bis auf einige Minuten genau gefunden werden kann.

2. Mittelst der Boussole.

§. 3.

Aufgabe. Den Abweichungswinkel zweier auf dem Felde gegebener Linien CP und CQ, von dem durch C gehenden magnetischen Meridiane, und dadurch die Horizontalprojektion des gegebenen Winkels PCQ zu bestimmen.

Nachdem man die Zulegeplatte so auf ihrer Unterlage befestigt hat, daß bei einem nach Graden abgetheilten Kompasse der Nullpunkt, oder bei einem bergmännischen Kompasse der mit Nord 12 bezeichnete Punkt dem Objektive des Fernrohrs zugekehrt ist, bringe man die Mitte der Theilung senkrecht über C und die Zulegeplatte nach dem Augenmaße in eine horizontale Lage. Nun löse man die Arretierung, stelle mittelst der Stellschrauben (oder aus freier Hand) die Boussole so, daß das Nordende der Magnetnadel genau in der Ebene des Theilringes spielt (man vergl. V. §. 25.), richte das Fernrohr auf P, klemme und stelle mittelst der feinen Achsendrehungsvorrichtung scharf ein, so giebt der Nordpol der zur Ruhe gekommenen Magnetnadel den gesuchten Abweichungswinkel für CP an. Auf dieselbe Weise bestimme man den Winkel für das andere Objekt Q, so ist die Differenz beider Abweichungswinkel der Horizontalprojektion des Winkels PCQ gleich.

Hinsichtlich des Ablesens der Abweichungswinkel ist Folgendes zu bemerken. Die Kompässe mit der Gradabtheilung sind meistens bis auf halbe Grade unmittelbar getheilt und gestatten dann noch eine sichere Schätzung bis auf 10 Minuten. Bei den Markscheiderkompässen dagegen theilt man die Sechszehntel-Stunde (die aber als $\frac{1}{2}$ von der Achtelstunde bezeichnet wird) zuerst in 2 und jeden dieser Theile noch in 3 gleiche Theile; jene werden als Viertel, diese aber durch die Wörter reichlich (mehr) und scharf (weniger) angedeutet und durch Anhängung von r und s bezeichnet. Außerdem bedarf es wegen der gleichen Eintheilung in beiden Halbkreisen noch der Beisetzung der Himmelsgegend. Demgemäß ist die Bezeichnung der aufeinander folgenden Theile der zweiten Achtelstunde des Kompasses: N. 12. 1.; N. 12. 1 r; N. 12. 1¼ s; N. 12. 1¼; N. 12. 1¼ r; .... N. 12. 1¾; N. 12. 1¾ r; N. 12. 2 s; N. 12. 2.

Eine Ablesung der Abweichungswinkel mit beiden Polen der Magnetnadel ist nach V. §. 25. 1. unnöthig. In den wenigsten Fällen will man bei der Anwendung der Boussole auch die Größe der Winkel, welche von verschiedenen Objekten gebildet werden, in der Gradabtheilung wißen, sondern nach V. §. 25. kommt es nur auf eine graphische Darstellung der Lage der verschiedenen Punkte gegen einander an. Damit alsdann die bedeu-

tenderen täglichen Variationen der Magnetnadel (I. §. 51.) keinen Einfluß ausüben können, muß es der Geometer sich zur Regel machen, zu derselben Tageszeit die Konstruktionen auf dem Papiere auszuführen, zu welcher die Aufnahme auf dem Felde erfolgte.

3. Mittelst des Theodolithen und des Repetitionskreises.

§. 4.

Aufgabe. Die Horizontalprojektion eines auf dem Felde gegebenen Winkels PCQ mit dem Theodolith zu bestimmen.

1. Man stelle das Centrum des Theodolithen senkrecht über den Scheitelpunkt des Winkels, so wie den Kreis zuerst nach dem Augenmaße, und dann mit der aufgesetzten Röhrenlibelle horizontal (V. §. 31.) und ziehe die Klemmschrauben fest an. Ist der Horizontalkreis drehbar, so bringe man durch die Klemmungsvorrichtung der Alhidade den Index des Nonius 1. (deren Zahl vier sein mag) auf den Nullpunkt der Theilung; es ist dieß zwar kein nothwendiges Erfordernis, erleichtert aber die Operation. Man notiere sich nun den Stand der Nonien. Geht, wie gewöhnlich, die Bezeichnung der Theilung des Limbus von Links nach Rechts (vom Centrum aus betrachtet), so drehe man den Kreis mit der Alhidade soweit herum, bis man im Fernrohre das linke Winkelobjekt P erblickt, klemme die Achsendrehungsvorrichtungen des Dreifußes und Fernrohrträgers und stelle den Kreuzfaden mittelst der Mikrometerbewegungen scharf auf P ein. Der Horizontalkreis darf nun nicht mehr verrückt werden. Man löse jetzt die Klemmschrauben der Alhidade und des Fernrohrs und richte durch Drehung der Alhidade und des Fernrohrs das letztere auf das Objekt Q, klemme jetzt wieder und richte den Durchschnitt der Kreuzfäden mittelst der Mikrometerbewegungen genau auf Q ein. Darauf lese man abermals den Stand der Nonien ab, subtrahiere von ihrer Summe die Summe der ersten Ablesung und dividiere den Rest durch die Zahl der Nonien, so ist der Quotient das Maß des Winkels PCQ bei der ersten Lage des Fernrohrs.

2. Um nun das Maß des Winkels auch frei von den Fehlern zu erhalten, welche aus der vielleicht nicht ganz richtigen

Lage und Bewegung des Fernrohrs entstanden sind, stellt man jetzt den Index des Nonius 1. auf 180° der Theilung, so wird das Objektiv des Fernrohrs dahin gerichtet sein, wo vorher das Okular lag; man schlage deshalb das Fernrohr durch, oder, falls dieß nicht möglich ist, hebe es aus seinen Achsenlagern und lege es umgewendet, aber ohne zugleich die Achsenenden unter einander zu vertauschen, wieder ein, meße den Winkel auf die nämliche Weise wie vorhin, welches Maß man das Resultat bei der zweiten Lage des Fernrohrs nennt und nehme von beiden Resultaten das arithmetische Mittel.

3. Gestattet der Horizontalkreis aber keine Achsendrehung, so richtet man das Fernrohr zuerst auf das linke, dann auf das rechte Winkelobjekt, liest in beiden Fällen den Stand der Nonien ab und verfährt übrigens wie vorhin; nur wird man zur einen oder anderen Ablesung dann 360° zuzusetzen haben, wenn der betreffende Index den Nullpunkt der Theilung überschritten hat.

4. Bei allen diesen Operationen muß man sich aber überzeugen, ob nach der Drehung der Alhidade auf das rechts liegende Winkelobjekt der Horizontalkreis noch seine anfängliche Stellung behalten hat. Dieß geschieht dadurch, daß man nach Beendigung der Winkelmeßung prüft, ob der Durchschnitt der Kreuzfäden bei dem ursprünglichen Stande der Nonien wieder das linke Winkelobjekt trifft; oder es geschieht durch Hülfe eines Versicherungsfernrohrs, welches man nach Feststellung des Kreises auf ein Objekt richtet und nun nachher ebenfalls auf dasselbe gerichtet sein muß.

Meßung der Winkel durch die Repetitions- oder Multiplikationsmethode.

1. Durch die einfache oder Mayer'sche Repetitionsmethode.

§. 5.

Aufgabe. Durch die einfache Repetition die Größe eines Winkels zu bestimmen.

Nachdem man nach dem vorigen §. die Größe des Winkels PCQ, Fig 127., durch den Bogen AB bestimmt hat, wobei also sowohl der Kreis, als die Alhidade festgestellt sind, löst man die

Fig. 127.

Klemmung des Kreises und dreht denselben bei unverändertem Stande der Alhidade so weit nach Links herum, daß das Fadenkreuz des Fernrohrs nach P gerichtet wird, so kommt CB in die Lage CA und der Nullpunkt A rückt nun nach a. Man stelle jetzt den Kreis fest, löse die Klemmung der Alhidade und richte durch Drehung derselben das Fernrohr auf Q, so wird der Index des bei B liegenden Nonius 1. jetzt einen Bogen aB abgeschnitten haben, der das doppelte Maß des Winkels PCQ ist. Wenn man nach dieser zweiten Operation zu einer dritten, vierten u. s. w. schreitet und immer wechselsweise erst mit der Drehung des Kreises nebst der Alhidade, das Fernrohr auf das Objekt P und dann nach Feststellung des Kreises und alleiniger Drehung der Alhidade auf das Objekt Q pointiert, so wird am Ende der nten Operation der Index des Nonius 1. von dem Nullpunkte des Limbus um einen Bogen abstehen, der das nfache des Maßes des Winkels PCQ ist. Weil aber die späteren Ablesungen nicht stets wachsende Angaben geben können, sobald der Index über 360° fortgerückt ist, so ist zu beachten, wie viel Mal dieß während der Winkelbestimmung geschehen ist. Bezeichnet nun x die Größe des Winkels, a_1 das Resultat der zweiten Ablesung, α_1 das der ersten; ist ferner der Nullpunkt des Limbus vom Index 1 m_1 Mal überschritten und n die Zahl der Repetitionen, so ist für den Index 1

$$x = \frac{m_1 \, . \, 360^0 + a_1 - \alpha_1}{n}.$$

Will man nun für alle Indices den Werth von x bestimmen, so erhält man

$$x = \frac{[(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)360^0 + (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)] - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)}{4n}.$$

Es ist daher auch nicht erforderlich, nach jeder einzelnen Operation die Nonienstände abzulesen, sondern zur Vermeidung eines etwaigen Beobachtungs- oder Rechnungsfehlers reicht es hin, aus der ersten Operation sich die ungefähre Größe des Winkels zu bemerken. Indessen pflegt man wohl den Stand des Nonius 1. nach jeder Operation abzulesen und zu notieren, um zugleich die Größe der Differenzen kennen zu lernen.

Zahl der Beobachtungen	Nonius	Beobachtung						Resultat		
		beim Anfange			am Ende					
		Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.
5.	1.	0	0	0	252	33	20			
	2.	90	0	10	342	33	30			
	3.	180	0	5	72	33	15			
	4.	269	59	55	162	33	25			
		540	—	10	830	13	30			
				+	720	—	—			
					1550	13	30			
				20)	1010	13	20	50	30	40

Wie im vorigen §. angegeben ist, bestimmt man nun noch durch eine eben so vielmalige Repetition die Größe des Winkels in der zweiten Lage des Fernrohrs, deren Resultat sein mag 50° 30′ 42,5″, so daß demnach die gesuchte Größe des Winkels 50° 30′ 41,25″ ist.

Anmerkung. Der Erfinder der Methode, die Winkel durch Repetition zu bestimmen, war Tob. Mayer, der sie zuerst 1752 der Göttinger Societät der Wißenschaften mittheilte; sie stammt also aus einer Zeit, wo an den Winkelmeßern die idealisierte Vollkommenheit im Theilen und in der koncentrischen Bewegung der Alhidade noch in weit geringerem Grade erreicht werden konnte, als dieß jetzt hinsichtlich der Eintheilung durch die von Reichenbach konstruierten Kreistheilmaschienen möglich ist. Aus diesem Grunde haben auch einige Geodäten und Astronomen, wie u. a. der verstorbene Littrow die Ansicht ausgesprochen, daß wenigstens für Winkelmeßer zu astronomischem Gebrauch die Repetitionsmethode nicht nur überflüßig, sondern sogar schädlich sei, indem durch die dazu erforderliche Einrichtung eine geringere Stabilität an den Werkzeugen hervorgebracht werde und dadurch andere Fehlerquellen entsprängen, welche oft bedeutend größer seien, als die der etwa unrichtigen Eintheilung. Obgleich nun auch nicht zu leugnen ist, daß durch das sich wiederholende Oeffnen und Schließen der Achsendrehungsvorrichtung des Kreises, selbst die vollkommensten Klemmschrauben leicht

eine fehlerhafte Bewegung des Kreises um seine Vertikalachse erzeugen können, so möchte doch bei geodätischen Werkzeugen, denen man nicht die Größe geben kann, welche die astronomischen Multiplikationskreise und andere zu ähnlichem Zwecke dienende Werkzeuge haben, das Princip der Repetition deshalb nicht geradezu zu verwerfen sein. Auch darf nicht übersehen werden, daß die von uns selbst bei den Beobachtungen gemachten Fehler nach der nmaligen Repetition nur um den nten Theil so groß erscheinen. Selbst der Theilungsfehler, der innerhalb der äußersten Gränzen des ganzen Bogens liegt, der durch nmaliges Wiederholen erhalten wird, wird durch die einzelne Beobachtung nicht erkannt werden können; liegt er aber in dem Maße des Winkels selbst, so wird er durch die nmalige Repetition wieder nmal kleiner sich zeigen.

2. Durch die doppelte oder Borda'sche Repetitionsmethode.

§. 6.

Aufgabe. Mittelst eines Repetitionskreises die Größe eines Horizontalwinkels nach der doppelten oder Borda'schen Repetitionsmethode zu bestimmen.

Ein wesentlicher Theil zur Anwendung dieser Methode ist ein zweites Fernrohr, das unterhalb des Horizontalkreises angebracht ist und nicht nur ganz um den Centralzapfen desselben gedreht, sondern auch durch eine besondere Klemmungsvorrichtung gegen den Kreis festgestellt werden kann (m. vgl. IV. §§. 58. u. 74.). Da dieß untere Fernrohr gegen den Centralzapfen des Kreises immer eine Excentricität von wenigstens einigen Zollen haben wird, in den wenigsten Fällen auch dasselbe durchgeschlagen werden kann, so ist es vortheilhafter, wenn der Künstler die Einrichtung trifft, daß das Fernrohr in seinem Lager umgelegt werden kann. Die Bezeichnung der Eintheilung des Kreises mag auch hier von Links nach Rechts gehen.

Nach der Horizontalstellung des Kreises bringe man den Inder des einen Nonius auf den Nullpunkt der Theilung, wonach also das Hauptfernrohr gegen den Kreis fest steht, löse die Klemmung des unteren Fernrohrs, richte jenes durch Umdrehung des Kreises auf das links liegende Winkelobjekt P, wodurch dann der Kreis an den Dreifuß geschloßen wird, das untere Fernrohr aber

auf das rechtsliegende Objekt Q, wodurch also dieß Fernrohr auch gegen den Kreis festgestellt ist. Man löse nun die Klemmungsvorrichtung des Kreises, drehe denselben mit den beiden gegen ihn festgestellten Fernröhren herum, und stelle das untere Fernrohr auf P ein. Dadurch wird also das früher auf P gerichtete Fernrohr um den Bogen AB (Fig. 127.) nach b zurückgestellt. Löst man also nun die Klemmung der Alhidade und bringt das Hauptfernrohr auf das Objekt Q, so wird der Inder des Nonius, der bis dahin auf dem Nullpunkte der Theilung stand, einen Bogen bA abschneiden, der das doppelte Maß des Winkels PCQ ist.

Nach geschehener Feststellung der Alhidade richtet man nun wieder, nachdem die Klemmung des Kreises gelöst ist, das Hauptfernrohr auf P, schließt also wieder den Kreis an den Dreifuß und stellt das untere Fernrohr auf Q, wodurch auch dieß wieder an den Kreis geschloßen wird; löst abermals die Klemmung des Kreises, richtet dadurch das untere Fernrohr auf P und klemmt wieder, löst die Alhidade und bringt das Hauptfernrohr auf Q, so schneidet der Inder den vierfachen Bogen des Maßes des Winkels PCQ ab u. s. f. Nach der nten Operation ist daher der gesuchte Winkel x, wenn der Inder den Nullpunkt des Limbus m Mal überschritten hat und der von ihm zuletzt abgeschnittene Bogen = a gesetzt wird,

$$x = \frac{m.\ 360^0 + a}{2n}.$$

§. 7.

Wegen der Excentricität des unteren Fernrohrs bedarf aber der im vorigen §. angegebene Ausdruck noch einer Korrektion, indem dabei vorausgesetzt wurde, daß beide Fernröhre senkrecht über und unter dem Mittelpunkte der Theilung sich bewegten. Um die Größe derselben zu bestimmen, muß nur die Größe der Drehungen ausgemittelt werden, welchen man den Fernröhren in den beiden Akten der Meßung ertheilte. Wird angenommen, daß das untere Fernrohr an der rechten Seite des Centralzapfens sich befindet, daß diese Entfernung = e, so wie die Entfernung des links und rechts liegenden Objekts vom Standpunkte beziehungsweise l und r beträgt, so ist in Fig. 98. CP die erste Lage des Hauptfernrohrs, BQ die des unteren; da nun bei der zweiten

Fig. 98.

Drehung des Kreises das untere Fernrohr in die Lage EP kommt, so ist die Größe seiner Drehung durch den Winkel PEQ angegeben. Um denselben Winkel wurde aber das Hauptfernrohr zurückgestellt, und da dieß nun außerdem um PCQ in derselben Richtung gedreht wurde, so ist die der Ablesung a entsprechende Drehung des oberen Fernrohrs

$$\begin{aligned} PEQ + PCQ &= \alpha - Q + PCQ \\ &= PCQ + P - Q + PCQ \\ &= 2\,PCQ + P - Q, \end{aligned}$$

$$\text{folglich } PCQ = \tfrac{1}{2}\,a + \tfrac{1}{2}\,Q - \tfrac{1}{2}\,P.$$

Es ist daher die Korrektion, da $\frac{1}{2}$ a dem Maße des Winkels PCQ entsprechen sollte, $= \frac{1}{2} Q - \frac{1}{2} P$, wofür man aber, wie in V. §. 28. angegeben ist, $\frac{1}{2}\, e \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right) 206264{,}8$ Sekunden erhält.

Wäre das untere Fernrohr statt an der rechten Seite des Centralzapfens an der linken desselben befindlich, so würde e negativ gesetzt werden müßen.

Nur in dem Falle, daß beide Fernröhre das Durchschlagen gestatten, würde man die Korrektion nicht anzuwenden haben, sobald man denselben Winkel mit durchgeschlagenen Fernröhren bestimmt, darauf, und daß man den Index des vorhin genommenen Nonius auf 180° stellt, zum zweiten Male mißt und aus beiden Resultaten das arithmetische Mittel nimmt.

II. Das Centrieren der Winkel.

§. 8.

Ist es nicht gestattet, den zur Meßung eines Horizontalwinkels angewandten Theodolith oder Repetitionskreis (denn nur bei solchen Werkzeugen dürfte wohl vom Centrieren die Rede sein) in dem Scheitel C, des Winkels aufzustellen, sondern erst in einiger Entfernung von demselben, z. B. in A, Fig. 128., so ist einleuchtend, daß nur dann der daselbst gemeßene Winkel PAQ dem Winkel PCQ gleich sein wird, wenn die vier Punkte A, C, P und Q in der Peripherie eines Kreises liegen. In jedem andern Falle muß man aus dem gemeßenen Winkel PAQ und aus der Entfernung a des Standpunktes vom Scheitel die Größe des Winkels

Fig. 128.

PCQ berechnen, welches Verfahren die **Reduktion des gemeßenen Winkels auf das Centrum der Station** oder das **Centrieren** desselben genannt wird.

§. 9.

1. Man meße die Entfernung des Standpunktes A, Fig. 128. vom Scheitelpunkte (**Centrum**) C des Winkels und noch den Winkel α, so ist $\beta = P + c = \lambda + Q$

mithin $c = \lambda + Q - P$,

so daß es also nur darauf ankommt, die Winkel P und Q (**Reduktionswinkel** genannt) zu bestimmen.

Setzt man $CP = l$, $CQ = r$ und $AC = a$, so ist

$$\sin. P = \frac{a \cdot \sin. \alpha}{l} \text{ und } \sin. Q = \frac{a \sin. (\alpha + \gamma)}{r}.$$

Sind die Längen l und r gegen a sehr groß, so werden die Winkel P und Q nur sehr klein sein und man kann dann ohne merklichen Fehler annehmen,

$$\sin. P = P \sin. 1'' \text{ und } \sin. Q = Q \sin. 1'';$$

es ist demnach

$$P = \frac{\sin. P}{\sin. 1''} = 206264{,}8 \sin. P, \quad Q = \frac{\sin. Q}{\sin. 1''} = 206264{,}8 \sin. Q,$$

und daher in Sekunden

$$c = \gamma + 206264{,}8 \frac{a}{r} \sin. (\alpha + \lambda) - 206264{,}8 \frac{a}{l} \sin. \alpha'',$$

welcher Ausdruck allgemeine Gültigkeit hat und nur noch in einzelnen Fällen nach der Lage des Standpunktes gegen das Centrum Modifikationen erleidet.

Liegt nämlich der Standpunkt zwischen den Schenkeln des Winkels PCQ, so ist

$$c = \gamma - Q - P;$$

liegt er zwischen den rückwärts gezogenen Verlängerungen der Schenkel des Winkels, so ist

$$c = \gamma + Q + P;$$

liegt er in dem einen Schenkel des Winkels oder in dessen über das Centrum hinaus gehenden Verlängerung, so ist, wenn A in CP z. B. angenommen wird, für den ersten Fall

$$c = \gamma - Q,$$

und für den anderen

$$c = \gamma + Q.$$

Für alle diese Fälle läßt sich die Richtigkeit aus den betreffenden Figuren leicht nachweisen.

Sind die Entfernungen l und r gegen a unendlich groß, so ist $c = \gamma$; welcher Fall beim Visieren nach zwei Himmelskörpern eintritt.

Fig. 129. 2. Gestattet es das Terrain, in dem Standpunkte A, Fig. 129., die Normalen AB und AD auf AP und AQ zu errichten und die Länge derselben, so wie auch CB und CD zu meßen, so finden sich die Winkel Q und P einfacher, sobald die Entfernung der Objekte P und Q gegen die des Standpunktes A und C sehr groß ist, durch die Ausdrücke: $Q'' = \frac{AB}{QB} . 206264{,}8''$,

$$P'' = \frac{AD}{PD} . 206264{,}8''.$$

III. Meßung der Vertikalwinkel.

§. 10.

Aufgabe. In einem gegebenen Punkte mittelst eines Theodolithen oder der Kippregel eines Meßtisches die Größe eines Elevations- oder Depressionswinkels zu meßen.

1. Nachdem man den Centralzapfen des Winkelmeßers vertikal gestellt, also die Drehungsachse des Fernrohrs in eine horizontale Lage und den Höhenkreis in die Ebene des Vertikalwinkels gebracht hat, richtet man das Fernrohr auf das gegebene Höhenobjekt zuerst durch grobe Drehung, dann nach Anziehung der Klemmungsvorrichtung des Höhenkreises mittelst der Mikrometerbewegung fein ein, liest am Höhenkreise den Stand der Indices der Nonien ab und verbeßert schließlich den dadurch bestimmten Winkel nach V. §§. 22. und 32. um den Kollimationsfehler des Höhenkreises.

2. Dieß Verfahren kann man nur anwenden, wenn die Theilung des Höhenkreises auf beiden Seiten des Index von 0 an mit den wachsenden Zahlen bezeichnet ist, oder das Fernrohr sich nicht durchschlagen läßt. Ist aber die Theilung von 0 an mit fortlaufenden Zahlen bis 360° bezeichnet und der Theodolith ein Kompensationstheodolith, so richte man, nachdem der Nullpunkt der Theilung des Horizontalkreises mit dem Index des

einen Nonius zusammen gestellt ist, das Fernrohr auf das Höhenobjekt und lese den Stand der Nonien des Höhenkreises ab. Darauf drehe man die Alhidade des Horizontalkreises um 180°, schlage das Fernrohr durch und lese abermals den Stand der Nonien ab, so ist die Differenz zwischen der Summe beider Ablesungen, dividiert durch die Zahl der Nonien das doppelte Maß des Komplements des Vertikalwinkels, woraus dieser selbst also sich leicht ergiebt.

3. Auch läßt sich durch den Kompensationstheodolith der gegebene Vertikalwinkel leicht durch die Repetitionsmethode meßen. Nachdem man nämlich das Fernrohr zum zweiten Male auf das Höhenobjekt eingestellt hat, dreht man die Alhidade des Horizontalkreises wieder um 180°, und richtet nach dem Durchschlagen des Fernrohrs abermals dasselbe auf das Höhenobjekt ein, so hat sich der anfänglich mit dem Inder des einen Nonius zusammenfallende Punkt der Theilung des Höhenkreises um das vierfache Maß des Komplements des Vertikalwinkels von jenem Inder fortbewegt u. s. f.

4. In beiden Fällen stelle man nun nach Vollendung der ersten Meßung des Winkels den Punkt 180° der Theilung des Horizontalkreises auf den Inder desselben Nonius, schlage hierauf das Fernrohr durch und bestimme auf die vorhin angegebene Weise die Größe des Vertikalwinkels zum zweiten Male. Von den erhaltenen verschiedenen Resultaten nimmt man dann das arithmetische Mittel.

§. 11.

Aufgabe. **Mittelst des Repetitionskreises die Größe eines Vertikalwinkels durch die Repetitionsmethode zu bestimmen.**

Man stellt zunächst die vertikale Drehungsachse des Werkzeugs genau vertikal, also die Drehungsachse der beiden Kreise horizontal (V. §. 37.), bringe darauf durch Umdrehung der Alhidade des Azimuthalkreises den Hauptkreis in die Ebene des Vertikalwinkels, stelle den Inder des Nonius 1. am Hauptkreise auf dessen Nullpunkt, lese auch die anderen Nonien ab und befestige den Hauptkreis an seinem Nonienkreise durch Anziehung der Klemmschraube. Dann löst man die Klemmung des äußeren Kreises und dreht beide Kreise um ihre Horizontalachse, stellt

das Fernrohr auf das Höhenobjekt, klemmt und stellt mit der Mikrometerbewegung genau ein. Nun liest man auch den Stand des ersten Nonius am Azimuthalkreise ab. Man löst darauf die Klemmung an der Alhidade des Azimuthalkreises, dreht den Hauptkreis nur 180° herum, bis dieser wieder in die Ebene des Vertikalwinkels kommt, klemmt jetzt die Alhidade, löst aber die Klemmung des Nonienkreises am Hauptkreise und bewegt jenen sammt seinem Fernrohre so lange um seine Horizontalachse, bis das Höhenobjekt wieder im Fernrohre erscheint, klemmt dann und stellt mit beiden Mikrometerschrauben genau ein. Der Index des Nonius 1. am Hauptkreise hat dann vom Nullpunkte der Theilung sich um die doppelte Zenithdistanz des Höhenobjekts fortbewegt, so daß man diese dann aus beiden Ablesungen leicht erhalten kann.

Bringt man darauf beide geschloßene Kreise wieder in die erste Lage von der Vertikalachse, löst nun die Klemmung des Hauptkreises und bringt durch Drehung beider Kreise das Fernrohr wieder auf das Höhenobjekt, klemmt alsdann den äußeren Hauptkreis, löst die Klemmung der Alhidade des Azimuthalkreises, bringt den Hauptkreis auf die entgegengesetzte Seite der Vertikalachse, löst den Nonienkreis wieder und stellt das Fernrohr abermals ein, so wird die dritte Ablesung die vierfache Zenithdistanz des Höhenobjekts geben u. s. f.

Auf dieselbe Weise, wie in 4. des vorigen §. angegeben ist, kann man nun eine zweite Meßung ausführen und von dieser und der ersten das arithmetische Mittel nehmen.

§. 12.

Mit dem Repetitionstheodolith, dessen Fernrohr sich unabhängig von dem Höhenkreise bewegen läßt (IV. §. 72.) wird ein Vertikalwinkel auf ähnliche Weise bestimmt, wie mit dem Wiederholungskreise. Man bringt nach dem Horizontalstellen der Drehungsachse des Fernrohrs den Nullpunkt der Theilung mit dem Index des einen Nonius zusammen, stellt alsdann die Kreisklemmung (IV. §. 72.) fest und bringt durch Umdrehung der Alhidade des Horizontalkreises den Vertikalkreis in die Ebene des Vertikalwinkels. Darauf löst man die Achsenklemmung, stellt das Fernrohr auf das Höhenobjekt ein und schließt die Achsenklemmung wieder. Das nun festgestellte Fernrohr mit dem ebenfalls festge-

stellten Höhenkreise bringt man jetzt durch Umdrehung der Alhidade um 180° in die entgegengesetzte Richtung, löst dann die Kreisklemmung, schlägt das Fernrohr durch und stellt mittelst der Mikrometerbewegung genau ein. Dadurch ist aber der Nullpunkt der Theilung von dem Inder des Nonius um einen Bogen fortgerückt, der wieder das Doppelmaß der Zenithdistanz ist. Wie man nun das Vier-, Sechs- ... fache desselben Winkels erhält, ergiebt sich nach dem Obigen sehr leicht.

IV. Meßung der schiefgeneigten und Höhenwinkel mittelst der Spiegelwerkzeuge.

§. 13.

Aufgabe. Mittelst des Spiegelsextanten die Größe eines schiefgeneigten Winkels zu finden.

Man bestimme zunächst nach V. §. 42. die Größe des Kollimationsfehlers für das links liegende Winkelobjekt, wenn die Eintheilung des Limbus, wie es gewöhnlich der Fall ist, von der Linken zur Rechten (vom Mittelpunkte aus betrachtet) bezeichnet ist. Alsdann halte man das Werkzeug an seinem Handgriffe so in der rechten Hand, daß seine Ebene durch die der Objekte geht und drehe die Alhidade so weit längs der Eintheilung herum, bis man im kleinen Spiegel, durch das aufgeschraubte Fernrohr, unter dem dioptrischen Bilde des links liegenden Objekts das katoptrische des rechts liegenden erblickt, klemme und bringe mittelst der Mikrometerbewegung beide Bilder zur Deckung, so giebt der Inder des Nonius, nach Verbesserung des Kollimationsfehlers und des Fehlers wegen der Parallachse (V. §. 44.) die Größe des gegebenen Winkels an, da die halben Grade des Limbus als ganze bezeichnet sind.

Ist der gegebene Winkel größer als der auf dem Limbus eingetheilte Bogen, so muß derselbe getheilt und jeder Theil für sich gemeßen werden.

Anmerkung. Dem Anfänger wird die Koincidenz der Bilder der beiden Objekte weniger Schwierigkeit machen, wenn er anfangs das astronomische Fernrohr mit einem einfachen Rohr vertauscht, oder auch nur mittelst Durchsehens durch den Ring des Fernrohrs die Alhidade so weit vorwärts bewegt, bis beide

Bilder sich beinahe berühren, dann klemmt und nun erst durch Anschrauben des Fernrohrs die genaue Koincidenz der Bilder bewirkt. Nach der Ablesung des Winkels ist dann noch der Kollimationsfehler für das links liegende Objekt zu bestimmen und dieser, so wie die Parallachse in Rechnung zu bringen.

§. 14.

Aufgabe. Mittelst des in IV. §. 81. beschriebenen Reflexionskreises die Größe eines schief geneigten Winkels zu bestimmen.

Das Verfahren ist im Allgemeinen das im vorigen §. angegebene. Nachdem man das Spiegelbild mit dem Prismenbilde des links liegenden Gegenstandes zur Koincidenz gebracht hat, liest man beide Nonien ab, so ist die halbe Summe der Ablesungen der Kollimationsfehler. Darauf bringt man die Bilder beider Objekte zur Koincidenz und liest dann ebenfalls beide Nonien ab, so ist die halbe Summe derselben, nach Verbeßerung des Kollimationsfehlers und des Fehlers wegen der Parallachse die Größe des gegebenen Winkels, da die halben Grade des Limbus ebenfalls als ganze bezeichnet sind.

Anmerkung. Für den Anfänger gilt auch die im vorigen §. gemachte Bemerkung.

§. 15.

Aufgabe. Mittelst des in IV. §. 82. beschriebenen Spiegelkreises die Größe eines schiefgeneigten Winkels zu meßen.

Man gebe dem Dreifuß des Werkzeugs eine solche Stellung, daß durch die alleinige Bewegung der Stellschrauben die Kreisebene in die durch die beiden Objekte gehende gebracht werden kann; bringe den Inder des Nonius 1. auf den Nullpunkt der Theilung und lese die Nonien ab. Durch Drehung des Spiegels und Kreises bringt man das Bild des links liegenden Objekts in die Mitte des Fernrohrs, stellt nun den Spiegel durch seine Klemmschraube fest, schließt den Kreis an die Platte h (Fig. 82.) und bewirkt mittelst der Mikrometerschraube die genaue Einstellung. Darauf löst man die Alhidade an dem Kreise, dreht sie, ohne den Dreifuß auf dessen Unterlage zu verrücken, so weit herum,

bis das rechts liegende Objekt am Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint, klemmt und bringt durch die Mikrometerschraube und die Drehung der Stellschrauben des Dreifußes das Bild genau auf das Fadenkreuz. Liest man nun die Nonien ab, subtrahiert von ihrer Summe die erste Ablesung und dividiert durch die Zahl der Nonien, so ist der Quotient das Maß des ersten Winkels (1. §. 13.). Durch Wiederholung dieses Verfahrens, indem man den Inder des Nonius 1. auf einen andern Theilpunkt des Limbus bringt, kann man den Winkel zum zweiten, dritten Male meßen und von den verschiedenen Resultaten das arithmetische Mittel nehmen.

§. 16.

Aufgabe. Mit dem Borda'schen Reflexionskreise die Größe eines schiefgeneigten Winkels durch Repetition zu bestimmen.

1. Man bringt den Inder des Nonius an der Alhidade CD (Fig. 81.) des großen Spiegels auf den Nullpunkt des Limbus und befestigt die Alhidade an dem Kreise. Darauf dreht man die Alhidade GH des kleinen Spiegels, das Werkzeug mit der Theilung nach Oben gerichtet, bis das direkt gesehene Bild des links liegenden Objekts P, Fig. 129. a., mit dem katoptrischen des rechts liegenden Gegenstandes Q koincidiert. Nun kehrt man das Werkzeug um, daß der Limbus nach Unten gerichtet ist, dreht die Alhidade CD so weit herum, daß das Bild des Objekts Q zur Koincidenz mit dem direkt gesehenen links liegenden Gegenstande P kommt, so ist der von dem Inder des Nonius D abgeschnittene Bogen das gesuchte Maß des gegebenen Winkels. Denn ist M die Lage des kleinen Spiegels in der ersten Stellung des Kreises, N die des großen Spiegels, so wird bei der zweiten Stellung die Lage der Spiegel M' und N' sein. Wenn nun das Objekt Q auf die entgegensetzte Seite nach Q'' zu liegen käme, daß also Q''A'P'' = QAP' wäre, so würde, wie vorhin nach erfolgter doppelter Reflexion der Strahl Q''A' ebenfalls in der Richtung OB gesehen werden. Da aber die Lage der Objekte dieselbe bleibt und Q'A' als parallel mit QA betrachtet werden darf, so muß, damit der reflektierte Strahl Q'A' in die Richtung A'B kommt, um vom Auge O in der Richtung OB wahrge-

Fig. 129. a.

nommen werden zu können, der Spiegel N′ um den Winkel

$$N'A'N'' = \frac{1}{2} Q''A'Q' = P'AQ,$$

d. h. um den Winkel der beiden Objekte gedreht werden (I. §. 14. 2.).

Nimmt man also die vorige Operation nochmals vor, indem man dem Werkzeuge wieder die erste Stellung giebt, daß nämlich die Theilung nach Oben gerichtet ist, läßt die Alhidade CD des großen Spiegels nun unverrückt, dreht dafür die Alhidade GH, bis die Bilder beider Objekte koincidieren; kehrt darauf den Limbus nach Unten und dreht nun die Alhidade CD bis zur Koincidenz der Bilder, so wird der oben genannte Inder einen Bogen abschneiden, der dem doppelten des gegebenen Winkels gleich ist u. s. f.

2. Noch einfacher und zugleich bequemer ist aber das folgende Verfahren, wovon sich nun die Richtigkeit leicht ergiebt. Man stellt den Inder des Nonius der Alhidade GH auf den Nullpunkt des Limbus und bringt durch Drehung der Alhidade CD das Bild des rechts liegenden Gegenstandes mit dem direkt gesehenen links liegenden Objekt zur Koincidenz. Darauf löst man die Alhidade GH, während CD an den Kreis geschloßen bleibt, und richtet das Fernrohr nach dem vorher reflektierten, also rechts liegenden Gegenstande, indem man ihn jetzt als den direkt gesehenen betrachtet, klemmt und stellt mittelst der Mikrometerschraube genau ein, so ist der von dem oben genannten Inder abgeschnittene Bogen das Doppelte des gesuchten Winkels.

Sieht man nun den Punkt, auf welchen jetzt der Inder der Alhidade GH steht, als den Nullpunkt an und wiederholt das vorhin angegebene Verfahren, so erhält man das Vierfache des Winkels u. s. f.

§. 17.

Aufgabe. Mit dem Steinheil'schen Prismenkreise die Größe eines gegebenen schiefgeneigten Winkels zu meßen.

Man bringt den Inder des Nonius 1. ungefähr auf 0 des Limbus, zieht die Klemmschraube N (Fig. 83.) des Kreises an, dreht das Prisma der Alhidade, bis das Bild des links liegenden Gegenstandes mit demselben Bilde des Kreisprisma's koin-

cidiert und liest den Stand der beiden Nonien ab, so ist die halbe Summe derselben der Kollimationsfehler des Werkzeugs. Nun löst man die Klemmschraube der Alhidade, dreht ihr Prisma, bis das Bild des rechts liegenden Objekts mit dem des links liegenden beinahe koincidiert, klemmt und bewirkt die genaue Koincidenz. Das scharfe Erkennen der Bilder wird durch Erhöhen oder Erniedrigen des Fernrohrs erreicht. Man liest darauf den Stand des einen Nonius ab, um die ungefähre Größe des abgeschnittenen Bogens zu erfahren, löst die Klemmschraube N, dreht den Kreis mit der daran geschloßenen Alhidade um den abgelesenen Winkel, wozu der Inder i an dem Arme k und die in IV. §. 84. erwähnte zweite Eintheilung dient, und sieht entweder durch das Fernrohr nach dem rechts liegenden Objekte oder bei umgekehrter Lage des Werkzeugs nach dem links liegenden, und bewirkt mittelst der Mikrometerschraube die genaue Koincidenz der beiden Bilder. Dann ist die halbe Summe der Ablesungen an beiden Nonien nach Verbesserung des Kollimationsfehlers der gesuchte Winkel der Objekte.

§. 18.

Anmerkung. Der Reflexionskreise und des Sextanten wird man sich bei trigonometrischen Aufnahmen dann mit Vortheil bedienen, wenn man einen Stativwinkelmeßer nicht anwenden kann oder die zum Centrieren nöthigen Data schwierig zu bestimmen sind, wie dieß zuweilen bei der Meßung von Winkeln auf Thürmen der Fall ist. Bei ihrer Anwendung ist aber noch zu bemerken, daß die mit ihnen gemeßenen Winkel um so zuverläßiger zu bestimmen sein werden, je größer die Seiten der zugehörigen Dreiecke sind. Soll die sonst nöthige Reduktion der gemeßenen Winkel auf den Horizont des Standortes und die Verbeßerung des Fehlers wegen der Parallachse (V. §. 44.) unnöthig werden, so müßen die Winkelobjekte eine Entfernung von circa 16000 Fuß haben.

Bei der Winkelmeßung wählt man in der Regel das schwächer beleuchtete Objekt zu dem, für welches man den Kollimationsfehler bestimmt, weil dasselbe direkt gesehen wird, ausgenommen beim Prismenkreise. Ist dieß nun das rechts liegende, so muß das Spiegelwerkzeug umgekehrt, d. h. seine Eintheilung dem Erdboden zugewendet werden. Dieß wird z. B. nothwendig

bei der Bestimmung der Winkeldistanz zwischen dem Monde und der Sonne, wenn letztere rechts vom ersteren steht. Hierbei bedient man sich auch zweckmäßig des im §. 13. (Anmerkung) angegebenen Verfahrens. Auch bringt man dabei die entgegengesetzt liegenden Ränder der beiden Himmelskörper zur Berührung, wobei nur noch darauf zu achten ist, daß die Berührung in der Mitte des Sehfeldes des Fernrohrs Statt findet.

§. 19.

Aufgabe. Mittelst des katadioptrischen Spiegellineals die Größe eines schiefgeneigten Winkels zu meßen.

Nach dem Einrichten auf das linke Winkelobjekt werden die beiden Spiegel durch die Mikrometerschraube N (Fig. 79.), nachdem der Inder des Nonius auf 0 des Limbus gestellt ist, in eine parallele Lage gebracht, also ist die Kollimation = 0. Die Bewegung des großen Spiegels zur Koincidenz der Bilder beider Objekte geschieht durch die Bewegung des Lineals K; weil nun nach IV. §. 78. bei der Koincidenz beider Bilder der von den Linealen gebildete Winkel dem doppelten Drehungswinkel des großen Spiegels gleich ist, dieser aber nach I. §. 13. dem Winkel gleicht, den die von dem Standpunkte nach den Objekten gehenden Richtungen bilden, so giebt der vom Inder abgeschnittene Bogen den Winkel der Objekte, also auch den Drehungswinkel des Lineals K an, da die halben Grade des Limbus als ganze bezeichnet sind. Ist nun das Werkzeug durch die Zwingen Z mit der Meßtischplatte verbunden, so kann der gemeßene Winkel mittelst der Lineale sogleich verzeichnet werden.

§. 20.

Aufgabe. Mittelst des Sextanten oder der Reflexionskreise die Größe eines Höhenwinkels zu bestimmen.

Man stellt einen der in IV. §. 77. beschriebenen künstlichen Horizonte in 2 bis 3 Fuß Entfernung vom Standpunkte so auf, daß man ebensowohl den Gegenstand, als auch dessen vom Horizonte reflektiertes Bild sehen kann, hält nun das Werkzeug in die Vertikalebene des Winkels, sieht durch den unbelegten Theil des kleinen Spiegels, oder bei dem in IV. §. 81. beschriebenen Werkzeuge und dem Steinheil'schen Prismenkreise (der in IV. §. 82. beschriebene Apparat gestattet keine Höhenwinkelbestimmungen) durch

das Kreisprisma auf das Bild des Höhenobjekts im Horizonte und bewegt den großen Spiegel oder bei dem Steinheil'schen Prismenkreise das Alhidadenprisma so weit fort, bis das doppelt reflektierte Bild am Fadennetz des Fernrohrs erscheint, klemmt nun und bringt durch die Mikrometerbewegung beide Bilder zur Koincidenz. Dann ist mit Berücksichtigung des Kollimationsfehlers, der vom Index des Nonius abgeschnittene Bogen der doppelte Höhenwinkel.

Denn ist S in Fig. 129. b. das Höhenobjekt, in O das Auge des Beobachters, AB der künstliche Horizont, also, wenn Ds = DS ist, s das Bild von S, so ist SCD = OCA = DCS, also SCs = 2SCD. Eigentlich sollte sich das Auge in C befinden; bei Sonnenbeobachtungen aber ist S'O $\doteqdot$ SC, also S'OC = SCs. Fig. 129. b.

Anmerkung 1. Auch hierbei ist es dem weniger Geübten anzurathen, die ungefähre Koincidenz oder Berührung der Bilder ohne Fernrohr vorzunehmen und dann erst durch Anschrauben des Fernrohrs die Berührung vollkommen zu Stande zu bringen.

2. Bei der Bestimmung von Sonnenhöhen bringt man gewöhnlich den obern oder unteren Rand des Sonnenbildes zur Berührung, nämlich den oberen oder unteren Rand des vom Alhidadenspiegel oder Alhidadenprisma reflektierten Bildes mit dem entgegengesetzten des vom künstlichen Horizonte abgespiegelten, wobei nur zu berücksichtigen ist, daß bei einem astronomischen Fernrohr der obere Sonnenrand Unten erscheint. Um die wahre Höhe des Sonnenmittelpunktes zu erhalten, muß man dann noch von der beobachteten Höhe des Sonnenrandes die Korrektion wegen der astronomischen Strahlenbrechung abziehen und den Halbmeßer der Sonne beim Beobachten des unteren oder oberen Sonnenrandes beziehungsweise addieren oder abziehen.

V. Reduktion schief gemeßener Winkel auf den Horizont des Standortes.

§. 21.

Aufgabe. Einen gegebenen schief geneigten Winkel auf den Horizont des Standortes zu reducieren.

wenn die Vertikalwinkel seiner Schenkel bekannt sind.

Fig. 130. Es sei in Fig. 130. BAC = α der gemeßene Winkel, dessen Schenkel hier oberhalb der durch A gedachten Horizontalebene DAE angenommen werden mögen. Setzt man BAD = β und CAE = γ und denkt sich aus A eine Kugel beschrieben, in A auf DAE die Normale AZ errichtet und nun durch AB, AC und AZ größte Kreise gelegt, so sind in dem sphärischen Dreiecke CFG die drei Seiten FG = α, ZG = $90^0 - \beta$ und ZF = $90^0 - \gamma$ bekannt; da nun der Bogen KH als Maß des gesuchten Winkels auch das Maß des sphärischen Winkels FZG ist (II. §. 15. 3.). so erhält man nach II. §. 29., wenn man in der Gleichung 7 Statt s die Summe a + b + c schreibt,

$$\sin. \tfrac{1}{2} Z = \sqrt{\left(\frac{\sin. \tfrac{1}{2}(\alpha + (90^0 - \beta) - (90^0 - \gamma)) \sin. \tfrac{1}{2}(\alpha + (90^0 - \gamma) - (90^0 - \beta))}{\sin. (90^0 - \beta) \sin. (90^0 - \gamma)}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\sin. \tfrac{1}{2}(\alpha + \gamma - \beta) \sin. \tfrac{1}{2}(\alpha + \beta - \gamma)}{\cos. \beta \cos. \gamma}\right)}.$$

Liegt der eine Schenkel des gemeßenen Winkels, z. B. AB unter dem Horizonte DAE, so ist β negativ zu nehmen und da $\cos. - \beta = \cos. \beta$ ist, so erhält man für diesen Fall

$$\sin. \tfrac{1}{2} Z = \sqrt{\left(\frac{\sin. \tfrac{1}{2}(\alpha + \beta + \gamma) \sin. \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta - \gamma)}{\cos. \beta \cos. \gamma}\right)}.$$

In dem Falle, daß beide Winkel β und γ Depressionswinkel sind, gilt wieder die zuerst angegebene Formel.

Beispiel. Es sei $\alpha = 79^0 5'$, $\beta = -20^0 18'$, $\gamma = 15^0 25'$, so ist $\tfrac{1}{2}(\alpha + \beta + \gamma) = 57^0 24'$, $\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta - \gamma) = 21^0 41'$,

$$\begin{aligned}
\log. \sin. 57^0 24' &= 9.\ 9255454 - 10.\\
\text{Log.} \sin. 21^0 21' &= 9.\ 5675868 - 10.\\
\text{Comp.} \log. \cos. 20^0 18' &= 0.\ 0278486.\\
\text{Comp.} \log. \cos. 15^0 25' &= 0.\ 0159148.\\
\hline
&\ 19.\ 5368956 - 20.\\
\text{Log.} \sin. \tfrac{1}{2} Z &= 9.\ 7684478 - 10.\\
\tfrac{1}{2} Z &= 35^0\ 55'\ 34''\\
Z &= 71^0\ 51'\ 8''.
\end{aligned}$$

VI. Die Zuverläßigkeit der Winkelmeßung.

§. 22.

Kein unmittelbar gemeßener Winkel, selbst unter günstigen Umständen bestimmt, kann für absolut richtig gehalten werden, da nicht nur der Künstler die idealisierte Vollkommenheit im Theilen und in der koncentrischen und normalen Bewegung der einzelnen Theile der Winkelmeßer, so wie überhaupt die absolut richtige Konstruktion nur annäherungsweise zu erreichen vermag, auch kein solches Werkzeug absolut richtig rektificiert werden kann, sondern auch von uns selbst bei der größten angewandten Sorgfalt durch die Beschränktheit unserer Sinne größere oder kleinere Fehler begangen werden. Für den ausübenden Geometer ist es daher immer wichtig, zu wißen oder zu bestimmen, wie groß die Genauigkeit ist, die er bei der Anwendung der Meßwerkzeuge erreichen kann, um daraus für die aus den Meßungen berechneten Größen ein richtiges Urtheil bilden zu können.

Die Fehler, die wir beim unmittelbaren Meßen begehen, sind entweder grobe, aus Nachläßigkeit entstandene, von denen aber, da sie bei gehörig angewandter Sorgfalt zu vermeiden sind, hier keine Rede weiter sein kann; oder solche, die unter denselben Umständen nach einem bestimmten Gesetze immer wiederkehren und deshalb regelmäßige oder konstante Fehler genannt werden können; oder endlich solche, welche veränderliche Ursachen haben und deren Einwirkung auf die einzelnen Beobachtungen keinem bestimmten Gesetze unterliegt und deshalb unregelmäßige, zufällige oder unvermeidliche Fehler heißen können. Sind die Ursachen der konstanten Fehler und das ihrer Bildung zum Grunde liegende Gesetz aufgefunden, so läßt sich ihre Größe bestimmen, durch Berechnung wegschaffen und sind daher dieselben unschädlich zu machen. Dahin gehören die Fehler wegen der irdischen und astronomischen Strahlenbrechung, wegen der Erhöhung des scheinbaren Horizonts über dem wahren, die Fehler wegen der Parallachse bei Spiegelwerkzeugen, der Kollimationsfehler bei Vertikalwinkelbestimmungen u. a. Zu den unvermeidlichen Fehlern gehören zunächst die, welche aus der Unvollkommenheit unserer Sinne entstehen, oder in äußeren verändernden Umständen liegen, z. B. in der verschiedenen Beleuchtung der Richtpunkte, in den Luftzitterungen

u. s. w., so wie auch die, welche an den Winkelmeßern wegen nicht vollkommen erreichter Rektifikation zurückgeblieben sind.

§. 23.

Es ist einleuchtend, daß wir durch eine einzelne Meßung keine Kenntnis eines Fehlers erlangen können, sondern daß dazu mehrfach wiederholte Meßungen erforderlich sein werden. Die Differenzen der gleich genauen Beobachtungen möglichst klein zu machen, also den Einfluß der unvermeidlichen Fehler möglichst zu vermeiden, dazu dient die von Gauß erfundene, in seiner theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium, Hamb. 1809 dargestellte Methode der kleinsten Quadrate, deren Berücksichtigung aber hier, da sie die Kenntnis der höheren Analysis voraussetzt, unterbleiben muß. Außer in der obigen Schrift findet man dieselbe dargestellt in: Gehler's physik. Wörterb., neue Bearb., X. 1200; Gerling's Ausgleichungsrechnungen der praktischen Geometrie, Hamb. 1843 und Fischer's Lehrbuch der höheren Geodäsie, Darmst. 1845.

Es kann deshalb nur die Absicht sein, hier auf einige der wichtigsten Fehlerquellen aufmerksam zu machen. Dahin gehört

1. der Fehler, welcher beim Visieren nach den Objekten entsteht und der theils von der Sehkraft der Augen, theils von der Dicke des Fadens des Diopters oder des Fernrohrs und von der Beschaffenheit des Signals abhängt. In dieser Hinsicht sind ausführliche Untersuchungen von Stampfer angestellt, der dieselben in dem XVIII. Bande der Jahrb. des polytechn. Instituts in Wien mitgetheilt hat. Hiernach zeigte sich der Visierfehler bei Dioptern, bei zweckmäßiger Einrichtung der Visierwerkzeuge, in der Größe von 10 Sekunden, bei einem Fernrohre mit einer Vergrößerung = 1, von 2 bis 3 Sekunden und bei Fernröhren mit mehrfacher Vergrößerung, von 0,11 bis 2,02 Sekunden, also offenbar von einer weit geringeren Größe, als von anderen Geodäten angenommen wird. Das Zielobjekt war indessen bei den angestellten Versuchen von dem Beobachter nur 76 Fuß entfernt und die Ablesungen wurden auf einem 12zölligen Theodolith, dessen Nonien unmittelbar 4 Sekunden angaben, vorgenommen. Man wandte dabei verschiedene Fernröhre an, wonach sich herausstellte, daß bei guten achromatischen Fernröhren und unter günstigen Umständen, die Schärfe des Visierens der Vergrößerung

proportionel angenommen werden kann; daß die achromatischen Fernröhre einen Vorzug vor den nicht achromatischen darbieten; daß die terrestrischen Fernröhre eine geringere Schärfe zulaßen, wie die astronomischen, und daß Fernröhre mit angemeßener Oeffnung auch einen Vorzug haben vor denen mit größerer Apertur.

In den gewöhnlichen Fällen kommt es überhaupt bei den Fernröhren weniger auf eine starke Vergrößerung, als auf Deutlichkeit und Helligkeit der dadurch betrachteten Objekte an; auch muß die Eintheilung des Limbus der Schärfe, mit welcher die Richtobjekte pointiert werden können, angemeßen sein.

Die Visierfehler werden vermindert durch Schärfe und Uebung des Auges; durch die Feinheit der Objektivfäden bei Dioptern oder der Fäden des Fadenkreuzes des Fernrohrs; durch gute Beleuchtung des Richtobjekts und den scharfen Abstich derselben gegen den Hintergrund; bei nicht flimmernder Luft und bedecktem Himmel und bei einer Form der Objekte, daß sie durch den Vertikalfaden halbiert werden können oder bei Anwendung zweier von der Mitte gleich weit abstehender Vertikalfäden.

2. Ueber die Fehler, welche entstehen, wenn der Winkelmeßer nicht genau horizontal steht, oder in die der excentrischen Bewegung des Fernrohrs oder darin ihren Grund haben, daß die Visierlinie des Fernrohrs sich nicht in einer Vertikalebene bewegt, ist schon in V. §§. 35. und 36. das Nöthige angegeben und auch dort bemerkt, wie die letzteren beiden eliminiert werden können.

§. 24.

Die Genauigkeit, mit welcher die Winkel mit den verschiedenen Winkelmeßern bestimmt werden können, richtet sich bei den winkelmeßenden Werkzeugen theils nach der Größe des Limbus, theils nach der Feinheit der Theilstriche. Ein zwölfzölliger Theodolith, dessen Nonien unmittelbar 4 Sekunden angeben, gestattet demnach eine Schätzung von zwei Sekunden bei der Ablesung des einfachen Winkels, wenn auf die unvermeidlichen Fehler nicht Rücksicht genommen wird. Bei der Anwendung der Repetitionsmethode läßt sich aber bei hinlänglich fortgesetzter Wiederholung jeder beliebige Grad der Genauigkeit erreichen. Vorausgesetzt, daß man bei dem Meßtische eine Kippregel mit einem Fernrohr anwendet, so dürfte wegen der Dicke der Zirkelstiche und der mit

der Bleifeder gezogenen Linien keine größere Genauigkeit als höchstens von einigen Minuten zu erwarten sein. Wie groß die Genauigkeit ist, mit welcher mittelst der Boussole die Winkel bestimmt werden können, ist schon in IV. §. 64. angegeben.

Achter Abschnitt.

Die Aufnahme kleiner Fluren mit dem Meßtische und der Boussole, verbunden mit der Meßkette oder dem Distanzmeßer.

I. Konstruktion der Normalen.

§. 1.

Aufgabe. In einem gegebenen Punkte C einer gegebenen Linie AB auf dem Felde eine Normale zu errichten.

1. Mittelst des Meßtisches.

Fig. 131. Man stelle sich in dem gegebenen Punkte C, Fig. 131. auf, bestimme c senkrecht über C und stelle die Meßtischplatte fest. Nun visiere man nach A oder B und ziehe die Projektion der Visierlinie (die Richtlinie) ab. Errichtet man dann in c auf ab die Normale cd, so ist die längs cd ausgesteckte Linie CD die verlangte Winkelrechte.

2. Mittelst der Boussole *).

Man bestimme in C den Abweichungswinkel der Linie AB vom magnetischen Meridian, drehe die Boussole so weit herum, bis derselbe Pol der Magnetnadel einen um 90 Grad von dem

*) Ueber den Gebrauch der Boussole vgl. m. IV. §. 57. und V. § 25.

abgelesenen verschiedenen Winkel abschneidet und stecke längs der optischen Achse des Fernrohrs die Linie aus.

§. 2.

Aufgabe. Aus einem Punkte C außerhalb einer Linie AB auf dem Felde eine Normale auf die Linie zu fällen.

1. Mittelst des Meßtisches.

Man bestimme in einem beliebigen Punkte der Linie AB, Fig. 132., z. B. in A, auf dem Meßtische den Winkel bac = BAC (VII. §. 1.) und fälle von dem beliebig gewählten Punkte c auf ab die Normale cd. Ist nun C zugänglich, so orientiere man daselbst den Meßtisch nach ac, bringe c senkrecht über C und stecke CD längs cd aus. Fig. 132.

Ist aber C unzugänglich, so stelle man sich in einem zweiten Punkte von AB, z. B. in B auf, orientiere daselbst den Meßtisch nach ab und bestimme den Winkel abc = ABC. Dann fälle man von a und b Normalen aa′ und bb′ auf die Gegenseiten des Dreiecks abc oder ihre Verlängerungen, stecke diese aus und bestimme ihren Durchschnittspunkt E, so ist die Verlängerung von CE die verlangte Normale. Denn da ab als die Horizontalprojektion von AB angesehen werden kann, also Δ abc $\sim$ Δ ABC ist, die Verbindungslinie ce aber normal auf ab steht, so wird auch CE normal auf AB sein.

Anmerkung. Den Meßtisch nach einer auf der Platte verzeichneten Linie oder den Seiten einer Figur orientieren, heißt: ihn in einem anderen Standpunkte in eine solche Lage bringen, daß die verzeichneten Linien den entsprechenden auf dem Felde parallel sind. Um daher den Meßtisch in dem obigen Falle in C nach ac zu orientieren, lege man, nachdem er horizontal gestellt und c senkrecht über C gebracht ist, an ac die Visierkante des Lineals der Kippregel, bringe zuerst durch grobe Drehung der Meßtischplatte die optische Achse des Fernrohrs ungefähr in das Alignement CA, klemme dann und stelle darauf den Durchschnitt des Fadenkreuzes mittelst der Mikrometerbewegung genau auf A ein. Man sieht leicht, daß es hierbei besonders darauf ankommt, daß die Kippregel genau an die verzeichnete Linie ac gelegt wurde. Deshalb ist

es nie zu versäumen, die Richtung einer Linie, wenn danach der Meßtisch später orientiert werden soll, auf den Rändern der Platte zu bezeichnen. In der Nichtbeachtung dieser Regel ist hauptsächlich die Quelle der Fehler zu suchen, die in dem weiteren Fortgange der Aufnahme entstehen.

2. **Mittelst der Boussole** ist das Verfahren dem im vorigen §. angegebenen ähnlich, sobald der Punkt C zugänglich ist. Gestattet dieß aber das Terrain nicht, so wird eine Winkelmeßung und eine Verzeichnung auf dem Papiere erfordert, wozu in Bezug auf die erstere, die Boussole nicht die erforderliche Genauigkeit gewährt.

II. Konstruktion der Parallelen.

§. 3.

Aufgabe. Durch einen gegebenen Punkt C mit einer ebenfalls gegebenen Linie AB auf dem Felde eine Parallele abzustecken.

1. **Mittelst des Meßtisches.**

Fig. 133. Ist die gegebene Linie AB, Fig. 133, zugänglich, so bestimme man in einem beliebigen Punkte D derselben den Winkel bdc = BDC, ziehe durch den willkürlich gewählten Punkt c, ce ‡ ab, stelle sich in C auf und orientiere daselbst den Meßtisch nach cd, so ist die längs ce ausgesteckte Linie CE die verlangte Parallele.

Ist aber die gegebene Linie unzugänglich, so kann die Aufgabe nur nach §. 8. gelöst werden.

Anmerkung. Da das Ziehen der Parallelen auf der Meßtischplatte bei dem Mangel eines Winkelhakens umständlich ist, so kann man kürzer folgendes Verfahren anwenden. Man lege an die Linie, mit welcher eine Parallele auf der Meßtischplatte gezogen werden soll, die Kippregel und suche ein entferntes Objekt auf. Stellt man nun die Meßtischplatte fest, legt an den gegebenen Punkt, durch welchen die Parallele zu ziehen ist, die Kippregel und dreht sie um denselben so lange herum, bis der Durchschnitt des Fadenkreuzes auf das Objekt gerichtet ist, so ist die längs der Kante des Lineals gezogenen Linie die verlangte Parallele.

2. **Mittelst der Boussole.**

Man bestimme in einem beliebigen Punkte D der Linie AB den Abweichungswinkel, drehe in C die Boussole so weit herum, bis derselbe Pol der Magnetnadel den nämlichen Winkel abschneidet und stecke dann längs der optischen Achse des Fernrohrs die Linie aus.

III. Konstruktion eines gegebenen Winkels.

§. 4.

Aufgabe. Mittelst des Meßtisches einen in der Gradabtheilung gegebenen Winkel auf dem Felde abzustecken.

Man nehme aus den Sinustafeln den Zahlenwerth des halben gegebenen Winkels, beschreibe auf der Meßtischplatte aus c, Fig. 126. mit dem Halbmeßer cq = 500 des tausendtheiligen Maßstabes einen Kreisbogen und trage den berechneten Werth von q bis p als Sehne ein, so ist pcq der Winkel, dessen Schenkel man dann abstecken kann. Fig. 126.

Denn $\sin. \frac{1}{2}\, pcq = \frac{\text{chord. } pq}{2\, cq}$, folglich

$$\tfrac{1}{2}\, pcq = \text{arc.} \left(\sin. = \frac{\text{ch. } pq}{2cq}\right),$$

$$\text{und } pcq = 2 \text{ arc.} \left(\sin. = \frac{\text{ch. } pq}{2cq}\right).$$

Anmerkung. Die in mehrfacher Hinsicht, z. B. bei dem Durchhauen einer Linie durch einen Forst, gemachte Forderung, mittelst der Boussole von einem gegebenen Punkte eine Linie unter einem bestimmten Abweichungswinkel abzustecken, bedarf ihrer Einfachheit wegen keiner weiteren Auseinandersetzung.

IV. Bestimmung unzugänglicher Linien.

§. 5.

Aufgabe. Die Länge einer Linie zu bestimmen, die zwar in ihren Endpunkten, aber nicht ihrer Länge nach zugänglich ist.

1. Mittelst des Meßtisches.

Fig. 133. In dem gewählten oder gegebenen Standpunkte C, Fig. 133, bestimme man, wenn DB die gegebene Linie ist, den Winkel dcb = DCB, meße die Linien CD und CB und trage die Längen nach dem verjüngten Maßstabe auf die Schenkel = cd und cb, so ist db das verjüngte Maß von DB, weil △ dcb ∽ △ DCB ist. Sowohl der Zweck der Aufnahme, also die zu erreichende Genauigkeit, als auch die Beschaffenheit des Terrains zwischen C und DB wird entscheiden, ob man die geraden Linien CD und CB mit der Meßkette oder mit dem Distanzmeßer meßen kann (vergl. VI. §. 11.).

2. Mittelst der Boussole.

Man meße in C die Abweichungswinkel der Linien CD und CB, so wie ihre Längen.

Zur Bestimmung der Länge der Linie DB auf dem Papiere, legt man an den gegebenen oder angenommenen Punkt c die Zulegeplatte (IV. §. 65.) mit der einen längeren Seitenkante, dreht sie um diesen Punkt, bis derselbe Pol der Magnetnadel, mit welchem auf dem Felde der Abweichungswinkel bestimmt wurde, den letzteren abschneidet, zieht längs der Kante nach der Seite des Limbus zu, welche auf dem Felde dem Objekte D zugekehrt war (V. §. 25. 1.), mit der zugeschärften Bleifeder eine Linie und trägt auf sie das verjüngte Maß CD von c bis d. Auf dieselbe Weise bestimmt man cb; dann ist db das verjüngte Maß von DB. Es versteht sich von selbst, daß während der Verzeichnung der Linien cd und cb die Papierfläche nicht die geringste Verrückung erlitten haben darf.

Es ist schon in IV. §. 64. erwähnt, daß dem Gebrauche der Boussole der physikalische Satz zum Grunde liegt, daß von nicht zu entfernt liegenden Punkten auf der Erdoberfläche die magnetischen Meridiane als parallel angesehen werden können. Obgleich nun wegen der täglichen regelmäßigen und unregelmäßigen Variationen hinsichtlich der Deklination der Magnetnadel (I. §. 51.) jener Satz nicht unbedingt für jede Jahrs- und Tageszeit gültig ist, so sind doch die erwähnten Veränderungen in kleineren Zeiträumen im Allgemeinen viel zu unbe-

deutend, als daß sie bei der geringen Genauigkeit, welche die Boussole als Winkelmeßer gewährt, in Betracht kommen könnten. Dauert aber eine Meßung längere Zeit, so ist es dennoch zweckmäßig, an einer auf dem Felde abgesteckten und gehörig fixierten Linie von Zeit zu Zeit zu untersuchen, ob die Deklination der Magnetnadel dieselbe geblieben ist und etwa erhebliche Verschiedenheiten in Rechnung zu bringen. Auch mache man hinsichtlich des Ziehens der Linien an der Zulegeplatte und der Stellung derselben gegen die zu bestimmenden Projektionen der Punkte es sich zur Regel, die vorhin angegebenen Vorschriften streng zu befolgen, so wie auch in derselben Tageszeit die Verzeichnung auf dem Papiere vorzunehmen, in welcher die Abweichungswinkel auf dem Felde abgelesen wurden. Befolgt man dann außerdem bei der Aufnahme die in V. §. 25. 1. angegebenen Vorschriften, so erscheinen die auf dem Papiere verzeichneten Winkel befreit von dem Excentricitäts- und Theilungsfehler des Werkzeugs und den regelmäßigen Variationen der Magnetnadel. Zugleich erhellt aber, daß, wenn die Boussole auf dem Felde nur als winkelmeßendes Werkzeug angewendet wird, ferner die durch die Subtraktion zweier Ablesungen erhaltenen Winkel auf dem Papiere nur mit dem Transporteur verzeichnet werden (wie in allen mir bekannten Werken über praktische Geometrie die Vorschriften lauten), die Unvollkommenheit des Werkzeugs nicht vermindert, sondern nur erhöht werden kann.

Anmerkung. Die oben angegebene Methode des mittelbaren Meßens der Linien nennt man das Vorwärts-Visieren und Meßen.

§. 6.

Aufgabe. Wenn die Lage und Entfernung zweier zugänglicher Punkte D und C (Fig. 133.) auf dem Felde bekannt ist, die Lage eines dritten unzugänglichen Punktes zu bestimmen.

1. Mittelst des Meßtisches.

Man bestimme in D den Winkel bdc = BDC und mache dc = DC; stelle sich nun in C auf, bringe c senkrecht über C, orientiere den Meßtisch nach cd und bestimme dcb = DCB, so

werden db und cb die Lage des Punktes B gegen DC angeben; denn es ist △ dcb ∽ △ DCB.

2. Mittelst der Boussole.

Man meße in D und C die Abweichungswinkel der Linien DB und CB und verzeichne dieselben nach dem vorigen §. auf dem Papiere, so ergiebt sich b.

Anmerkung. Man nennt diese Methode des Meßens das Vorwärts-Einschneiden.

§. 7.

Weil der Punkt b bei beiden Werkzeugen aus dem Durchschnitte zweier Linien cb und db sich ergiebt, diese Bestimmung aber um so unsicherer sein wird, je schiefer der Winkel dbc ist, unter welchem sich die Linien schneiden, so muß, wenn B gegen DB eine solche ungünstige Lage hat, von DC aus erst ein anderer, sowohl gegen D oder C, als gegen B günstiger gelegener Punkt X bestimmt werden, um dann die Lage von B gegen DX oder CX zu bestimmen.

§. 8.

Durch dasselbe Verfahren läßt sich auch die Entfernung zweier unzugänglicher Punkte B und E auf dem Felde bestimmen, indem man in D die Winkel BDE und BDC, in C die Winkel DCE und BCE mißt.

2. Auch läßt sich durch die im §. 6. gelöste Aufgabe der im §. 3. unerörtert gebliebene Fall des Ziehens einer Parallele, wenn die gegebene Linie unzugänglich ist, zur Lösung bringen. Ist BE die gegebene Linie, C der gegebene Punkt, so bestimme man nach dem Vorhergehenden aus der Standlinie DC die Lage von BE durch be, ziehe durch c, cm ⫲ be und stecke längs cm die Linie CM aus.

§. 9.

Aufgabe. Wenn die Lage und Entfernung zweier Punkte D und B (Fig. 133.) bekannt ist, die Lage eines dritten Punktes C zu bestimmen, wenn außer C nur noch der eine der ersteren Punkte, oder ein Punkt in der Linie DB oder deren Verlängerung zugänglich ist.

1. Mittelst des Meßtisches.

1. Ist D der zugängliche Punkt, so bestimme man daselbst den Winkel bdc = BDC und mache db = DB. Nun stelle man sich mit dem Meßtische in C so auf, daß cd der Entfernung CD entspricht, bringe c senkrecht über C und orientiere den Meßtisch nach cd, lege die Kippregel an b, visiere nach B und ziehe bc rückwärts, so erhält man den Durchschnittspunkt c. Sollte nun die vertikale Lage von c gegen C bedeutend abweichen, so verstelle man den Meßtisch so weit, bis die Bedingung erfüllt wird und wiederhole das letzte Einschneiden.

2. Ist Statt des Punktes D ein Punkt F der Linie DB oder deren Verlängerung zugänglich, so bleibt das Verfahren im Wesentlichen das nämliche. Ist c dann bestimmt, so muß nur untersucht werden, ob das Fadenkreuz der an dc gelegten Kippregel das Objekt D trifft; zeigt sich eine Abweichung, so entsprach fd oder fb nicht der Entfernung FD oder FB und es ist dann ein nochmaliges Aufstellen erforderlich.

2. Mittelst der Boussole.

Man meße in D die Abweichungswinkel der Linien DB und DC und in C den Abweichungswinkel der Linie BC, so ergiebt sich dadurch nach §. 5. 2. die Lage von c.

§. 10.

Hat der Punkt C gegen die gegebene Linie DB eine sehr schiefe Lage, so wird die Bestimmung des Punktes c nicht genau. In diesem Falle muß man von D aus in einem Seitenalignement fortgehen, welches gegen DB beinahe rechtwinklicht, zugleich aber auch günstig gegen den festzulegenden Punkt C liegt, in diesem nun nach dem vorigen §. einen Punkt bestimmen und durch diesen, sowie durch D den Punkt C durch Vorwärtseinschneiden festlegen.

§. 11.

Aufgabe. Wenn die Lage und Entfernung zweier Punkte A, und B, in Figg. 134. und 135., bekannt ist, mittelst des Meßtisches die Lage eines dritten Punktes C zu bestimmen, wenn nur ein Punkt in der Verlän- (Figg. 134. u. 135.)

gerung von AB oder zwischen A und B zugänglich, der Punkt C aber unzugänglich ist.

Man wähle den Punkt D so, daß er in dem Alignement zweier anderer fester Punkte M und N liegt, oder man bezeichne solche durch Baken, wenn keine fixen Punkte vorhanden sein sollten. Man orientiere daselbst den Meßtisch nach ab, bestimme d' senkrecht über D, sowie die Winkel bd'c' = BDC, und bd'n' = BDN. In dem Alignement MN stelle man sich nun in dem Punkte E, der gegen C und D eine günstige Lage hat, auf, orientiere daselbst den Meßtisch nach m'n', visiere nach A und B und ziehe rückwärts die Visierlinien ae und be, so ist nach §. 9. der Durchschnittspunkt e beider Linien die Projektion von E. Legt man demnach an e die Kippregel und visiert nach dem entfernten Punkte M, so ist der Durchschnitt der Richtlinie m'n' mit d'b oder ihrer Verlängerung, nämlich d, die Projektion von D. Zieht man nun noch durch d die Parallele dc'' mit d'c', so ist c die Projektion von C. Das Ziehen der letzteren Parallele dc'' kann dadurch leicht geschehen, daß man an d'c' die Kippregel legt und untersucht, welches entfernte Objekt O getroffen wird, darauf an d die Kippregel legt, ebenfalls nach O visiert und die Richtlinie dc'' zieht.

§. 12.

Aufgabe. Wenn die Lage und Entfernung zweier Punkte A und B auf dem Felde bekannt ist, mittelst des Meßtisches die Lage eines dritten unzugänglichen Punktes zu bestimmen, wenn weder einer der Endpunkte, noch ein Punkt in der Linie AB oder in ihrer Verlängerung zugänglich ist.

Man stelle den Meßtisch in einem Punkte auf, in welchem C sichtbar ist, in D, Fig. 136., bringe daselbst die Linie ab in eine möglichst parallele Lage mit AB und ziehe rückwärts die Richtlinien Aa und Bb, bis sie sich in d' schneiden. An d' lege man nun die Kippregel, visiere nach C, ziehe die Richtlinie d'c' und bestimme auch m'n' in dem angenommenen Seitenalignement MN. In diesem geht man nun bis E soweit fort, daß E gegen DC eine günstige Lage hat, orientiert daselbst den Meßtisch nach m'n' und bestimmt in dieser Linie den Durchschnitt e' der nach A gehenden Richtlinie. Legt man alsdann an e' die Kippregel

und visiert nach B, so wird die gezogene Richtlinie Be' die Linie d'b in einem andern Punkte als b schneiden, wenn in dem ersten Standpunkte D, ab nicht parallel AB war. Dieser Punkt sei b' so ist ab' ∦ AB, weil ab'd'e' ∽ ABDE ist. Man muß also nun noch ab aus der unrichtigen Lage in die richtige bringen. Zu diesem Zwecke legt man die Kippregel an ab', sucht in der Richtung der optischen Achse des Fernrohrs ein entferntes Objekt O auf, oder steckt in der genannten Richtung eine Bake aus, legt darauf die Kippregel an ab, bringt durch Drehung der Meßtischplatte die optische Achse des Fernrohrs in das Alignement EO und stellt die Platte fest, so ist ab ∦ AB. Durch die beiden Richtlinien Aa und Bb erhält man daher den Punkt e, welcher die Projektion von E sein wird.

Weil nun in D die Linie ab nicht parallel AB war, so wird sowohl d', als auch d'c' eine unrichtige Lage haben. Zur Verbeßerung derselben richte man die an e gelegte Kippregel auf das entfernte Objekt M und ziehe die Richtlinie mn, so wird in dieser die Projektion von D liegen müßen. Nachdem man nun noch durch e die nach C gehende Richtlinie ec'' gezogen hat, gehe man nach D zurück, bestimme daselbst die Projektion d von D und ziehe durch d die nach C gehende Richtlinie dc''', so ist ihr Durchschnitt mit ec'' der gesuchte Punkt c.

Aber auch ohne nach D zurückzugehen, läßt sich in E die fehlerhafte Lage von d' und d'c' berichtigen. Man bringe die Meßtischplatte nur wieder in die ursprüngliche unrichtige Lage, indem man die Kippregel an ab' legt, die Platte so weit dreht, bis das Fadenkreuz das Objekt O deckt und nun die Platte feststellt. Legt man darauf an die fehlerhafte Linie ad' die Kippregel, bemerkt den in der Richtung der optischen Fernrohrachse liegenden entfernten Gegenstand P, bringt alsdann die Meßtischplatte aus der fehlerhaften Lage in die richtige und zieht die Richtlinie Pa, so erhält man in ihrem Durchschnitte mit mn den Punkt d.

Zur Berichtigung der fehlerhaften Richtlinie d'c' bringt man nun wieder die Meßtischplatte aus der richtigen Lage in die unrichtige, legt an jene Linie die Kippregel und bemerkt das entfernt liegende Objekt Q, worauf das Fadenkreuz gerichtet ist; bringt dann die Meßtischplatte wieder in die richtige Lage, stellt die Platte in dieser Lage fest und zieht durch d die nach Q gehende

Richtlinie dc'', so ergiebt sich in dem Durchschnitte der letzteren mit ec'' der Punkt c.

Anmerkung. Man pflegt die in den §§. 9. — 12. angegebene Methode des mittelbaren Meßens der Linien das Seitwärtseinschneiden zu nennen. Es ist einleuchtend, daß von der Ausführung der in den §§. 10. — 12. angegebenen Methoden mittelst der Boussole keine Rede sein kann.

§. 13.

Aufgabe. Die Lage dreier Punkte A, B und C auf dem Felde ist bekannt und das ähnliche Dreieck abc auf dem Meßtische konstruiert; man soll daraus mittelst des Meßtisches die Lage eines vierten Punktes D bestimmen, wenn D außerhalb der Seiten des Dreiecks ABC und deren Verlängerungen liegt und die gegebenen drei Punkte unzugänglich sind.

Hinsichtlich der Lage des zu bestimmenden Punktes D gegen das gegebene Dreieck finden folgende Fälle Statt:

1) Der Punkt D liegt innerhalb des Dreiecks.

2) Der Punkt D liegt außerhalb des Dreiecks, einer Seite gegenüber.

3) Der Punkt liegt in der Peripherie des durch A, B und C gehenden Kreises oder in dessen Nähe und

4) Der Punkt D liegt außerhalb des Dreiecks und zugleich innerhalb des Winkels, den zwei rückwärts verlängerte Seiten einschließen.

Fig. 137. 1. Ist in Fig. 137. abc das auf der Meßtischplatte gegebene, dem Dreieck ABC ähnliche Dreieck, so stelle man sich über dem Punkte D, der zunächst innerhalb des Dreiecks ABC angenommen werden mag auf, nehme d' da an, wo man glaubt, daß er hinfallen wird und bestimme die Winkel α' und β', unter welchen die Seiten AC und AB in D erscheinen. Man mache nun ebc $= \alpha'$ und fcb $= \beta'$, verlängere eb und fc bis sie sich in g schneiden, so wird in der Linie ag der gesuchte Punkt d liegen. Um diesen zu bestimmen, mache man dbc $= \gamma$ und dcb $= \delta$, so ist der Durchschnittspunkt d der gesuchte Punkt.

Denn man beschreibe um b, g und c einen Kreis, so wird derselbe auch durch d gehen, da nach der Konstruktion dbc $= \gamma$

ist. Es ist aber ζ = gdc, folglich auch ebc = α' = adc. Eben so läßt sich zeigen, daß adb = β' ist.

Da nun bei der vorliegenden Aufgabe angenommen werden muß, daß die Richtpunkte A, B, C in solcher Entfernung von D liegen, daß es gleichgültig ist, ob die Winkel α' und β' in d' oder d gemeßen, also beziehungsweise den Winkeln ADC und ADB gleich sind, so liegen die Seiten ab und ac gegen d unter denselben Winkeln, unter welchen AB und AC in D erscheinen.

Die Konstruktion der Winkel ebc, fcb, dbc und dcb mittelst Lineals und Zirkels wird immer eine lästige Operation sein; da nun unter der obigen Voraussetzung die auf der Meßtischplatte von nicht zu weit abstehenden Punkten nach denselben Richtobjekten gezogenen Richtlinien als parallel unter einander angesehen werden können, so läßt sich die Konstruktion der genannten Winkel kürzer auf folgende Weise ausführen. Man lege die Kippregel an bc, drehe die Meßtischplatte bis das Fadenkreuz auf C gerichtet ist, stelle nun die Platte fest und drehe um b die Kippregel bis die Visierlinie des Fernrohrs auf A zeigt; dann giebt die rückwärts gezogene Richtlinie die Linie ebg. Auf ähnliche Weise erhält man durch Anlegen an cb, Visieren nach B und A die Linie fcg. Legt man daher nun an ag die Kippregel und richtet durch Horizontalbewegung der Meßtischplatte die Visierlinie des Fernrohrs auf A, so ist der Meßtisch in dieser Lage orientiert. Man wird daher den Punkt d erhalten, wenn man nach Feststellung der Platte, an c die Kippregel legt und die Richtlinie Cc zieht. Eine Probe erhält man, wenn die Richtlinie Bb ebenfalls durch d geht. Dieß wird um so mehr zutreffen, je entfernter die Richtpunkte A, B und C von D liegen.

2. Hat der Standort D eine der anderen vorhin angegebenen Lagen, so bleibt zwar das Verfahren zur Bestimmung seiner Projektion d im Allgemeinen dasselbe, nur ergiebt sich d nicht mit gleicher Sicherheit. Liegt D außerhalb des Dreiecks ABC, einer Seite BC gegenüber, so erhält g die in Fig. 138. angegebene Lage, woraus folgt, daß die Orientierung des Meßtisches um so größerer Unsicherheit ausgesetzt sein wird, je näher g an a zu liegen kommt. Daher ist dieser Fall in der Praxis möglichst zu vermeiden, oder falls dieß nicht möglich ist, wird die größte Vorsicht anzuwenden sein.

Fig. 138.

3. Fällt also a mit g zusammen d. h. liegt der Standpunkt D mit den drei gegebenen Punkten in der Peripherie eines Kreises, so ist die Bestimmung des ersteren, also die Auflösung der Aufgabe des Rückwärtseinschneidens unmöglich.

4. Liegt der Standpunkt D einer Winkelspitze des Dreiecks ABC gegenüber, Fig. 139., so erhält g eine dem ersten Falle entsprechende Lage, wobei also d mit gehöriger Sicherheit sich ergiebt.

In dem Falle, daß bei 1. oder 4. der Punkt g nicht mehr auf die Meßtischplatte fällt, kann man eine mit bc gezogene Parallele zur Bestimmung desselben benutzen.

§. 14.

Wenn das auf dem Meßtische verzeichnete Dreieck gegen das auf dem Felde gegebene eine solche Lage hat, daß die homologen Seiten beider nicht parallel sind, so werden, falls der vierte Standpunkt D mit A, B und C nicht in einer Kreislinie liegt, die drei rückwärts verlängerten Richtlinien sich nicht in einem Punkte schneiden können, sondern ein Dreieck $\alpha\beta\gamma$, Fig. 140., bilden, welches den Namen des fehlerzeigenden Dreiecks erhalten hat, weil man, auf Erfahrungen gestützt, durch dasselbe mit Sicherheit benrtheilen kann, nach welcher Richtung hin die Meßtischplatte gedreht werden muß, damit die drei Punkte α, β und γ in einen Punkt zusammenfallen. Zeigt sich nämlich das fehlerzeigende Dreieck im Innern des Dreiecks abc, so ist auch der vierte Punkt d innerhalb dieses Dreiecks zu suchen. Liegt dasselbe außerhalb abc, aber innerhalb des umschriebenen Kreises, so liegt der Punkt d neben der Seite von $\alpha\beta\gamma$, welche zu der mittleren Richtlinie gehört. Liegt das Dreieck $\alpha\beta\gamma$ außerhalb abc und des umschriebenen Kreises, einer Seite gegenüber, so liegt d neben der Spitze von $\alpha\beta\gamma$, welche aus den beiden äußersten Richtlinien gebildet wird. Zeigt sich endlich das Dreieck $\alpha\beta\gamma$ zwischen der Verlängerung zweier Seiten von abc, so hat der Punkt d wieder seine Lage neben der Seite von $\alpha\beta\gamma$, welche der mittleren Richtlinie entspricht.

Fig. 140.

Durch geometrische Konstruktion läßt sich der Punkt d dadurch bestimmen, wenn man um a, c und α, nämlich um zwei der verzeichneten Punkte und den Durchschnitt der durch sie gehenden Richtlinien und um c, b und β einen Kreis beschreibt; außer

in c werden sich beide Peripherien noch in einem zweiten Punkte, dem gesuchten, d, schneiden.

Denn unter der Voraussetzung, daß die nach den entfernten Richtpunkten von nicht zu weit abstehenden Punkten auf der Meßtischplatte gehenden Richtlinien als parallel unter einander angesehen werden können, also gleiche Winkel einschließen, ist adc = aαc = ADC und bdc = bβc = BDC.

Die Orientierung des Meßtisches nach einer der Richtlinien ist weiter keinen Schwierigkeiten unterworfen.

§. 15.

Um bei der Bestimmung des Punktes d die lästige Konstruktion der Kreise zu vermeiden, nehme man den Punkt vorläufig da an, wo man glaubt, daß er hintreffen wird, bestimme die Entfernungen desselben von a, b und c nach dem Augenmaße oder durch wirkliches Meßen nach dem Maßstabe und bestimme dann d so, daß die Entfernungen von den Seiten des Dreiecks $\alpha\beta\gamma$ den obigen Längen proportional sind. Denn da δ und ε und eben so ε und ζ als Peripheriewinkel auf demselben Bogen gleich sind, so ist $\triangle$ dmb $\backsim$ $\triangle$ dnc $\backsim$ $\triangle$ doa und daher

$$db : dc : da = dm : dn : do.$$

Dieß ist das von Lehmann vorgeschriebene Verfahren, nach welchem aber anfangs der Punkt d mehr durch oberflächliche Versuche, dann aber dadurch näher bestimmt wird, daß man ein zweites fehlerzeigendes Dreieck konstruiert, mittelst dessen man auf's Neue den gesuchten Punkt zu bestimmen sucht und dieß Verfahren so lange wiederholt, bis die drei Richtlinien sich genau in einem Punkte schneiden.

Anmerkung. Außer den im Vorhergehenden angegebenen Methoden, die Lage des vierten Punktes D auf dem Meßtische zu bestimmen, sind noch verschiedene andere von Bessel, Bohnenberger, Netto, Leonhardi u. a. angegeben worden, in welcher Hinsicht zu vergleichen ist: Ulrich's Lehrb. der prakt. Geometrie II. 236 u. f.; Netto's Handbuch der gesammten Vermeßungskunde I. und dessen Lehrbuch des Aufnehmens mit dem Meßtische, Berlin 1822; Leonhardi's Rückwärtsabschneiden bei Menselaufnahmen, Bautzen, 1837. Die Lehmann'sche Methode findet sich vollständig beschrieben in dessen Anleitung zum Gebrauche des Meßtisches, herausgegeben von

G. A. Fischer (als 2r Theil von Lehmann's Lehre der Situationszeichnung, Dresden, 1816). Auch durch die Orientierboussole läßt sich der vierte Standpunkt finden, wenn der Abweichungswinkel einer der drei Linien DA, DB, DC früher bestimmt ist und nun zum Orientieren in D dienen kann. Endlich ist auch noch ein dreifüßiger Zirkel, auch der Gebrauch eines durchsichtigen Papiers vorgeschlagen, wodurch man versuchsweise den vierten Standpunkt bestimmen und worüber man u. a. vergleichen kann: Schulz-Montanus Handb. der Land- und Erdmeßung II. 142. Berlin, 1819.

§. 16.

Aufgabe. Wenn wie im §. 13. die Lage dreier Punkte A, B, C gegeben ist, daraus die Lage eines vierten Punktes D mittelst des Meßtisches zu bestimmen, wenn derselbe in einer der Seiten des Dreiecks oder deren Verlängerungen liegt.

Fig. 141. Ist D oder D' in Fig. 141, der zu bestimmende Standpunkt, so orientiere man daselbst den Meßtisch nach ab, so wird, da $\triangle$ abc $\sim$ $\triangle$ ABC ist, ac $\#$ AC und bc $\#$ BC sein. Ist daher C von D oder D' sichtbar, so wird die rückwärts gezogene Richtlinie Cc den Punkt d angeben. Ist aber C nicht sichtbar, so lege man durch den vorläufig nach dem Augenmaße angenommenen Punkt d' ein Allignement DE, von dessen einem Punkte E, C gesehen werden kann; bestimme in D die Richtlinie d' e', stelle sich dann in E auf, orientiere hier den Meßtisch nach d' e' und lege durch die rückwärts gezogenen Richtlinien Aa und Bb den Punkt e fest, der noch durch Cc geprüft werden kann. Dann wird der Punkt d sich wie im §. 11. bestimmen laßen.

V. Aufnahme einzelner Grundstücke und kleiner Fluren.

A. Wenn die Flur ganz oder doch größtentheils übersehbar und zugänglich ist.

§. 17.

Aufgabe. Nach der Polarmethode eine übersehbare und überall zugängliche Flur mittelst des Meßtisches oder der Boussole aufzunehmen.

1. In dem Umfange der Flur stecke man durch eingeschlagene Pfähle oder Baken ein Polygon ABC ..... (Fig. 142.) ab, stelle sich mit dem Meßtische in einem der Polygonwinkelpunkte oder in einem Punkte P im Innern oder außerhalb der Flur auf und bestimme in diesem Pole (VI. §. 28.) nach VII. §. 1. die Winkel APB, BPC ...., welche die Polarlinien mit einander einschließen, so wie die Länge der letzteren durch unmittelbares Meßen mit der Meßkette, den Meßstäben oder dem Distanzmeßer und trage die verjüngten Maße der Polarlinien auf, so ist das auf der Meßtischplatte entstandene Polygon abc ... hi dem gegebenen Polygon ähnlich. Krummlinichte Begränzungen der Polygonseiten bestimmt man nach VI. §. 35. Die Längen der Polygonseiten dienen dann zugleich zur Probemeßung.

Fig. 142.

Man bedient sich dieser Polarmethode auch mit Vortheil bei der Aufnahme des kleinen Details bei topographischen Aufnahmen, bestimmt dann die Länge der Polarlinien aber durch den Distanzmeßer.

Ist ein Standpunkt wegen vorhandener Hindernisse zur Bestimmung der Polygonwinkelpunkte nicht ausreichend, so legt man nach §. 5. 1. oder §. 6. 1. noch andere Pole fest, die dann zur Bestimmung der fehlenden Polygonwinkelpunkte dienen.

2. Mit der Boussole ist das Verfahren im Allgemeinen daßelbe, nur mißt man in den angenommenen Polen die Abweichungswinkel der Polarlinien, und bestimmt deren Endpunkte mittelst der gemeßenen Längen durch Zulegen (§. 5. 2.)

§. 18.

Aufgabe. Nach der Basierungsmethode eine übersehbare Flur mittelst des Meßtisches oder der Boussole aufzunehmen.

1. Nachdem man wie im vorigen §. den Umfang der Flur durch ein abgestecktes Polygon bezeichnet hat, mißt man im Umfange, oder innerhalb, oder außerhalb deßelben mittelst der Meßkette oder Meßstangen eine Standlinie, Basis PQ, trägt deren Länge pq auf die Meßtischplatte und bestimmt die Winkelpunkte des Polygons nach §. 6. 1. durch Vorwärtseinschneiden. Da aber hierbei einige der gezogenen Richtlinien sich unter zu schiefen Winkeln schneiden werden, so muß man schon deshalb,

zugleich aber auch der Probe wegen, sobald die unmittelbare Meßung der Polygonseiten unnöthig ist, sich nicht auf zwei Standpunkte beschränken, sondern ein Dreieck PQR unmittelbar meßen und aus dem dritten Winkelpunkte R deßelben, der aber auch aus den beiden anderen nach §. 6.₁. oder §. 9.₁. bestimmt werden kann, die schon vorhandenen Richtlinien nochmals schneiden. Nur bei sich zeigenden geringen Unterschieden, die sich als kleine Dreiecke zu erkennen geben, wird man einen mittleren Punkt als zu bestimmenden Winkelpunkt annehmen können; bei größeren Differenzen aber muß durch eine vierte Richtlinie untersucht werden, welche der drei ersteren unrichtig ist. Dieß wird namentlich dann nothwendig, wenn die zu bestimmenden Punkte zu neuen Standpunkten dienen sollen, wie dieß bei größeren Fluren oder topographischen Aufnahmen der Fall sein wird.

Krummlinichte Begränzungen der Polygonseiten bestimmt man wieder nach VI. §. 35. Die deshalb unmittelbar gemeßenen Polygonseiten dienen dann zur Probe.

2. Mit der Boussole ist das Verfahren im Allgemeinen das nämliche, nur mißt man in den angenommenen Standpunkten die Abweichungswinkel der von ihnen nach den Polygonwinkelpunkten gehenden Richtungen und bestimmt deren Endpunkte durch Zulegen (§. 5. ₂.).

Durch die wiederholt angewandte Basierungsmethode kann man daher auch die Ufer eines Flußes, den Lauf einer Straße u. dgl. bestimmen.

B. Wenn nur der Umfang der Flur zugänglich ist.

§. 19.

In diesem Falle kann man nur entweder die in VI. §§. 23.—25. angegebene Umfangsmethode oder nach Beschaffenheit des Terrains Modifikationen derselben zur Anwendung bringen, je nachdem nämlich der Raum nach Außen frei ist, oder im Innern derselben fixe Punkte vorhanden sind, die von dem Umfange aus bestimmt werden können oder der Raum nach Außen ebenfalls nicht frei und unzugänglich ist.

§. 20.

Aufgabe. Mittelst des Meßtisches oder der Boussole eine nur nach Außen zugängliche, im Innern

aber einen oder mehrere fixe Punkte enthaltende Flur aufzunehmen.

1. Aus drei passend gewählten Standpunkten P, Q und R, Fig. 143., die unter Umständen auch in dem Umfange des Polygons ABC..... angenommen werden können, bestimmt man nach §. 6. 1. die Lage der fixen Punkte X, Y, Z und, wenn die ersteren außerhalb des Polygons liegen, noch so viel Polygonwinkelpunkte A, B, als sich durch zweckmäßige Schnitte bestimmen laßen. In B orientiert man den Meßtisch nach ba, oder bq, bp... und zieht die Richtlinie bc. Orientiert man alsdann in C den Meßtisch nach cb, so bestimmt sich nach §. 9. 1. der Punkt c durch Hülfe von x, y oder z und man erhält also dadurch genugsam Proben. Im Falle aber nur ein fixer Punkt X vorhanden ist, bietet die Länge der unmittelbar gemeßenen Linie BC die Probe dar. Auf diese Weise bestimmt sich jeder folgende Winkelpunkt durch das eine oder andere Verfahren auf genügende Weise. Nur wird man denjenigen der fixen Punkte zum ersten Durchschnitte zu wählen haben, der mit der schon vorhandenen Richtlinie den genauesten Schnitt giebt.

Fig. 143.

2. Auch mit der Boussole läßt sich bei nicht zu ausgedehnten Fluren daßelbe Verfahren anwenden; nur ergiebt sich die Lage aller Punkte erst nach dem Zulegen.

Durch diese Methode des Meßens läßt sich mittelst eines Thurmes oder sonst überall sichtlicher Objekte der Umfang einer Stadt oder eines andern Wohnorts, im gebirgigen Terrain mittelst der auf den Höhen errichteten Signale der Umfang eines Forstes und überhaupt einer Flur, die über ihre Fläche keine freie Aussicht gestattet, aufnehmen.

§. 21.

Haben die Polygonwinkelpunkte gegen einander eine solche Lage, daß man aus jedem derselben noch zwei nächstfolgende sehen kann, so hat man bei der Aufnahme den Vortheil, daß man beim Aufstellen des Meßwerkzeugs immer einen Winkelpunkt überspringen und dessen Lage aus den Richtlinien der ihn bildenden Seiten bestimmen kann. In B z. B. zieht man auf der Meßtischplatte die Richtlinien bc und bd, stellt sich nun in D auf, orientiert nach db, bestimmt d durch X oder Z und durch die Richtlinie dc zugleich c. Die unmittelbar gemeßenen Längen der Po-

lygonsseiten geben zwar Proben ab, indessen laßen sich oft unzweckmäßige Schnitte nicht umgehen, daher dieß Verfahren nur dann seine Anwendung finden kann, wenn nicht die größte Genauigkeit gefordert wird.

§. 22.

Aufgabe. Mittelst des Meßtisches oder der Boussole durch die Umfangsmethode eine unzugängliche und nicht übersichtliche, nach Außen aber eine freie Aussicht gestattende Flur aufzunehmen.

1. Man wende das in VI. §. 25. angegebene Verfahren an; nur werden hier die angenommenen Hülfspunkte P, P′, P″ ... (Fig. 117.) nicht durch unmittelbare, sondern nur durch mittelbare Meßungen festgelegt. Besondere Vorsicht fordert die Festlegung des ersten der Hülfspunkte P. Man bestimmt ihn auf der Meßtischplatte auf genügende Weise durch Vorwärtseinschneiden aus A und B (§. 6. 1.) und durch unmittelbares Meßen der Linie AP oder BP; dann kann er mit Sicherheit zur Bestimmung des Punktes C angewandt werden, wobei zugleich die unmittelbar gemeßene Linie BC zur Probe dient. Auf dieselbe Weise legt man jeden folgenden Winkelpunkt durch unmittelbares Meßen des Winkels und der ihn einschließenden Seiten fest, wobei die Hülfspunkte zur Probe dienen und wenigstens vor groben Irrthümern bewahren. In Hinsicht auf den weiteren Fortgang der Aufnahme befolgt man das in VI. §. 24. angedeutete Verfahren. Schließlich sollte nun nicht allein die letzte Richtlinie durch den schon festgelegten Endpunkt der entsprechenden Polygonseite gehen, sondern auch die unmittelbar gemeßene Länge mit ihrer Projektion übereinstimmen. Allein bei Polygonen von größerer Seitenzahl wird stets der sich fortpflanzenden kleinen Irrthümer wegen eine mehr oder minder große Abweichung sich zeigen. Um dann die aufgenommene Figur zum Schluß zu bringen, bleibt nichts anders übrig, als den entdeckten Fehler auf sämmtliche Stationen verhältnismäßig zu vertheilen. Um den Fehler so klein als möglich zu erhalten, ist es durchaus erforderlich, beim Orientieren die im §. 2. Anm. gegebene Vorschrift bei jedem späteren Aufstellen des Meßtisches streng zu befolgen.

Es ist aber noch zu bemerken, daß weil in frühern Stationen gemachte Fehler durch spätere öfters entweder ganz oder

theilweise sich aufheben können, ein gefundener Schluß der Figur doch noch keinen gültigen Beweis von der richtigen Meßung liefert, daher die Umfangsmethode nur dann anzuwenden sein wird, wenn jede andere unstatthaft ist.

2. Mit der Boussole wendet man ebenfalls das angegebene Verfahren an.

Schema zur Führung des Manuals bei der Boussolen-Meßung.

Stand-punkt.	Endpunkt.	Hülfs-punkt.	Abweichungs-Winkel.	Seiten	
				Bezeich-nung.	Länge Ruthen.

§. 23.

Aufgabe. Mittelst des Meßtisches oder der Boussole durch die Umfangsmethode eine unzugängliche, nicht übersichtliche, auch nach Außen keine freie Aussicht gestattende Flur aufzunehmen.

Da in diesem Falle auch die im vorigen §. angenommenen Hülfspunkte nicht zur Anwendung kommen können, so bleibt nichts anders übrig, als die Vorsicht und Aufmerksamkeit beim unmittelbaren Meßen der Polygonseiten und Winkel zu verdoppeln, um die sich einschleichenden Fehler auf ihr Minimum herabzubringen. Bei der Aufnahme von Forsten hat man gewöhnlich noch den Vortheil, durch einige durchgehauene Diagonalen das Polygon in kleinere Theile zerlegen zu können.

Zum Schema des Manuals für die Boussolenmeßung kann, mit Weglaßung der Kolumne „Hülfspunkt“ das im vorigen §. angegebene genommen werden.

§. 24.

Bei Aufnahmen, die eine nicht große Genauigkeit erfordern und bei welchen es auf eine rasche Ausführung ankommt, z. B. bei militairischen Aufnahmen, bietet in einzelnen Fällen, namentlich beim Seitwärts- und Rückwärtseinschneiden und beim Um-

ziehen die Magnetnadel beim Orientieren des Meßtisches große Bequemlichkeiten dar. Ist z. B. in Fig. 143. AB unmittelbar gemeßen, ab als Projektion auf die Meßtischplatte getragen, die Richtung ns des magnetischen Meridians verzeichnet, und auch die Richtlinie bc gezogen, so bringt man in C den Meßtisch durch Anlegung des Kompasses an ns in die Lage, die er in A oder B hatte und kann dann c durch die Richtlinie Aa leicht bestimmen. Dasselbe Verfahren läßt sich auch bei der Umfangsmethode anwenden, wobei man noch den Vortheil hat, daß man immer einen Stationspunkt überspringen kann, wie dieß leicht erhellt. Selbst beim Rückwärtseinschneiden läßt sich der Kompaß unter den obigen Voraussetzungen mit Vortheil anwenden, wenn nur bei der Konstruktion des Dreiecks pqr (Fig. 143.) die Nordlinie mit verzeichnet war. Ist nämlich in dem zu bestimmenden Punkte A der Meßtisch nach ns orientiert, so bestimmt sich a durch die rückwärts verlängerten Richtlinien Qq, Pp und Rr.

Fig. 143.

§. 25. Schlußbemerkung.

Bei der Aufnahme einer aus mehreren Kulturarten und Baulichkeiten zusammengesetzten Flur wird man nur selten auf die ausschließliche Anwendung der einen oder anderen der im Vorhergehenden angegebenen Methoden sich beschränken können, sondern meistens dieselben verbinden müßen. Welche der Methoden nun hier oder dort am sichersten zum Ziele führt, kann nur durch die Beschaffenheit des Terrains bedingt und durch die nöthige Umsicht bestimmt werden, welche letztere aber nur durch vielfache Übung erworben werden kann. Um indessen dem Anfänger Gelegenheit zur Beurtheilung, welche der Methoden sich am zweckmäßigsten anwenden laße, zu geben, mag hier das Verfahren des Aufnehmens an der in Fig. 144. dargestellten Flur in kurzen Umrißen erläutert werden.

Fig. 144.

Zunächst kommt es darauf an, theils im Umfange oder außerhalb der Flur, theils im Innern derselben Hauptpunkte zu bestimmen, die beim Detailmeßen zum Anhalten dienen; sie sind in der Figur durch römische Ziffern bezeichnet. Nach der unmittelbaren Meßung der Linie I. VI. mit den Zwischenpunkten II. — V. werden zuerst die an der unteren und rechtsliegenden Seite der Flur liegenden fixen Punkte bestimmt. Der hohe, an vielen Stellen sichtbare Schornstein S bestimmt sich nach VIII. §. 6. aus II. IV. und VI.; der Telegraph T_1 aus IV. V. VI.; der Punkt VII. nach VIII. §§. 6. u. 7. aus VI. V. und S.; VIII. aus V. VI. und VII., wobei S und T_1 als Probe dienen.

Auf dieselbe Weise legen sich auch die anderen Hauptpunkte theils nach den genannten §§., theils nach VIII. §§. 13.—16. fest, wie z. B. XVIII. aus XVI. XIV. und XVII., XV. aus XIV. XII. und T_2 sich bestimmen läßt. Zur Festlegung der Hauptpunkte auf der linken Seite der Flur, wurde I. XX. unmittelbar gemeßen, dadurch auch XXI. bestimmt, welcher zugleich aus II. nach VIII. §. 6. seine Be-

stimmung erhellt. Der Punkt xxv. konnte nur nach VIII. §. 5. festgelegt werden und als Probe zur Bestimmung von xix. diente die auf der Chaussee unmittelbar gemeßene Linie xxv. xix.

Zur Aufnahme des kleinen Details wird bei der Bestimmung der Begränzungen der unteren, rechtsliegenden und oberen Seite der Flur die Basierungsmethode angewandt; dieselbe Methode konnte bei der Aufnahme der Begränzungen der im Innern liegenden freien Plätze A, B, C..... I, K angewandt werden, so wie auch bei der Aufnahme der rechts der Eisenbahn liegenden Wiesen-, Acker- und Angerstücke, L, M.....; in einzelnen Fällen führte die Polarmethode eben so leicht zum Ziele, wie z. B. bei der Bestimmung der Gebäude an der linken Seite des Flurstücks O u s. w. Bei der Aufnahme der einzelnen Gassen und der daran gränzenden Baulichkeiten läßt sich am zweckmäßigsten die Boussole anwenden, da das häufige Aufstellen des Meßtisches bei der Methode des Umziehens zu bedeutende Fehler hervorbringt und die festgelegten Hauptpunkte nur selten sichtbar waren. Zum Anhalten der Boussolenmeßung dienen theils schon bestimmte Hauptpunkte, theils Nebenpunkte 1, 2, 3.... die aus jenen nach VIII. §§. 5.—7. festgelegt worden. Es versteht sich von selbst, daß in solchen Punkten die Boussolenmeßung beginnt und wo möglich in Hauptpunkten endet. Zur Orientierung der Meßtischplatte wird der Abweichungswinkel der Linie i. vi. bestimmt.

Neunter Abschnitt.

Die Aufnahme kleiner Fluren mit den winkelmeßenden Werkzeugen.

I. Bestimmung unzugänglicher Linien.

§. 1.

Aufgabe. **Die Länge einer Linie zu bestimmen, die zwar an ihren Endpunkten, aber nicht ihrer Richtung nach zugänglich ist.**

Man meße in dem außerhalb der Linie AB = c, Fig. 111., angenommenen Standpunkte C den Winkel ACB = C und die ihn einschließenden Seiten CA = b und CB = a, so ist

Fig. 111.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos. C.}$$

Bei großen Zahlenwerthen für a und b ist die Anwendung dieser Formel aber unbequem; setzt man

$$\frac{2 \sin. \frac{1}{2} C \sqrt{ab}}{a - b} = \text{tg. } x,$$

so ist $c = \dfrac{a - b}{\cos. x}$.

Denn aus der obigen Gleichung erhält man

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\,(1 - \cos. C) - 2ab,$$
$$= (a - b)^2 + 4ab \sin. \tfrac{1}{2} C^2,$$
$$= (a-b)^2 + (a-b)^2 \text{tg.} x^2 = (a-b)^2 \sec. x^2 = \left(\frac{a-b}{\cos. x}\right)^2.$$

§. 2.

Aufgabe. Aus der bekannten Entfernung a zweier zugänglicher Punkte C und B (Fig. 114.) die Lage eines dritten unzugänglichen Punktes A zu bestimmen.

Fig. 114.

Man meße in C und B die Winkel ACB = C und ABC = B, so ist

$$b = \frac{a \sin. B}{\sin. (B + C)},\quad c = \frac{a \sin. C}{\sin. (B + C)}.$$

§. 3.

Aufgabe. Aus der gegebenen Entfernung a zweier Punkte A und C (Fig. 113.) die Lage eines dritten zugänglichen Punktes E zu bestimmen, wenn nur der eine der ersteren oder ein Punkt zwischen A und C oder in der Verlängerung von AC zugänglich ist.

Fig. 113.

1) Ist der Punkt C zugänglich, so meße man daselbst den Winkel ACE = α und in E den Winkel AEC = β, so ist

$$AE = \frac{a \sin. \alpha}{\sin. \beta},\quad CE = \frac{a \sin. (\alpha + \beta)}{\sin. \beta}.$$

2) Ist der Punkt B in der Verlängerung von AC zugänglich, so meße man daselbst den Winkel ABE = γ und in E die Winkel AEC = β und CEB = δ, so ist, da $\alpha = \gamma + \delta$ ist,

$$AE = \frac{a \sin. (\gamma + \delta)}{\sin. \beta},\quad CE = \frac{a \sin. (\beta + \gamma + \delta)}{\sin. \beta}.$$

§. 4.

Aufgabe. Die Entfernung zweier unzugänglicher Punkte A und B, Fig. 116., zu bestimmen, wenn dieselben aus zwei zugänglichen Punkten C und D, deren Entfernung von einander bestimmt werden kann, gesehen werden können.

Fig. 116.

Man meße die Linie CD = a und in C und D die Winkel ACB = α, BCD = β, ADC = γ und ADB = δ, so ist

$$AD = b = \frac{a \sin.(\alpha+\beta)}{\sin.(\alpha+\beta+\gamma)}, \; D = c = \frac{a \sin.\beta}{\sin.(\beta+\gamma+\delta)},$$

folglich, da AB = $\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos.\delta}$ ist,

$$AB = a\sqrt{\left(\left(\frac{\sin.(\alpha+\beta}{\sin.(\alpha+\beta+\gamma)}\right)^2 + \left(\frac{a \sin.\beta}{\sin.(\beta+\gamma+\delta)}\right) - \frac{2\sin.(\alpha+\beta)\sin.\beta\cos.\delta}{\sin.(\alpha+\beta+\gamma)\sin.(\beta+\gamma+\delta)}\right)},$$

Vortheilhafter ist es aber, wie im §. 1. aus

$$\text{tg. } x = \frac{2 \sin. \tfrac{1}{2}\delta \sqrt{(b\,c)}}{b - c}$$

den Winkel x zu berechnen und dann nach AB = $\frac{c-b}{\cos. x}$, AB zu bestimmen.

§. 5.

Lehrsatz. Wenn die Größe jedes Polygonwinkels und außerdem der Winkel BAM, Fig. 145., bekannt ist, den eine beliebige Seite AB mit einer durch A gehenden Linie AM (welche auch eine Polygonseite sein kann) einschließt, so erhält man die Neigung jeder folgenden Polygonseite, wenn zur Neigung der vorhergehenden Seite der Polygonwinkel addiert wird, den beide Seiten einschließen und man von der Summe 180° subtrahiert.

Fig. 145.

Denn zieht man $BM_1 \pm AM$, so ist 1) $\widehat{CBM_1} = \widehat{CBA} - ABM_1$; da aber $ABM_1 = 180^0 - BAM$, so ist $\widehat{CBM_1} = BAM + \widehat{CBA} - 180^0$.

2) Zieht man $CM_2 \# AM$, so ist $DCM_2 = DCB + BCM_2$; es ist aber $BCM_2 = 180^\circ - CBM_1$ und $CBM_1 = 360^\circ - \widehat{CBM_1}$, folglich $DCM_2 = \widehat{CBM_1} + DCB - 180^\circ$.

3) Man ziehe $DM_3 \# AM$, so ist $EDM_3 = \widehat{EDC} - CDM_3$; weil aber $CDM_3 = 180^\circ - DCM_2$ ist, so ist

$$EDM_3 = DCM_2 + \widehat{EDC} - 180^\circ \text{ u. s. f.}$$

4) Zieht man $IM_8 \# AM$, so ist

$$KIM_8 = 180^\circ - HIK - IHM_7;$$

weil aber KIM_8 in Bezug auf die früheren Neigungen negativ gesetzt werden muß, so ist

$$KIM_8 = IHM_7 + HIK - 180^\circ \text{ u. s. f.}$$

§. 6.

Bei dem in 4. des vorigen §. betrachteten Falle ist die Neigung der Seite IK im entgegengesetzten Sinne als die Neigungen der vorhergehenden Seiten gefunden; da es aber zweckmäßiger ist, die Neigungen nach derselben Richtung von 0° an bis 360° zu bestimmen, so erhält man dann

$$\widehat{KIM_8} = 360^\circ - (180^\circ - HIK + IHM_7)$$
$$= 360^\circ + HIK + IHM_7 - 180^\circ.$$

Ist also bei Zahlenrechnungen zur Bestimmung der Neigung einer Polygonseite die Summe der Neigung der vorhergehenden Seite und des von beiden Seiten eingeschloßenen Polygonwinkels kleiner als 180°, so ist zur Vermeidung des negativen Neigungswinkels 180° zu addieren; ist ferner der nach der Subtraktion der 180° gebliebene Rest größer als 360°, so kann man 360° abziehen und den Rest als die Neigung der betreffenden Polygonseite betrachten; auch könnte man zur Vermeidung des negativen Neigungswinkels zu ihm nur sogleich 360° addieren, welches Verfahren auch mit der ersteren Regel übereinstimmt.

Beispiel. In Fig. 145. seien gegeben die Winkel:
$A = 97^\circ\ 32'\ 2''$, $B = 271^\circ\ 6'\ 34''$, $C = 92^\circ\ 3'\ 13''$,
$D = 201^\circ\ 1'\ 53''$, $E = 96^\circ\ 51'\ 23''$, $F = 196^\circ\ 20'\ 36''$,
$G = 135^\circ\ 35'\ 18''$, $H = 170^\circ\ 1'\ 3''$, $I = 138^\circ\ 5'\ 8''$,
$K = 271^\circ\ 2'\ 6''$, $L = 73^\circ\ 50'\ 42''$, $M = 56^\circ\ 30'\ 2''$,

so erhält man für die Neigung der Seite

$BA = 97^\circ 32' \; 2''$, $CB = 188^\circ 38' 36''$, $DC = 100^\circ 41' 49''$,

$ED = 121^\circ 43' 42''$, $FE = 38^\circ 35' \; 5''$, $GF = 54^\circ 55' 41''$,

$$HG = 10^\circ 30' 59'',\; IH = 0^\circ 32' \; 2'',\; KI = \begin{cases} - \; 41^\circ 22' 50'' \\ \text{oder} \\ + \; 318^\circ 37' 10'', \end{cases}$$

$$LK = 49^\circ 39' 16'',\; ML = \left\{ \begin{array}{c} - \; 56^\circ 30' \; 2'', \\ \text{oder} \\ 303^\circ 29' 58'', \end{array} \right\},\; MA = \mp 180^\circ.$$

Der zuletzt gefundene Werth der Neigung der Seite MA zeigt daher, daß die Neigungen aller Polygonseiten richtig bestimmt worden sind.

§. 7.

Die Entfernung zweier zugänglicher Punkte A und M, Fig. 146., zu bestimmen, wenn keiner derselben von dem andern gesehen, auch außerhalb AM keine Standlinie angenommen werden kann, aus deren Endpunkten die gegebenen Punkte zugleich sichtbar sind.

Fig. 146.

Man verbinde die gegebenen Punkte A und M durch eine Reihe an einander hängender Dreiecke ABC, ABD, BDE ....., meße, wenn eine große Genauigkeit gefordert wird, in jedem Winkelpunkte sämmtliche von den Seiten gebildete Winkel und in dem einen Dreiecke auf ebenem Terrain die eine Seite, z. B. BC, mittelst der Meßstangen. Die bei dem Meßen der Winkel sich ergebenden Unterschiede mit 360° und 180°, falls sie innerhalb der möglichen Fehlergränzen liegen, gleicht man aus. Aus der unmittelbar gemeßenen Seite BC = a und den bekannten Winkeln des Dreiecks ABC berechnet man AC und AB nach den Formeln

$$b = \frac{a \sin. B}{\sin. (B + C)},\; c = \frac{a \sin. C}{\sin. (B + C)},$$

oder durch Hülfe des trigonometrischen Satzes

$$b + c : a = \cos. \tfrac{1}{2} (B - C) : \sin. \tfrac{1}{2} A,$$
$$b - c : a = \sin. \tfrac{1}{2} (B - C) : \cos. \tfrac{1}{2} A$$

mittelst der Ausdrücke

$$b + c = \frac{a \cos. \tfrac{1}{2} (B - C)}{\cos. \tfrac{1}{2} (B + C)},\; b - c = \frac{a \sin. \tfrac{1}{2} (B - C)}{\sin. \tfrac{1}{2} (B + C)}.$$

Eben so in den andern Dreiecken.

Wollte man nun die Dreieckspunkte aus den berechneten Seiten auftragen, um die Entfernung der beiden Punkte A und M zu bestimmen, so würden Fehler, die beim Auftragen des einen Winkelpunktes begangen werden, sich auch auf die andern Winkelpunkte fortpflanzen und dadurch eine Verschiebung der Endpunkte des Dreiecksnetzes veranlaßen. Um deshalb die Lage jedes Winkelpunktes unabhängig von den andern zu bestimmen, legt man durch A eine Linie AN (die Hauptlinie oder Achse), die wo möglich ganz außerhalb des entstehenden Polygons zu liegen kommt, bestimmt den Winkel DAN, den sie mit der einen Dreiecksseite bildet, oder nimmt denselben auch beliebig an und berechnet nach §§. 5. und 6. die Neigungen der äußeren Polygonseiten AD, DE, EF ..... Denkt man sich nun durch jeden Winkelpunkt D, E, F ..... Parallelen mit AN gezogen und auf die letzteren Normalen von jenen Punkten gefällt, so erhält man lauter rechtwinklichte Dreiecke, in welchen die Hypotenuse und ein schiefer Winkel bekannt ist. Man kann daher die Länge der beiden Katheten als Absciße und Ordinate in Bezug auf die Parallele berechnen, z. B. Dd und Ad aus dem rechtwinklichten Dreiecke ADd mittelst der Ausdrücke $Dd = AD \sin. DAd$,

$$Ad = AD \cos. DAd;$$

Ee und De aus dem Dreiecke DEe u. s. f.

Aus diesen berechneten Koordinaten erhält man daher

$$MN = Dd + Ee + Ff + \ldots\ldots$$

$$AN = Ad + De + Ef + \ldots\ldots$$

Dann ist $AM = \sqrt{(AN^2 + MN^2)}$; kommt es aber auch auf die Größe des Winkels DAM an, so berechne man aus $\frac{MN}{AN} = \text{tg. } MAN$ die Größe des Winkels MAN, dann ist

$$DAM = DAN - MAN$$

und

$$AM = \frac{MN}{\sin. MAN}$$

Schema zur Führung des Manuals.

Standpunkt	Signal		Stand des Horizontalkreises							Resultat			Verbesserte Winkel zur Berechnung			Bemerkungen
	links	rechts	Nonius	beim Anfange			am Ende									
				Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	
I.	II.	III.	1	271	17	2	298	33	36	27	16	25,5				
			2	1	17	18	28	33	36							
			3	91	17	2	118	33	28							
			4	181	16	54	208	33	18							
				545	8	16	654	13	58							
						4)	109	5	42							

Fig. 146. stellt das Bild eines Terrains vor, das vielfach von hohem Gebüsch, einem Flusse, Teichen, mehreren Alleen mit hohen Bäumen und kleinen Hügeln durchschnitten ist und auf welchem zur Bestimmung der Entfernung von AM in den Winkelpunkten A, B, C ...... die Winkel der Dreiecke ABC, ABD .... mit einem 12zölligen Theodolith ohne Repetition und bei nur einer Lage des Fernrohrs durch Ablesung zweier Nonien gemeßen wurden.

Von den Dreiecksseiten konnte nur BC = 6[illegible],659° mittelst Meßstangen gemeßen werden. Von den Berechnungen sind nur die Resultate in dem Nachfolgenden tabellarisch zusammengestellt. Es muß noch bemerkt werden, daß bei der Bestimmung mehrerer Winkel eine starke Luftzitterung Statt fand, daher bei einigen Dreiecken bei der Summe der Winkel eine bedeutendere Abweichung von 180° sich zeigte.

Bestimmung der Winkel.

Bezeichnung	Gemeßene Dreieckswinkel Grad	Min.	Sek.	Verbeßerte zur Berechnung Grad	Min.	Sek.
CAB	27	16	25,5	27	16	24
DAB	12	52	56	12	52	50
ACB	104	57	9,5	104	57	8
ABD	133	19	1	133	18	55
ABC	47	46	31	47	46	28
EBG	18	0	7	18	0	18
EBD	55	35	30	55	35	32
ADB	33	48	21	33	48	15
BDE	94	32	49	94	32	51
DEB	29	51	35	29	51	37
BEG	113	50	55	113	51	10
GEF	60	20	10	60	20	—
HGF	63	47	29	63	47	21
FGE	67	45	28	67	45	18
BGE	48	8	21	48	8	32
IHK	12	31	48	12	31	43
KHF	52	0	2	52	0	8
FHG	37	30	24	37	30	16
EFG	51	54	52	51	54	42
GFH	78	42	30	78	42	23
HFK	89	10	46	89	10	52
MIL	25	21	3	25	21	23
LIK	14	3	32	14	3	42
KIH	128	2	30	128	2	25
FKH	38	48	54	38	49	.
HKI	39	25	58	39	25	52
IKL	153	17	14	153	17	24
KLI	12	38	44	12	38	54
ILM	144	39	54	144	40	14
LMI	9	58	4	9	58	23

Berechnung der Dreiecksseiten.

Dreieck	Gegeben	Gesucht	Berechnete Länge Ruthen
ABC	BC = 65,659°	AB	138,435 *)
	BAC = 27° 16′ 24″		
	ACB = 104° 57′ 8″		
	ABC = 47° 46′ 28″		
ABD	AB = 138,435°	AD	181,432
	BAD = 12° 52′ 50″		
	ABD = 133° 18′ 55″	BD	55,468
	ADB = 33° 48′ 15″		
BDE	BD = 55,468°	DE	91,914
	DBE = 55° 35′ 32″		
	BDE = 94° 32′ 51″	BE	111,056
	BED = 29° 51′ 37″		
BEG	BE = 111,056°	EG	46,089
	EBG = 18° 0′ 18″		
	BEG = 113° 51′ 10″		
	BGE = 48° 8′ 32″		
FEG	EG = 46,089°	EF	54,2
	GEF = 60° 20′		
	EGF = 67° 45′ 18″	GF	50,882
	EFG = 51° 54′ 42″		
FGH	GF = 50,882°	FH	74,989
	FGH = 63° 47′ 21″		
	GHF = 37° 30′ 16″		
	GFH = 78° 42′ 23″		
FHK	FH = 74,989°	FK	94,265
	FHK = 52° 0′ 8″		
	HFK = 89° 10′ 52″	KH	119,608
	FKH = 38° 49′		
HIK	HK = 119,608°	KI	32,944
	KHI = 12° 31′ 43″		
	HIK = 128° 2′ 25″		
	HKI = 39° 25′ 52″		
IKL	KI = 32,944°	KL	36,555
	KIL = 14° 3′ 42″		
	IKL = 153° 17′ 24″	IL	67,625
	ILK = 12° 38′ 54″		
ILM	IL = 67,625°	LM	167,222
	LIM = 25° 21′ 23″		
	ILM = 144° 40′ 14″		
	IML = 9° 58′ 23″		

*) Log. CB = 1, 8172943
Log. sin. ACB = 9. 9850407—10
11. 8023350—10
Log. sin. CAB = 9. 6610891—10
Log. AB = 2. 1412459

Berechnete äußere Polygonwinkel				Neigungswinkel der Polygonseiten gegen die Achse AN.					Winkelpunkt	Berechnete Ordinatenstücke		Berechnete Abscissenstücke		Berechnete Ordinaten		Berechnete Abscissen	
	Größe			Winkel			Seiten										
Bez.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	Bez.	Länge Ruthen		Vorz.	Ruthen	Vorz.	Ruthen	Vorz.	Ruthen	Vorz.	Ruthen
ADE	231	37	54	10	.	.	AD	181,042	A	+	0	+	0	+	0	+	0
DEF	155	57	13	61	37	54	DE	91,914	D	+	31,437*)	+	178,292	+	31,437	+	178,292
EFK	140	12	3	37	35	7	EF	54,2	E	+	80,878	+	43,672	+	112,315	+	221,964
FKL	128	27	44	357	47	10	FK	94,265	F	+	33,059	+	42,951	+	145,374	+	264,915
KLM	202	40	52	306	14	45	KL	36,555	K	—	3,641	+	94,195	+	141,733	+	359,11
				328	55	46	LM	167,222	L	—	29,481	+	21,614	+	112,252	+	380,724
									M	—	86,302	+	143,231	+	25,95	+	523,955

*) Log. AD = 2. 2577797
Log. sin. DAN = 9. 2396702—10
Log. Dd = 1. 4974499

$$+ 10$$
$$\text{Log. MN} = 1,\ 4141374$$
$$\text{Log. AN} = 2,\ 7192858$$

$$\text{Log. tang. MAN} = 8,\ 6948516 - 10$$
$$\text{MAN} = 2^0\ 50'\ 7{,}56''.$$

$$+ 10$$
$$\text{Log. MN} = 1,\ 4141374$$
$$\text{Log. sin. MAN} = 8,\ 6943194 - 10$$

$$\text{Log. AM} = 2,\ 7198180$$
$$\text{AM.} = 524{,}587.$$

§. 8.

Aufgabe. Aus der bekannten Lage dreier auf dem Felde gegebener Punkte A, B, C, die Lage eines vierten zugänglichen Punkts D zu finden (Fig. 147.)

Fig. 147.

Da die gegenseitige Lage der drei Punkte gegeben ist, so sind auch die Seiten AC $= b$, BC $= a$ und der Winkel γ des Dreiecks ABC gegeben oder doch zu berechnen. Man wird daher in dem Vierecke ACBD die Linien DA und DB berechnen, also die Lage des Punktes D bestimmen können, wenn man in D die Winkel ADC $= \alpha$ und CDB $= \beta$ mißt und außerdem einer der Winkel CAD oder CBD bekannt wäre. Man setze daher CAD $= \chi$, so ist CBD $= 360^0 - (\alpha + \beta + \gamma + \chi)$, oder wenn man $360^0 - (\alpha + \beta + \gamma) = \varphi$ setzt, CBD $= \varphi - \chi$. Man erhält alsdann

$$\text{DC} = \frac{b \sin. \chi}{\sin. \alpha} = \frac{a \sin. (\varphi - \chi)}{\sin. \beta},$$

folglich $b \sin. \chi \sin. \beta = a \sin. \alpha \sin. (\varphi - \chi)$, oder $b \sin. \beta \sin. \chi = a \sin. \alpha (\sin. \varphi \cos. \chi - \cos. \varphi \sin. \chi)$, mithin $b \sin. \beta = a \sin. \alpha \sin. \varphi \cot g. \chi - a \sin. \alpha \cos. \varphi$, woraus folgt

$$\cot g. \chi = \frac{b \sin. \beta + a \sin. \alpha \cos. \varphi}{a \sin. \alpha \sin. \varphi}$$

$$= \frac{b \sin. \beta}{a \sin. \alpha \sin. \varphi} + \cot g. \varphi.$$

Berechnete äußere Polygonwinkel				Neigungswinkel der Polygonseiten gegen die Achse AN.					Winkelpunkt	Berechnete							
	Größe			Winkel			Seiten			Ordinatenstücke		Abscissenstücke		Ordinaten		Abscissen	
Bez.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	Bez.	Länge Ruthen		Vorz.	Ruthen	Vorz.	Ruthen	Vorz.	Ruthen	Vorz.	Ruthen
ADE	231	37	54	10	.	.	AD	181,042	A	+	0	+	0	+	0	+	0
DEF	155	57	13	61	37	54	DE	91,914	D	+	31,437*)	+	178,292	+	31,437	+	178,292
EFK	140	12	3	37	35	7	EF	54,2	E	+	80,878	+	43,672	+	112,315	+	221,964
FKL	128	27	44	357	47	10	FK	94,265	F	+	33,059	+	42,951	+	145,374	+	264,915
KLM	202	40	52	306	14	45	KL	36,555	K	—	3,641	+	94,195	+	141,733	+	359,11
				328	55	46	LM	167,222	L	—	29,481	+	21,614	+	112,252	+	380,724
									M	—	86,302	+	143,231	+	25,95	+	523,955

*) Log. AD = 2. 2577797
Log. sin. DAN = 9. 2396702—10
Log. Dd = 1. 4974499

$$+ 10$$
$$\text{Log. MN} = 1,4141374$$
$$\text{Log. AN} = 2,7192858$$

$$\text{Log. tang. MAN} = 8,6948516 - 10$$
$$\text{MAN} = 2^{0}\, 50'\, 7{,}56''.$$

$$+ 10$$
$$\text{Log. MN} = 1,4141374$$
$$\text{Log. sin. MAN} = 8,6943194 - 10$$

$$\text{Log. AM} = 2,7198180$$
$$\text{AM} = 524,587.$$

§. 8.

Aufgabe. Aus der bekannten Lage dreier auf dem Felde gegebener Punkte A, B, C, die Lage eines vierten zugänglichen Punkts D zu finden (Fig. 147.)

Fig. 147.

Da die gegenseitige Lage der drei Punkte gegeben ist, so sind auch die Seiten AC = b, BC = a und der Winkel γ des Dreiecks ABC gegeben oder doch zu berechnen. Man wird daher in dem Vierecke ACBD die Linien DA und DB berechnen, also die Lage des Punktes D bestimmen können, wenn man in D die Winkel ADC = α und CDB = β mißt und außerdem einer der Winkel CAD oder CBD bekannt wäre. Man setze daher CAD = χ, so ist CBD = $360^0 - (\alpha + \beta + \gamma + \chi)$, oder wenn man $360^0 - (\alpha + \beta + \gamma) = \varphi$ setzt, CBD = $\varphi - \chi$. Man erhält alsdann

$$\text{DC} = \frac{\text{b sin. } \chi}{\text{sin. } \alpha} = \frac{\text{a sin. } (\varphi - \chi)}{\text{sin. } \beta},$$

folglich b sin. χ sin. β = a sin. α sin. $(\varphi - \chi)$, oder b sin. β sin. χ = a sin. α (sin. φ cos. χ — cos. φ sin. χ), mithin b sin. β = a sin. α sin. φ cotg. χ — a sin. α cos. φ, woraus folgt

$$\text{cotg. } \chi = \frac{\text{b sin. } \beta + \text{a sin. } \alpha \text{ cos. } \varphi}{\text{a sin. } \alpha \text{ sin. } \varphi}$$

$$= \frac{\text{b sin. } \beta}{\text{a sin. } \alpha \text{ sin. } \varphi} + \text{cotg. } \varphi.$$

Aus dem bekannten Winkel φ ergiebt sich dann

$$AD = \frac{b \sin. (\alpha + \chi)}{\sin. \alpha}, \quad CD = \frac{b \sin. \chi}{\sin. \alpha},$$

$$BD = \frac{a \sin. (\alpha + \gamma + \chi - 180^0)}{\sin. \beta}.$$

Anmerkung. Man nennt diese Aufgabe das trigonometrische Rückwärts-Einschneiden, auch das Pothenot'sche oder Snell'sche Problem der drei Punkte, indem Snellius sie schon 1614 angab, der französische Mathematiker Pothenot aber am Ende des 17. Jahrhunderts eine Auflösung dafür lieferte. Später hat man sehr mannigfaltige Auflösungen dafür gegeben.

§. 9.

1. Ist in der vorigen Aufgabe $\gamma = 180^0$, d. h. liegen die drei Punkte A, B, C in einer geraden Linie, so ist $\varphi = 360^0 - (\alpha + \beta + 180^0) = 180^0 - (\alpha + \beta)$, also $\text{cotg.}\ \varphi = -\text{cotg.}\ (\alpha + \beta)$, $\sin.\ \varphi = \sin.\ (\alpha + \beta)$ und daher

$$\text{cotg.}\ \chi = \frac{b \sin.\ \beta}{a \sin.\ \alpha \sin.\ (\alpha + \beta)} - \text{cotg.}\ (\alpha + \beta).$$

2. Hat das Dreieck ABC gegen den Punkt D die Lage der Fig. 148., so muß man für γ seinen Implementwinkel $360^0 - \gamma$ nehmen. Es ist alsdann $\varphi = 360^0 - (\alpha + \beta + 360^0 - \gamma) = \gamma - \alpha - \beta$ und daher

Fig. 148.

$$\text{cotg.}\ \chi = \frac{b \sin.\ \beta}{a \sin.\ \alpha \sin.\ (\gamma - \alpha - \beta)} + \text{cotg.}\ (\gamma - \alpha - \beta).$$

3. Ist in Fig. 147. ACB + ADB = 180^0, d. h. liegt der gesuchte Punkt D mit den drei gegebenen in einer Kreislinie, so ist auch $\varphi = 180^0$ und $\text{cotg.}\ \varphi = \infty$, $\sin.\ \varphi = 0$; man erhält alsdann

$$\text{cotg.}\ \chi = \frac{b \sin.\ \beta}{0} + \infty,$$

d. h. der Ausdruck für $\text{cotg.}\ \chi$ erscheint in einer Form, aus welcher sich der Werth für χ nicht bestimmen läßt. Denkt man sich nun durch die vier Punkte eine Kreislinie gelegt, so leistet jeder andere Punkt, der, wie D, in der Kreislinie liegt, der Aufgabe ebenfalls Genüge, die Auflösung ist also unbestimmt.

4. Die Winkel α und β sind mit um so größerer Schärfe zu bestimmen, je kleiner sie sind, d. h. je weiter der Punkt D vom Dreieck ABC entfernt liegt, weil alsdann schon ein kleiner Fehler einen bedeutenden Einfluß auf die Bestimmung der gesuchten Linien DC, DB und DA ausübt. (M. vgl. §§. 15. u. 16.)

Beispiel. Es sei $\gamma = 89^0\,56'\,35''$, $b = 3676{,}621^0$, $a = 2421{,}777^0$, $\alpha = 81^0\,37'\,45''$, $\beta = 57^0\,19'\,48''$. $\alpha + \beta + \gamma = 228^0\,54'\,8''$, also $\varphi = 131^0\,5'\,52''$.

$$\begin{aligned}
\text{Log. } b &= 3.\ 5654489 \\
\text{log. sin. } \beta &= 9.\ 9252056 - 10 \\
\text{Comp. log. } a &= 6.\ 6158658 - 10 \\
\text{comp. log. sin. } \alpha &= 0.\ 0046516 \\
\text{comp. log. sin. } \varphi &= 0.\ 1228655 \\
\hline
&\ 0.\ 2340374
\end{aligned}$$

$$\frac{b \sin. \beta}{a \sin. \alpha \sin. \varphi} = 1,\ 71411$$

$$\text{cotg. } \varphi = -\ 0.\ 87229$$

$$\text{cotg. } \chi = 0,\ 84182$$

$$\chi = 49^0\,54'\,31''$$

$$\alpha + \chi = 131^0\,32'\,16''$$

$$\alpha + \gamma + \chi - 180^0 = 41^0\,28'\,51''$$

$$\begin{aligned}
\text{log. } b &= 3.\ 5654489 \\
\text{log. sin. } (\alpha + \chi) &= 9.\ 8742026 - 10 \\
\text{comp. log. sin. } \alpha &= 0.\ 0046516 \\
\hline
\text{log. AD} &= 3.\ 4443031 \\
\text{AD} &= 2781{,}654.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{log. } b &= 3.\ 5654489 \\
\text{log. sin. } \chi &= 9.\ 8836718 - 10 \\
\text{comp. log. sin. } \alpha &= 0.\ 0046516 \\
\hline
\text{log. CD} &= 3.\ 4537723 \\
\text{CD} &= 2842{,}97
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{log. } a &= 3.\ 3841342 \\
\text{log. sin. } (\alpha + \gamma + \chi - 180^0) &= 9.\ 8211002 - 10 \\
\text{comp. log. sin. } \beta &= 0.\ 0747944 \\
\hline
\text{log. BD} &= 3.\ 2800288 \\
\text{BD} &= 1905{,}587.
\end{aligned}$$

§. 10.

Aufgabe. Aus der bekannten Lage dreier Punkte A, B und C, Fig. 149., die Lage zweier anderer zugänglicher Punkte P und Q zu bestimmen, wenn von

Fig. 149.

innerhalb der möglichen Fehlergränze, so wird der gefundene Unterschied durch die Zahl der Winkelpunkte dividiert und jeder Winkel um diesen Quotienten verbeßert.

Man nimmt nun, aus dem im §. 7. angegebenen Grunde, die eine Polygonseite (gewöhnlich die längste) als Hauptlinie oder Achse an, z. B. AM in Fig. 145. und berechnet zunächst nach den verbeßerten Polygonwinkeln die Neigungen aller Polygonseiten gegen die Achse. Die Neigung der letzten Polygonseite MA wird dann nach §. 6. $\mp$ 180° betragen müßen, wodurch man also eine Probe über die Richtigkeit der berechneten Neigungen erhält. Darauf berechnet man nach §. 7. die Ordinaten- und Abscissenstücke Bb, Ab; Ce, Bc; Dd, Cd u. s. w. und bestimmt nach der Größe der zugehörigen Neigungswinkel ihre Vorzeichen mittelst der ebenen Trigonometrie. Durch Addition der Ordinaten- und Abscissenstücke erhält man dann successiv die Ordinate und Abscisse jedes Winkelpunkts in Bezug auf die angenommene Achse. Die letzte Summe bei den Ordinatensummierungen muß dann = 0 und die letzte Summe bei den Abscissen der Länge der Achse gleich sein. Nur selten wird dieß der sich fortpflanzenden kleinen Irrthümer wegen zutreffen, nur wird vorausgesetzt, daß kein grober Fehler bei der Aufnahme begangen ist. Dann ist noch eine Verbeßerung sämmtlicher Ordinaten und Abscissen in der Art vorzunehmen, daß die ausgesprochenen Bedingungen erfüllt werden.

Wäre z. B. das letzte Ordinatenstück Δy_m zusammengesetzt aus $\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4$, wobei es gleichgültig ist, ob alle Summanden additiv oder einzelne darunter auch subtraktiv sind, und ist der Unterschied zwischen der Ordinate y_m und $\Delta y_m = \pm \alpha$, so ist zu setzen:

$$\text{Statt } \Delta y_1 : \Delta y_1 \mp \frac{\alpha \, \Delta y_1}{y_m},$$

$$\text{„} \quad \Delta y_2 : \Delta y_2 \mp \frac{\alpha \, \Delta y_2}{y_m},$$

$$\text{„} \quad \Delta y_3 : \Delta y_3 \mp \frac{\alpha \, \Delta y_3}{y_m} \text{ u. s. f.,}$$

woraus dann die verbeßerten y_1, y_2, y_3 .... sich ergeben. Auf dieselbe Weise werden auch die Abscissen verbeßert.

oder kleiner Fluren nur dann anwenden, wenn es auf große Genauigkeit ankommt. Solche Forderungen können aber durch die in den §§. 1.—9. angegebenen Aufgaben erfüllt werden. Soll aber Behufs genauer Inhaltsbestimmung oder sehr getreuer Darstellung des Gemeßenen der Theodolith angewandt werden, so kann man sich derselben Methoden bedienen, die im vorigen Abschnitt bei der Anwendung des Meßtisches und der Boussole angegeben sind.

§. 12.

1. Ist die aufzunehmende Flur ganz übersehbar, so wird man sich der Polarmethode (VI. §. 28. und VIII. §. 17.) nicht gern bedienen, da bei ihr viele Linien unmittelbar zu meßen sind. Zweckmäßiger läßt sich dann die Basirungsmethode (VI. §. 27. u. VIII. §. 18.) anwenden, indem man im Inneren oder im Umfange der Figur zwei oder drei Punkte annimmt, ihre Lage vorläufig bestimmt und von ihnen aus die Winkelpunkte nach §. 4. festlegt.

2. Ist nur der Umfang der Flur zugänglich und finden sich im Innern derselben fixe Punkte, die man aus allen Winkelpunkten der Flur sehen kann, so muß zunächst wieder ihre gegenseitige Lage nach §§. 2. u. 4. bestimmt werden. Dann bestimmen sich die anderen Winkelpunkte nach §. 3.

3. Ist die Flur von Innen aus nicht übersehbar und der Raum nach Außen frei, so könnte man nach Anleitung des vorigen Abschnitts außerhalb des Polygons Hülfspunkte festlegen, die den in den Winkelpunkten vorzunehmenden Winkelmeßungen als Probe dienen würden. Im Ganzen wird man aber doch von dieser Methode der Aufnahme wenig Gebrauch machen, sondern hauptsächlich die Umfangsmethode, wie sie bei einer unzugänglichen, nicht übersichtlichen und auch nach Außen keine freie Aussicht gestattenden Flur nur angewandt werden kann, zur Anwendung bringen.

In diesem Falle mißt man sämmtliche Seiten der Figur mit der Meßkette und sämmtliche Umfangswinkel mit dem Theodolith (oder in einzelnen Fällen mit einem Spiegelwerkzeuge). Nach der Meßung der Polygonwinkel untersucht man, ob deren Summe $(n - 2)\ 2\,R$ beträgt. Zeigt sich eine Differenz und liegt dieselbe

Winkelpunkte	Gemeßener Polygonwinkel			Verbeßerter Polygonwinkel			Berechnete Neigungen der Polygonseiten			Polygonseiten		Winkelpunkte	Berechnete Ordinatenstücke		Berechnete Abscissenstücke		Berechnete Ordinaten		Berechnete Abscissen		Verbeßerte Ordinatenstücke.		Verbeßerte Ordinaten	
	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Bez.	Länge. Ruthen.		Vorz.	Ruthen.	Vorz.	Ruthen.	Bz.	Ruthen.	Bz.	Ruthen.	Bz.	Ruthen.	Bz.	Ruthen.
A	97	32	13	97	32	2	97	32	2	BA	26,8	B	+	26,569	—	3,514	+	26,569	—	3,514	+	26,529	+	26,529
B	271	6	45	271	6	34	188	38	36	CB	118,27	C	—	17,774	—	116,927	+	8,795	—	120,441	—	17,747	+	8,782
C	92	3	24	92	3	13	100	41	49	DC	18,56	D	+	18,237	—	3,445	+	27,032	—	123,886	+	18,21	+	26,992
D	201	2	4	201	1	53	121	43	42	ED	6,45	E	+	5,486	—	3,392	+	32,518	—	127,278	+	5,478	+	32,47
E	96	51	34	96	51	23	38	35	5	FE	25,7	F	+	16,029	+	20,089	+	48,547	—	107,189	+	16,005	+	48,475
F	196	20	47	196	20	36	54	55	41	GF	78,73	G	+	64,435	+	45,238	+	112,982	—	61,951	+	64,338	+	112,813
G	135	35	29	135	35	18	10	30	59	HG	49,96	H	+	9,118	+	49,121	+	122,1	—	12,83	+	9,104	+	121,917
H	170	1	14	170	1	3	—	32	2	IH	21,2	I	+	0,197	+	21,199	+	122,297	+	8,369	+	0,197	+	122,114
I	138	5	19	138	5	8	318 oder −41	37 / 22	10 / 50	KI	67,1	K	—	44,357	+	50,347	+	77,94	+	58,716	—	44,291	+	77,823
K	27	2	17	271	2	6	49	39	16	LK	122,83	L	+	93,615	+	79,52	+	171,555	+	138,236	+	93,475	+	171,298
L	73	50	53	73	50	42	303 oder −56	29 / 30	58 / 2	ML	205,42	M	—	171,298	+	113,377	+	0,257	+	251,613	—	171,298		0
M	56	30	13	56	30	2	+180	—	—	AM	251,62	A		0	—	251,62	+	0,257	—	0,007		0		0
	1800	2	12	1800	.	.																		

§. 14.

Bei den vorhergehenden Aufgaben ist besonders die Anwendung des vollkreisigen Astrolabiums oder des Theodolithen berücksichtigt. Bei der Anwendung der Spiegelwerkzeuge bleibt im Allgemeinen das Verfahren das nämliche, nur wird man den Sextanten und die Reflexionskreise meistens nur dann anwenden, wenn man sich in dem Scheitel des zu meßenden Winkels mit dem Stativ nicht aufstellen kann, oder man wird sich ihrer nur besonders in ebenen Gegenden bedienen, um die Reduktion der schief gemeßenen Winkel auf den Horizont des Standortes zu ersparen. Bei der Anwendung des katadioptrischen Spiegellineals wird nach erfolgter Parallelstellung der beiden Spiegel durch Hülfe der Mikrometerschraube N, Fig. 79., das Werkzeug auf der kleinen Meßtischplatte, die zur Aufnahme dient, mittelst zweier Zwingen befestigt und dann der gemeßene Winkel unmittelbar verzeichnet. Indessen dürfte der Gebrauch dieses Werkzeugs, so wie noch anderer kleiner Spiegelwerkzeuge, z. B. des katadioptrischen Zirkels, besonders auf militairische Aufnahmen sich beschränken.

III. Von der Größe der beim Meßen der Dreiecke begangenen Fehler.

§. 15.

Aus den im Vorhergehenden angegebenen Aufgaben geht genügend hervor, daß es zur mittelbaren Bestimmung von Entfernungen immer darauf ankommt, aus den unmittelbar gemeßenen Linien und Winkeln andere durch Konstruktion oder Rechnung abzuleiten. Da aber bei jeder unmittelbaren Meßung Fehler begangen werden, so müßen diese auch einen Einfluß haben auf die zu konstruierenden oder zu berechnenden Größen. Es ist daher für den Geodäten wichtig, in allen Fällen bestimmen zu können, wie groß der Einfluß der begangenen Fehler auf die zu bestimmenden Größen ist. Da nun alle geradlinichten Figuren sich auf mehrfache Weise durch Diagonalen in Dreiecke zerlegen laßen, wegen der begangenen Fehler aber die Form dieser Dreiecke keinesweges gleichgültig sein kann, so muß der Geodät wißen, welche Art der Zerlegung der Polygone in einzelne Dreiecke ihn am meisten vor den unvermeidlichen Fehlern sichert. In den meisten Fällen wird es aber in der niederen Geodäsie auf die

Lösung der trigonometrischen Aufgabe: aus einer Seite und den anliegenden Winkeln eines Dreiecks eine der anderen Seiten zu bestimmen, ankommen, weshalb in dem Nachfolgenden auch nur dieser Fall berücksichtigt werden mag.

Sind in einem Dreiecke die beiden Winkel A und B und die anliegende Seite c gegeben, so ergiebt sich der Werth für die zweite Seite a durch den Ausdruck

$$a = \frac{c \sin. A}{\sin. (A + B)},$$

welchem die Gleichung $a \sin. C = c \sin. A$ zum Grunde liegt.

Nimmt man nun an, daß bei der Meßung der Stücke c, A, B Fehler begangen sind, deren Größe durch Δc, ΔA, ΔB ausgedrückt werden mag, und bezeichnen ebenso Δa, Δb und ΔC die daraus sich ergebenden Fehler der anderen drei Stücke des Dreiecks, so erhält man, analog der Gleichung $a \sin. C = c \sin. A$,

$$(a + \Delta a) \sin. (C + \Delta C) = (c + \Delta c) \sin. (A + \Delta A).$$

Da nun

$$\sin. (C + \Delta C) = \sin. C \cos. \Delta C + \cos. C \sin. \Delta C$$

und $\sin. (A + \Delta A) = \sin. A \cos. \Delta A + \cos. A \sin. \Delta A$, so erhält man

$$a \sin. C \cos. \Delta C + a \cos. C \sin. \Delta C + \Delta a \sin. C \cos. \Delta C + \Delta a \cos. C \sin. \Delta C = c \sin. A \cos. \Delta A + c \cos. A \sin. \Delta A + \Delta c \sin. A \cos. \Delta A + \Delta C \cos. A \sin. \Delta A.$$

Wird nun vorausgesetzt, daß die Meßungen der Winkel nicht allein mit der größten Sorgfalt, sondern auch mit guten Winkelmeßern ausgeführt werden, so darf man ohne merklichen Fehler annehmen, daß ΔC und ΔA immer nur sehr klein sein werden, daher die Winkel ΔC und ΔA ihren Sinus proportional und die Cosinus derselben der Einheit gleichgesetzt werden können. Man erhält alsdann

$$a \sin. C + a \cos. C \, \Delta C + \Delta a \sin. C + \Delta a \cos. C \, \Delta C = c \sin. A + c \cos. A \, \Delta A + \Delta c \sin. A + \Delta c \cos. A \, \Delta A.$$

Da ferner $\Delta a \, \Delta C \cos. C$ und $\Delta c \, \Delta A \cos. A$ ebenfalls nur sehr kleine der Null nahe kommende Größen darstellen werden, so ist

$$a \sin. C + a \cos. C \Delta C + \Delta a \sin. C = C \sin. A + c \cos. A \Delta A + \Delta c \sin. A,$$

oder, da $a \sin. C = c \sin. A$ ist,

$a \cos. C\Delta C + \Delta a \sin. C = c \cos. A\Delta A + \Delta c \sin. A,$
oder $\Delta a \sin. C - \Delta c \sin. A = c \cos. A\Delta A - a \cos. C\Delta C.$

Dividiert man auf beiden Seiten durch $a \sin. C = c \sin. A$, so erhält man

$$\frac{\Delta a \sin. C}{a \sin. C} - \frac{\Delta c \sin. A}{c \sin. A} = \frac{c \cos. A\Delta A}{c \sin. A} - \frac{a \cos. C\Delta C}{a \sin. C},$$

oder $\frac{\Delta a}{a} - \frac{\Delta c}{c} = \Delta A \text{ cotg. } A - \Delta C \text{ cotg. } C.$

Es ist aber $\text{cotg. } C = - \text{cotg. } (A + B)$
und $\Delta A + \Delta B + \Delta C = 0$, also $\Delta C = - \Delta A - \Delta B$;
folglich $\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta c}{c} + \Delta A \text{ cotg. } A + \text{cotg. } (A+B)(-\Delta A - \Delta B),$

oder:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta c}{c} + \Delta A(\text{cotg. } A - \text{cotg. } (A+B)) - B \text{ cotg. } (A+B) \text{*)}.$$

§. 16.

Aus der im vorigen §. abgeleiteten Gleichung kann nur beurtheilt werden, welchen Einfluß die bei dem Meßen der Stücke c, A und B begangenen Fehler auf die drei anderen Stücke C, a und b, oder, da in den meisten Fällen der dritte Winkel des Dreiecks ebenfalls unmittelber gemeßen werden wird, auf die beiden anderen Seiten a und b haben.

1) Ist nur die gemeßene Seite c mit einem Fehler behaftet, so ist, da alsdann $\Delta A = \Delta B = 0$ sein wird,

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta c}{c},$$

und eben so $\frac{\Delta b}{b} = \frac{\Delta c}{c},$

d. h. in den Seiten a und b entsteht ein verhältnismäßig eben so großer Fehler, als bei der Meßung der Seite c begangen ist.

2) Da die beiden Winkel A und B in der Regel mit demselben Werkzeuge gemeßen werden und man voraussetzen kann, daß sie auch mit gleicher Sorgfalt bestimmt sind, so darf man

*) Diejenigen, welche mit den Regeln des Differenziierens bekannt sind, erhalten die letzte Form leichter, wenn man berücksichtigt, daß $\log. a = \log. c + \log. \sin. A - \log. \sin. (A + B)$ ist, durch Differenziierung des letztern Ausdrucks.

mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß die bei ihrer Meßung begangenen Fehler einander gleich sind, oder daß $\Delta A = \Delta B$ ist. In diesem Falle können aber beide Winkel entweder gleichmäßig zu groß oder zu klein, oder es kann der eine eben so viel zu groß bestimmt sein, als der andere zu klein gemeßen wurde. Wäre also der dritte Winkel nicht mit bestimmt, so würde, da alsdann $\Delta A = \pm \Delta B$ ist,

ΔC beziehungsweise $= \begin{cases} -2\Delta A \\ 0 \end{cases}$ sein.

Ist also der dritte Winkel eines Dreiecks nicht unmittelbar gemeßen, so kann er mit einem unverhältnißmäßig großen Fehler behaftet sein, so daß man auf ihn keine weitere Berechnungen mit Sicherheit gründen darf.

Bei der Untersuchung, welchen Einfluß die bei der Meßung von A und B begangenen Fehler auf die Seite a äußern, kann man also insofern das Glied $\frac{\Delta c}{c}$ vernachläßigen. Sind dann beide Winkel entweder zu groß oder zu klein gemeßen, so ist, wenn man $\Delta B = \Delta A$ annimmt,

$$\frac{\Delta a}{a} = \Delta A\,(\text{cotg. } A - \text{cotg. } (A + B) - \text{cotg. } (A + B) = \Delta A\,(\text{cotg. } A - 2\,\text{cotg. } (A + B));$$

ist aber der eine Winkel um eben so viel zu groß als der andere zu klein gemeßen, so ist

$$\frac{\Delta a}{a} = \Delta A\,(\text{cotg. } A - \text{cotg. } (A+B) + \text{cotg. } (A+B)) = \Delta A\,\text{cotg. } A.$$

Aus der ersteren Gleichung folgt, daß $\frac{\Delta a}{a}$ einen sehr großen Werth annehmen wird, wenn $A + B$ wenig von 180^0 abweicht. Man wird demnach aus einer kurzen Grundlinie und den beiden anliegenden Winkeln jede der fehlenden Seiten nicht mit Zuverläßigkeit bestimmen können.

Es sei z. B. $c = 30{,}68^0$, $A = 79^0\,50'$, $B = 98^0\,30'$, so ist $a = 1038{,}2^0$. Wäre nun jeder der Winkel um $10''$ zu groß gemeßen, also $A = 79^0\,50'\,10''$, $B = 98^0\,30'\,10''$, so würde man für a den Werth $1041{,}8^0$ erhalten.

In dem zweiten Falle aber folgt aus der zweiten abgeleiteten Gleichung, daß der Fehler Δa um so größer ausfallen wird, je

kleiner A, wenn er spitz, oder je größer A, wenn er stumpf ist. Man wird daher in der Praxis immer die Fälle zu vermeiden suchen müßen, daß die zu berechnende Seite einem sehr spitzen oder sehr stumpfen Winkel gegenüber liegt.

3) Will man den Einfluß eines bei der Meßung der Winkel A und B begangenen Fehlers auf beide fehlende Seiten untersuchen und nimmt man dabei wieder an, daß $\varDelta A = \varDelta B$ ist, so ist, wenn beide Winkel zugleich entweder zu groß oder zu klein gemeßen sind,

$$\frac{\varDelta a}{a} = \varDelta A\,(\text{cotg. } A - 2\ \text{cotg. } (A + B)),$$

$$\frac{\varDelta b}{b} = \varDelta A\,(\text{cotg. } B - 2\ \text{cotg. } (A + B));$$

ist aber der eine Winkel um eben so viel zu groß, als der andere zu klein gemeßen, so ist

$$\frac{\varDelta a}{a} = \varDelta A\ \text{cotg. } A,\ \frac{\varDelta b}{b} = \varDelta A\ \text{cotg. } B.$$

Nimmt man daher, wenn auch annähernd, $A = B$, so ist auch

$$\frac{\varDelta a}{a} = \frac{\varDelta b}{b}.$$

Dann ist aber nach der ersten Gleichung

$$\frac{\varDelta a}{a} = \varDelta A\,(\text{cotg. } A - 2\ \text{cotg. } 2A) = \varDelta A\ \text{tg. } A.$$

Damit also bei der gemachten Voraussetzung $\frac{\varDelta a}{a}$ möglichst klein werde, muß A einen möglichst kleinen Werth haben.

In dem zweiten Falle aber, wo $\frac{\varDelta a}{a} = \varDelta A$ cotg. A ist, müßte A möglichst groß genommen werden.

Soll demnach in beiden Fällen die Bestimmung von a gleich sein, so muß offenbar tg. A = cotg. A d. h. $A = B = 45^0$ sein. Es ist demnach das gleichschenklicht-rechtwinklichte Dreieck, dessen Hypotenuse die gemeßene Seite ist, zur Berechnung beider Dreiecksseiten am vortheilhaftesten*).

*) Ueber mehre andere hierher zu rechnende Bestimmungen vergleiche man Ulrich's praktische Geometrie I. S. 354. u. f.

Zehnter Abschnitt.

Die trigonometrische und geometrische Aufnahme größerer Erdstrecken, wobei aber die Erdoberfläche noch als eben betrachtet werden darf.

§. 1.

Wenn die aufzunehmende Flur eine Größe von mehreren Hundert Morgen bis zu einigen Quadratmeilen enthält, so daß darin eine Menge von Polygonen verschiedener Kulturart, Ländereien, Wiesen, Weiden, Wälder, Dörfer u. s. w. sich finden, so kann die Aufnahme derselben nicht in der Art Statt finden, daß man die specielle Aufnahme des einen Polygons an die der andern reiht, weil dadurch die bei jeder einzelnen Polygonaufnahme gemachten Fehler sich fortpflanzen und dadurch eine Verschiebung der ganzen Flur veranlaßen würden. Man legt deshalb in diesem Falle über die aufzunehmende Erdstrecke eine Reihe an einanderhängender Dreiecke oder ein Dreiecksnetz, dessen Winkelpunkte feste, durch das Netz selbst genau gefundene Punkte sind und an welches sich dann die Aufnahme des Details anschließen muß.

A. Die Aufnahme des Dreiecksnetzes.

§. 2.

Das erste Geschäft, dem sich der Geodät bei der Aufnahme einer größeren Flur zu unterwerfen hat, wird wieder in der Rekognosierung derselben, d. h. darin bestehen, daß er sich mit der Beschaffenheit des aufzunehmenden Terrains möglichst genau bekannt macht und sich namentlich die Winkelpunkte des Dreiecksnetzes, die Namen und Gestalten der wichtigsten fixen Objekte, die Lage der Berge oder Hügel, der bewohnten Örter oder einzeln liegender Häuser u. s. w. bemerkt und sich von der ganzen Flur einen rohen Entwurf, ein Brouillon, verschafft.

Bei der Festlegung der Dreieckspunkte ist

1) darauf zu sehen, daß man von ihnen aus wenigstens nach den zunächst liegenden eine freie Aussicht hat.

2) Daß sie wo möglich Gränzpunkte an einander hängenden kleinern Fluren oder andere merkwürdige Punkte sind, deren Lage in der zu entwerfenden Karte doch angegeben werden muß.

3) Daß sich in ihnen der Winkelmeßer bequem aufstellen läßt oder, falls dieß nicht möglich ist, die zum Centrieren nöthigen Data bestimmt werden können (VII. §. 8.).

4) Daß wo möglich 2 Paare von Punkten in den entgegengesetzten Gegenden der Flur so gewählt werden, daß die zwischen ihnen liegende Linie mit den Meßstangen oder der Meßkette mit der erforderlichen Schärfe bestimmt werden kann. Wenigstens ist aber die Wahl eines Paares solcher Punkte erforderlich.

§. 3.

Die Zahl der zu bestimmenden Dreieckspunkte richtet sich theils nach der Beschaffenheit des Terrains, theils nach dem Werkzeuge, womit die Winkel des Netzes bestimmt werden. Eine desto geringere freie Aussicht das Terrain gestattet und je unebener und koupierter dasselbe ist, desto größer muß die Zahl der Dreieckspunkte sein. Hinsichtlich der Wahl des Meßwerkzeugs ist zu bemerken, daß man dazu nur entweder einen Theodolith oder Repetitionskreis, oder einen vollkommen konstruierten Meßtisch anwenden kann, während die Boussole oder ein mangelhaft eingerichteter Meßtisch mit Dioptern ganz unbrauchbar sind. Spiegelwerkzeuge pflegt man nur dann anzuwenden, wenn der Scheitelpunkt des zu meßenden Winkels das Aufstellen eines Stativs nicht gestattet.

Bei der Anwendung des Theodolithen pflegt man das Dreiecksnetz ein trigonometrisches, bei der Anwendung des Meßtisches ein geometrisches Netz zu nennen. Nur bei Aufnahme solcher Fluren, bei denen es nicht auf die größte Genauigkeit ankommt, z. B. bei Forstvermeßungen, militairischen Meßungen, reicht das geometrische Netz aus; hier genügt es, wenn etwa jede Hundert Morgen einen Dreieckspunkt haben; doch ist zugleich dahin zu sehen, daß auf einen Meßtischüberzug zwei bis drei Dreieckspunkte kommen. Bei der Aufnahme von größeren Feldmarken aber oder solchen Aufnahmen, bei welchen es um große Genauigkeit sich

handelt, kann nur ein trigonometrisches Netz zum Grunde gelegt werden; bei diesem brauchen etwa 2 — 300 Morgen einen Dreieckspunkt zu bekommen.

Sind die Dreieckspunkte festgelegt, so werden sie, wenn sie nicht schon natürliche Signale enthalten, mit größeren Signalen versehen und mit fortlaufenden Nummern bezeichnet.

§. 4.

Die Basis oder Grundlinie des Netzes ist so zu wählen, daß das Terrain zwischen ihren Endpunkten eben und wo möglich horizontal ist. Sie wird mit Meßstangen mehrere Male gemeßen; dabei dürfen die Resultate nur höchstens um 1/5000 — 1/6000 ihrer Länge von einander verschieden sein, wenn von ihnen das arithmetische Mittel genommen werden soll.

Bei dem geometrischen Netze ist wo möglich darauf zu sehen, daß ihre Endpunkte mit natürlichen Richtobjekten in einem Alignement liegen und die nach den nächsten Dreieckspunkten gehenden Richtlinien sich nicht unter zu schiefen Winkeln schneiden. Bei einem sehr koupierten Terrain bestimmt man die eigentliche größere Basis aus einer kleineren, auf einem passenden Terain gemeßenen, durch ein Ntze von Dreiecken auf trigonometrischem Wege nach IX. §. 7.

1. Die trigonometrische Netzlegung.

§. 5.

Aufgabe. Mittelst des Theodolithen die Mittagslinie eines gegebenen Punktes auf der Erdoberfläche zu bestimmen.

Die Bestimmung beruht auf dem physisch-astronomischen Satze, daß wenn die Sonne oder ein Cirkumpolarstern *) das eine Mal vor seiner Kulmination (dem Durchgange durch den Meridian), das andere Mal nach derselben eine gleiche Höhe oder eine gleiche Zenithdistanz hat, der Meridian den sphärischen Winkel, den die

*) Cirkumpolarsterne heißen solche Sterne, die bei der scheinbaren Umdrehung der Himmelskugel über dem Horizonte des Beobachters bleiben. Dahin gehören die Sterne des großen und kleinen Bären, der Cassiopeja u. a.

beiden Vertikalkreise, in denen die Sonne oder der Stern beobachtet wurde, mit einander bilden, halbieren wird.

Man mißt einige Stunden vor der Kulmination mit dem Theodolith oder dem Repetitionskreise die Höhe der Sonne oder eines Sterns, d. h. den Bogen des Vertikalkreises, der zwischen der Sonne oder dem Sterne und dem Horizonte des Beobachtungspunktes liegt, und liest zugleich den Stand des Horizontalkreises ab. Bei unverrücktem Stande des Fernrohrs richtet man dann durch Drehung der Alhidade, um dieselbe Zeit nach der Kulmination das Fernrohr wieder auf den Sonnenrand oder den Stern und liest den Stand des Horizontalkreises zum zweiten Male ab. Halbiert man darauf den erhaltenen Horizontalwinkel und steckt in der Richtung der Visierlinie des Fernrohrs Signale aus, so wird die durch sie bestimmte Ebene der Meridian des Beobachtungspunktes sein. Hierbei wird die Anwendung eines Versicherungsfernrohrs sehr zweckmäßig sein, um sich zu überzeugen, daß während der Meßung des Horizontalwinkels der Horizontalkreis seinen Stand nicht geändert hat.

Wird die Beobachtung an der Sonne vorgenommen, so wird vorausgesetzt, daß während derselben die Deklination der Sonne*) sich nicht geändert hat, weshalb die passendste Zeit zur Bestimmung des Meridians die Zeit des Sommer- oder Wintersolstitiums ist.

§. 6.

In dem einen Endpunkte der Basis oder einem andern gewöhnlich fixen Punkte der Flur bestimmt man nach dem vorigen §. die Mittagslinie, mißt den Winkel, den sie mit der Basis oder einer anderen Dreiecksseite bildet und den man das Azimuth der Dreiecksseite nennt, und bestimmt auch in allen anderen Dreieckspunkten die Winkel, welche die nach den Richtpunkten gehenden Linien rund im Horizonte herum einschließen. Dadurch erhält man genugsam Proben über die Summe der Winkel jedes Dreiecks und nimmt danach die Verbeßerung derselben vor. In

*) Denkt man sich durch die Sonne und die beiden Weltpole einen größten Kreis der Himmelskugel gelegt, so heißt der Bogen dieses Deklinations- oder Stundenkreises zwischen der Sonne und dem Himmelsäquator die Deklination der Sonne.

einzelnen Fällen kann man auch die in IX. §§. 8—10. angegebenen Aufgaben anwenden, oder sie auch zur Probe anderer schon festgelegter Punkte dienen lassen.

Die Winkel bestimmt man durch die Repetitionsmethode in beiden Lagen des Fernrohrs (VII. §§. 4. u. 5.), kann sich aber in ersterer Hinsicht bei einem etwa 8zölligen Theodolithen auf die Zahl 5 oder höchstens 10 beschränken. Ist man genöthigt, außerhalb des Scheitelpunkts des zu meßenden Winkels sich aufzustellen, so mißt man gleich anfangs die zum Centrieren erforderlichen Data (VII. §§. 8. u. 9.). Sollte man gezwungen sein, mit einem Spiegelwerkzeuge in einem Standpunkte die schiefliegenden Winkel zu meßen, so müßen außerdem zur Reduktion derselben auf den Horizont des Standortes (VII. §. 21.) die dazu erforderlichen Vertikalwinkel bestimmt werden (VII. §. 20.). Zur etwaigen Bestimmung der Höhenunterschiede der einzelnen Dreieckspunkte endlich mißt man auch noch die Zenithdistanzen für jede einzelne Seite.

Schema des Manuals zur Winkelmeßung.

Standpunkt	Signal		Lage des Fernrohrs	Nro. der Beobachtungen	Stand des Horizontalkreises							Einfache Winkel			Mittel			Gemeßene Data zum Centrieren	Verbesserte Winkel zur Berechnung			Zenithdistanz					Bemerkungen
	links	rechts			Nonius	beim Anfange			am Ende													des Standortes	gegen den Standort	Winkel			
						Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.		Gr.	M.	S.			Gr.	M.	S.	

§. 7.

Nun erfolgt die Berechnung der Dreiecksseiten. Diese wird nach den in IX. §. 7. angegebenen Formeln vorgenommen. Auch kann man in einzelnen Fällen die in IX. §§. 1. 4. 8—10. angegebenen Formeln anwenden. Die Berechnung kann nach folgendem Schema ausgeführt werden.

Bezeichnung der Dreiecke	Namen der Stationen	Verbeßerte Winkel zur Berechnung			Gegeben ist	Gesucht wird	Trigonometrische Formeln	Berechnung	Berechnete Seiten	
		Gr.	M.	S.					Bez.	Länge Ruthen

Eine Probe von der Richtigkeit der berechneten Dreiecksseiten ergiebt sich aus der Vergleichung der berechneten Länge der zweiten Basis mit der unmittelbar bestimmten, oder falls eine zweite Basis nicht gemeßen worden ist, daraus, daß man die eine der Seiten des letzten Dreiecks als Grundlinie annimmt, daraus die Seiten aller anderen Dreiecke und die unmittelbar gemeßene Basis berechnet, welche Werthe dann mit einander übereinstimmen müßen.

2. Die Berechnung der Koordinaten der Dreieckspunkte und damit in Verbindung stehende Aufgaben.

§. 8.

Der Zweck der Aufnahme des Dreiecksnetzes ist aber nicht allein, der nachfolgenden Detailmeßung eine sichere Grundlage zu verschaffen, sondern auch der, daß man z. B. bei der Aufnahme einer Feldmark oder eines sehr ausgedehnten Forstdistrikts auf der Flurkarte Punkte erhält, die auf dem Felde als feste Punkte sich auffinden laßen, um bei etwaigen Gränzstreitigkeiten zum Anhalten zu dienen. Da es nun immer darauf ankommen wird, die trigonometrisch bestimmten Dreieckspunkte aufs Papier zu tragen, so bedient man sich hier aus dem in IX. §. 7. angegebenen

Grunde dazu ebenfalls der Methode der Koordinaten, damit jeder Winkelpunkt unabhängig von dem andern aufgetragen werden kann.

Stellt Fig. 150. einen Theil eines Dreiecksnetzes einer größeren Erdstrecke vor, und ist BAS das Azimuth der Seite AB, so errichte man in A auf NS die Normale OW (Perpendikel gewöhnlich genannt), so werden die Winkelpunkte der Dreiecke des Netzes, außer A in einem der vier Quadranten liegen und danach die Koordinaten derselben theils additiv, theils subtraktiv genommen werden müßen. Das Vorzeichen der Koordinaten ergiebt sich aber von selbst aus den zugehörigen Azimuthalwinkeln der Dreiecksseiten, wenn man diese nach einer bestimmten Richtung, z. B. von S durch W und N nach O von 0° bis 360° fortzählt. Fig. 150.

§. 9.

Die Azimuthalwinkel der Dreiecksseiten ergeben sich aber aus dem unmittelbar gemeßenen Azimuthalwinkel der Seite AB und den Winkeln der Dreiecke. So ist z. B. der Azimuthalwinkel der Seite CA = SAB + BAC; der von der Seite DA = SAC + CAD. Zur Bestimmung des Azimuthalwinkels der Seite ED ziehe man durch D, N'S' parallel NS und verlängere AD über D hinaus, so ist

$$\widehat{S'DE} = S'DD' + D'DE = SAD + (180^0 - ADE).$$

Auf dieselbe Weise bestimmen sich die Azimuthalwinkel aller anderer Dreiecksseiten.

Die Berechnung der Koordinaten der Dreieckspunkte geschieht nun wie in IX. §. 7. nach dem unten folgenden Schema.

Proben für die Richtigkeit der berechneten Koordinaten erhält man auf folgende Weise. Für den Punkt C sind die Koordinaten in Bezug auf den Ursprung A, Cc und Ac. Zieht man nun durch B, BN'' ╪ NS, so sind die Koordinaten von C in Bezug auf B, Cb' und Bb'; mithin muß Cc = Cb' + Bb und Ac = Ab + (— Bb') sein. Auf dieselbe Weise kann man sich Proben der Koordinaten von allen andern Winkelpunkten verschaffen.

Berechnete Azimuthalwinkel			Dreiecksseiten		Berechnung der Ordinaten				Berechnung der Abscissen		
					Winkelpunkte	Logarithmen	Ordinaten		Logarithmen	Abscissen	
Gr.	M.	S.	Bez.	Länge Ruthen			Vorz.	Länge Ruthen		Vorz.	Länge Ruthen

§. 10.

Aufgabe. Aus den bekannten Koordinaten der Endpunkte einer Dreiecksseite die Länge und den Azimuthalwinkel der letzteren zu finden.

Fig. 151. Es seien in Fig. 151. $Ad = x'$ $Dd = y'$, $Af = x''$ und $Ff = y''$ die gegebenen Koordinaten der Seite DF, so ist, wenn man DS' parallel NS zieht, in dem rechtwinklichten Dreieck DFG, $DG = x'' - x'$, $FG = y'' - y'$, folglich

$$\text{tg. } FDS' = \text{tg. } \alpha'' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'},$$ woraus der Azimuthalwinkel

α'' sich bestimmt. Aus dem erhaltenen Vorzeichen erkennt man sogleich, ob der gesuchte Winkel spitz oder stumpf oder konvex zu nehmen ist. Ferner ist dann

$$DF = \frac{y'' - y'}{\sin. \alpha''} = \frac{x'' - x'}{\cos. \alpha''},$$

oder auch $DF = \sqrt{((y'' - y')^2 + (x'' - x')^2)}$. (vgl. IX. §. 7.).

§. 11.

Aufgabe. Aus den bekannten Koordinaten der drei Winkelpunkte eines Dreiecks die Größe der Seiten und Winkel des letzteren zu berechnen.

Die Koordinaten des Punktes D (Fig. 151.) seien in Bezug auf den Ursprung A, x' und y', die des Punktes F, x'' und y'' und die des Punktes E, x''' und y'''. Zieht man durch D und E mit NS die Parallelen DS' und ES'', so erhält man

den Azimuthalwinkel der Seite DE durch den Ausdruck

$$\text{tg. } \alpha' = \frac{y''' - y'}{x''' - x'},$$

und eben so den Azimuthalwinkel der Seite DF durch

$$\text{tg. } \alpha'' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'}.$$

Hieraus ergiebt sich dann

1. $\text{DE} = \frac{y''' - y'}{\sin. \alpha'} = \frac{x''' - x'}{\cos. \alpha'},$

2. $\text{DF} = \frac{y'' - y'}{\sin. \alpha''} = \frac{x'' - x'}{\cos. \alpha''}$ und

3. $\text{FDE} = \alpha'' - \alpha'.$

Ferner ist $\text{DES}'' = 180^\circ - \alpha'$ und $\text{FES}'' = \alpha''' =$ dem Azimuthalwinkel der Seite EF. Man erhält hieraus

4. $\text{DEF} = 360^\circ - (\text{DES}'' + \text{FES}'') = 180^\circ + \alpha' - \alpha'''$, so wie $\text{tg. } \alpha''' = \frac{y''' - y''}{x''' - x''}$. Folglich ist

5. $\text{EF} = \frac{y''' - y''}{\sin. \alpha''} = \frac{x''' - x''}{\cos. \alpha'''}$ und

6. $\text{DFE} = 180^\circ - (\text{EDF} + \text{DEF}) = \alpha''' - \alpha''.$

Zusatz. Sind daher bei dem Problem der drei Punkte (IX. §. 8.) Statt der beiden Seiten AC und BC (Fig. 147.) und des eingeschloßenen Winkels die Koordinaten der drei Winkelpunkte gegeben, so kann man nach der obigen Aufgabe aus den gegebenen Koordinaten die unbekannten Seiten und Winkel finden und dann weiter nach IX. §. 8. verfahren.

§. 12.

Aufgabe. Aus den bekannten Koordinaten der Dreiecksseite DE, Fig. 151., und den Winkeln FDE = D und DEF = E die Koordinaten des dritten Winkelpunkts F zu bestimmen.

Wie in den vorigen §§. ist

$$\text{tg. } \alpha' = \frac{y''' - y'}{x''' - x'},\ \text{DE} = \frac{y''' - y'}{\sin. \alpha'} = \frac{x''' - x'}{\cos. \alpha'}.$$

Da nun in dem Dreieck DEF

$$DF = \frac{DE. \sin. E}{\sin. F},$$

so erhält man

$$DF = \frac{(y''' - y') \sin. E}{\sin. \alpha' \sin. F} = \frac{(x''' - x') \sin. E}{\cos. \alpha' \sin. F}.$$

Weil ferner der Azimuthalwinkel von DF $= \alpha' + D$ ist, so ist, wenn die Koordinaten des Punktes F auf den Punkt D als Anfangspunkt bezogen werden,

$$FG = DF \sin. (\alpha' + D), \; DG = DF \cos. (\alpha' + D),$$

mithin auf den Punkt A bezogen,

$$x'' = x' + \frac{(y'''-y') \sin. E \cos. (\alpha'+D)}{\sin. \alpha' \sin. F} = \frac{(x'''-x') \sin. E \cos. (\alpha'+D)}{\cos. \alpha' \sin. F},$$

$$y'' = y' + \frac{(y'''-y') \sin. E \sin. (\alpha'+D)}{\sin. \alpha' \sin. F} = \frac{(x'''-x') \sin. E \sin. (\alpha'+D)}{\cos. \alpha' \sin. F}.$$

Auf ähnliche Weise kann man x'' und y'' auch aus EF ableiten.

3. Die geometrische Netzlegung.

§. 13.

In dem einen Endpunkte der Basis oder einem andern passenden Punkte bestimmt man nach §. 5. oder nach I. §. 52. die durch ihn gehende Mittagslinie und verzeichnet dieselbe auf dem Meßtische. Dann legt man nach VIII. §. 6. aus den Endpunkten der Grundlinie und einem dritten in ihr gewählten Punkte alle sichtbaren Dreieckspunkte fest, die unter guten Schnitten sich bestimmen laßen, die übrigen aber aus drei andern bereits bestimmten Punkten. Es versteht sich von selbst, daß hierbei die größte Sorgfalt angewendet und daß jeder Punkt durch wenigstens drei Richtlinien bestimmt wird. Nur bei sehr geringen Abweichungen wird ein mittlerer Punkt genommen, bei größeren aber die Bestimmung nochmals nachgesehen. Laßen sich Entfernungen zwischen einzelnen Punkten durch unmittelbare Meßung bestimmen, so kann dieß zur Prüfung geschehen. Aus neuen Standlinien werden alsdann durch dieselbe Methode, oder auch nach den Methoden des Seitwärts- und Rückwärtseinschneidens andere, und so durch Fortsetzung des Verfahrens alle Punkte des Netzes bestimmt. Ist

durch die Lage der Richtpunkte eine Prüfung schon bestimmter Punkte möglich, so darf diese nie unterbleiben. Dadurch ergiebt sich dann eine genügende Ueberzeugung von der Richtigkeit des aufgenommenen Netzes.

Ist das Netz auf einer zweiten, dritten Platte fortzusetzen, so muß man mittelst eines Stangen- oder dreifüßigen Zirkels (XII. §§. 1. und 3.) mit der größten Genauigkeit zwei oder wo möglich drei Punkte von der vollgearbeiteten Meßtischplatte auf die neue Platte übertragen und an diese dann die weitere Aufnahme anknüpfen.

Fällt der Durchschnittspunkt zweier Richtlinien nicht mehr auf die Platte, auf welcher die letzteren liegen, so kann man denselben auf folgende Weise finden. Sind z. B. in Fig. 152. auf der Platte I. von M und N die beiden Richlinien MO und NO gezogen, die sich erst auf II. in O schneiden, so verlängere man Mc rückwärts bis b, mache auf II. $\alpha\beta = ab$, $cd = cd$, $c\beta' = c\beta$, und $\alpha'\beta'' = \alpha\beta'$, so ist $c\beta''$ die Verlängerung von Mc, wonach man also II. orientieren und nun O durch Seitwärtseinschneiden mittelst des Punktes d bestimmen kann.

Fig. 152.

B. Die Aufnahme des Details mit Zugrundelegung des Dreiecksnetzes.

§. 14.

Nach dem Zwecke, den man mit der Aufnahme der Flur verbindet, muß nicht nur das anzuwendende Verfahren, sondern auch die zu treffende Wahl des Meßwerkzeugs sich richten. Bei ökonomischen oder Kameral- (Kataster-) Aufnahmen wird es vorzugsweise auf die richtige Bestimmung der Gränzen der verschiedenen Kulturarten ankommen, daher die Boussole wegen der geringen Genauigkeit, mit der sie das Meßen der Winkel gestattet, im Allgemeinen zu verwerfen und nur anzuwenden ist bei der Aufnahme kleinerer Forsten, des Moor- und Heidebodens, des Umfanges kleinerer Seen, der Wege im Innern der Forsten u. s. w. Wo das Terrain eben und nicht sehr von Flüßen, Morästen und hohem Gebüsch durchschnitten ist, läßt sich die Meßkette in Verbindung mit dem Winkelkreuz mit Vortheil anwenden, insbesondere also bei der Aufnahme der Feldmarken. Bei militairi-

schen Aufnahmen muß man ganz besonders die genaue Bestimmung der Unebenheiten der Erdoberfläche, des Laufs der Bäche und Flüße und überhaupt der Hindernisse für die Bewegungen der verschiedenen Truppenarten und der Aufstellung des groben Geschützes im Auge haben. Hierbei wird daher vorzugsweise der Meßtisch zur Anwendung kommen, da er den großen Vortheil darbietet, daß alle bei der Aufnahme vorgefallenen kleinen Irrthümer sogleich sichtbar werden und daher an Ort und Stelle verbeßert werden können. Für Aufnahmen zu Pferde eignet sich besonders das mit der Meßtischplatte verbundene katadioptrische Spiegellineal. Bei größeren Forstvermeßungen wird, wenn es sich um größere Genauigkeit handelt, der Theodolith unter Anwendung der Umfangsmethode, bei der Entwerfung von Uebersichtskarten der Meßtisch in Verbindung mit der Boussole und der Meßkette anzuwenden sein. Bei topographischen Aufnahmen, wobei es hauptsächlich auf die richtige Bestimmung einzelner Wohnhäuser und der Wohnörter, den Lauf der Ströme und Flüße, weniger aber auf die ganz getreue Darstellung der Gränzen der einzelnen Kulturarten ankommt, wird der Meßtisch und für das kleinste Detail die Boussole am meisten zur Anwendung kommen. Werden endlich mit der Aufnahme größerer Fluren noch specielle Zwecke verbunden, wie dieß bei der Anfertigung von Waßerbaurißen, Nivellementsplänen u. dgl. der Fall ist, so muß der geforderte Grad der Genauigkeit allein über die Wahl des Meßwerkzeugs entscheiden.

1. Die Aufnahme des Details mittelst des Meßtisches.

§. 15.

Wird vorausgesetzt, daß die Meßung des Details für ökonomische Zwecke dienen soll, so muß dazu ein verjüngter Maßstab von $^1/_{1000}$ bis wenigstens $^1/_{3000}$ des natürlichen angewandt werden. Man verzeichnet auf jede der Meßtischplatten ein Quadrat von etwa 20 bis 22 Zoll Seite, trägt auf die Seiten Längen von 20 bis 50 Ruthen des Maßstabes und verbindet die gleichnamigen Punkte der Gegenseiten durch gerade Linien, so zerfällt die Meßtischplatte in lauter kleinere Quadrate. Die eine der großen Quadratseiten bezeichnet die durch den einen Dreieckspunkt gelegte Mittagslinie, die andere damit rechtwinklicht verbundene

das Perpendikel (§. 8.). Aus der Tafel der Koordinaten der Dreieckspunkte (§. 9.) trägt man in das Quadratnetz so viele der Dreieckspunkte mit der größten Sorgfalt ein, als auf dem Ueberzuge Platz finden und bezeichnet sie mit den entsprechenden Namen, so sind diese Punkte die, welche dem Detailaufnehmer als Grundlage dienen.

Vor Anfang der Detailaufnahme untersucht man, welche Alignements rund herum jene Dreiecksnetzpunkte schneiden, giebt sie auf dem Rande des Ueberzuges an und bemerkt daselbst, oder in einem eigends dazu geführten Journale ihre Benennung. Da man nun im Allgemeinen annehmen kann, daß wenigstens drei der Netzpunkte auf der Meßtischplatte sich finden, so werden zur Fortsetzung des Netzes die in VIII. §§. 5. — 16. angegebenen Aufgaben zur Orientierung des Meßtisches in Anwendung gebracht werden, indem nämlich 1) entweder jeder der Netzpunkte zugänglich ist, oder doch wenigstens zwei von ihnen es sind, oder 2) nur einer der Punkte zugänglich ist, oder 3) alle Punkte unzugänglich sind. In dem letzteren Falle wird man sich dann mit dem Meßtische a) in einer Linie zwischen ihren Endpunkten, oder b) in der Verlängerung derselben, oder c) nur außerhalb der Linie zwischen jeden zwei Punkten aufstellen können. Bei dem Einschneiden neuer Punkte ist es zweckmäßig, über die gezogenen Richtlinien ein Protokoll von folgender Einrichtung zu führen.

Standpunkt	Richtlinie	Geschnitten durch	Giebt den Punkt	Ist geprüft durch	Bemerkungen.

§. 16.

Bei der ersten Fortsetzung des Dreiecksnetzes muß man im gebirgigen Terrain immer von den höher liegenden Punkten die tiefer liegenden und eben so von Punkten des freien Terrains die des koupierten durch die Methoden des Vorwärts-, Seitwärts-

und Rückwärtseinschneidens bestimmen. Dabei legt man in jedem Standpunkte alle Begränzungen der Kulturen, Wege, Flüße u. s. w., so weit es durch gute Schnitte möglich ist, durch Vorwärtseinschneiden oder Vorwärtseinschneiden und Meßen fest, bestimmt aber bei topographischen Aufnahmen die zu meßenden Entfernungen durch den Distanzmeßer. Durch die Fortsetzung dieses Verfahrens werden sich dann schließlich alle Konfigurationen des Terrains bestimmen. Wege im Inneren der Wälder werden erst nach der Festlegung des Umfangs mit dem Meßtische oder der Boussole aufgenommen. In letzterer Beziehung bestimmt man deshalb gleich anfangs den Abweichungswinkel der einen Seite des Quadrates der Meßtischplatte.

Ist eine Meßtischplatte vollgearbeitet, so zeichnet man das aufgenommene Detail bis zu einer Entfernung von einigen Linien von jeder Randlinie mit Tusche aus, die Ränder aber bleiben vorerst in Blei.

Auf die nämliche Weise verfährt man mit den anderen Meßtischplatten. Nach Vollendung Aller werden sie in ihrer richtigen Lage an einander geleimt, so zu einem Ganzen vereinigt und nun auch die Bleilinien an den Rändern mit Tusche nachgezogen.

§. 17.

Bei der Detailaufnahme einer Feldmark mittelst des Meßtisches, der aber nur bei kleineren Feldmarken anzuwenden sein wird, legt man aus den Winkelpunkten des Dreiecknetzes mehrere die Feldmark schneidende Linien, bakt dieselben von 30 zu 30 Ruthen durch Pfähle aus, legt diese Linien, so wie die in ihnen liegenden Nummernpunkte durch Richtlinien und Auftragen der Entfernungen fest und benutzt die einzelnen Punkte zu neuen Standpunkten, um von ihnen aus Alles zu bestimmen, was sich bestimmen läßt. Zur Aufnahme des kleineren Details wendet man außerdem auch die Meßkette und das Winkelkreuz an, bestimmt die krummlinichten Gränzen auch wohl durch Koordinaten.

Ueber die Anwendung der Boussole bei der Detailaufnahme ist schon im Vorhergehenden das Nöthige bemerkt.

2. Die Aufnahme des Details mittelst des Theodolithen.

§. 18.

Man theilt die Flur in einzelne zusammenhängende Polygone, z. B. in Acker-, Wiesen-, Weide-, Waldflächen u. s. w., nimmt diese nach IX. §. 12. auf und legt zur Aufnahme des kleineren Details durch die Polygone Bindelinien, um auf bekannte Art die im Innern vorkommenden Konfigurationen durch gemeßene Ordinaten und Abscissen auf jene Bindelinien oder die Polygonseiten zu beziehen. Damit aber nach der Aufnahme der Polygone ein möglichst fehlerfreies Auftragen ihrer Winkelpunkte durch die Koordinaten möglich ist, müßen nicht allein die in IX. §. 12. angegebenen Prüfungen vorgenommen, sondern auch einzelne Polygonwinkelpunkte mit Winkelpunkten oder Seiten des Dreiecksnetzes in Verbindung gebracht werden.

Dadurch wird dann die Möglichkeit gegeben, jede Polygonecke unabhängig von der anderen durch die auf die Mittagslinie und das Perpendikel bezogenen Koordinaten aufzutragen. Hinsichtlich dieser Bestimmungen müßen aber verschiedene Fälle unterschieden werden.

1) Fällt eine Polygonseite in die Richtung einer Dreiecksseite, wie in Fig. 153. Af des Polygons Aabcdef auf AB, so wird es zur Festlegung des Polygons nur darauf ankommen, die Koordinaten des Punktes f zu bestimmen. Dieß kann aber ohne Weiteres aus dem bekannten Azimuthalwinkel BAS und der bekannten Länge der Seite Af geschehen. Schließen sich an das genannte Polygon noch andere Polygone an, so wird nach vorgenommener Prüfung jedes folgende sich durch das vorhergehende festlegen. Fig. 153.

2) Es fällt nur ein Polygonwinkelpunkt mit einem Dreieckspunkte zusammen, wie A des Polygons Aabc .... in Fig. 154. auf den Dreieckspunkt A. Mißt man in A den Winkel BAf, so läßt sich aus dem gegebenen Azimuthalwinkel BAS der Azimuthalwinkel der Seite fA berechnen. Dadurch bestimmen sich die Koordinaten des Punktes f und es ist dann wie vorhin das Polygon auf genügende Weise festzulegen. Fig. 154.

3) Keiner der Winkelpunkte des Polygons fällt in einen Winkelpunkt des Dreiecksnetzes oder eine Seite desselben.

a) Gestattet es das Terrain, von f auf AB eine Normale

fm zu fällen, so meße man ihre Länge, so wie Am. Aus den Koordinaten der Punkte A und B ergeben sich Ab und Bb; zieht man durch f die Normale fφ auf NS und von m die Normalen mn und mo auf fφ und NS, so ist nfm = dem Azimuthalwinkel BAS und daher

$$Ao = Am \cos. \alpha, \quad mo = Am \sin. \alpha,$$
$$fn = mf \cos. \alpha; \quad mn = mf \sin. \alpha;$$

Da nun Aφ = Ao — mn, fφ = fn + mo ist, so erhält man als Koordinaten des Punktes f, bezogen auf NS,

$$A\varphi = Am \cos. \alpha - mf \sin. \alpha,$$
$$f\varphi = mf \cos. \alpha + Am \sin. \alpha.$$

Bestimmt man demnach auf ähnliche Weise die Lage des Punktes g, so legt sich dadurch wieder das Polygon fghi ...... fest.

b) Kann man aber von f keine Normale auf AB fällen, so meße man fA und in A den Winkel fAB, so laßen sich die Koordinaten von f wie in 2) finden. Auf dieselbe Weise läßt sich g bestimmen.

c) Ist aber auch die Meßung der Linie fA oder fB nicht möglich, so meße man in A und B die Winkel fAB und fBA; dann bestimmen sich die Koordinaten von f nach §. 12. Auf ähnliche Weise legt sich auch g fest.

Dieß mag hinreichen, um zu zeigen, wie man auf verschiedene Weise die Polygonwinkelpunkte mit dem Dreiecksnetze in Verbindung bringen kann.

3. Die Aufnahme des Details mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes.

§. 19.

Auf einem bergigen oder hügeligen Terrain stellen sich der unmittelbaren Linien- und Winkelmeßung mittelst der Meßkette und des Winkelkreuzes so viele Schwierigkeiten entgegen, daß man gewiß, wenigstens zur Aufnahme mancher Polygone, in welche die Flur durch das Dreiecksnetz zerfällt ist, eines winkelmeßenden Werkzeugs sich bedienen wird. Es soll daher hier nur auf solche Feldmarken oder Fluren Rücksicht genommen werden, bei denen der ausschließliche Gebrauch der Meßkette und des Winkelkreuzes gestattet ist.

Gewöhnlich unterscheidet man bei jeder Feldmark wegen der

durch verschiedenen Boden, die Lage des Dorfes, Kunststraßen, Forstgrund u. s. w. bewirkten Scheidungen, 2 bis 3 größere Abtheilungen, Felder, so wie wieder jede derselben durch die sie durchziehenden Feld- und andere Wege in kleinere Abschnitte zerfällt, welche man Gewannen, Wannen nennt. Bei der Aufnahme des Dreiecksnetzes muß deshalb auf diese letzteren Sektionen insofern Rücksicht genommen werden, daß jede derselben wenigstens einen, wo möglich aber zwei Dreieckspunkte enthält. Kommt es nun bei der Aufnahme der Feldmark nur auf die Bestimmung der totalen Größe jede der Gewannen an, indem schon durch vorhandene Lagerbücher die Größe der dabei liegenden Parzellen bekannt ist, so bleibt die Triangularmethode, wie sie in VI. §§. 34. und 35. angegeben ist, aus den daselbst bemerkten Gründen die zweckmäßigste. Man hat dann bei der Aufnahme jeder Gewanne nur darauf zu sehen, daß einige der Seiten der abgesteckten Dreiecke mit denen des Dreiecksnetzes in eine Richtung fallen.

Ist aber der Inhalt jeder Parzelle besonders zu bestimmen, so ist das in VI. §. 38. angegebene Verfahren anzuwenden, indem man auf einem Theile der Flur ein größeres Viereck absteckt, so daß wenigstens eine Seite desselben durch zwei Punkte des Dreiecksnetzes geht und dann durch Querlinien die Durchschnitte mit den einzelnen Furchen u. s. w. bestimmt.

Die krummlinichten Gränzen der Kulturarten, Feldwege, Bäche u. s. w. werden, wie früher angegeben, durch Koordinaten festgelegt.

Das Dorf selbst mit seinen Gärten läßt sich am zweckmäßigsten mit einem Winkelmeßer und der Meßkette nach den in VIII. und IX. angegebenen Regeln bestimmen, wobei dann die Lage der Gassen gegen einander und die Umgebungen die Anwendung der einen oder anderen der dort angegebenen Methoden vorschreiben wird.

Anmerkung. Ausführlichere Beschreibungen des hier nur angedeuteten Verfahrens über die Aufnahme der Feldmarken findet man u. a. in Umpfenbach's praktischer Geometrie I. Frankfurt a. M. 1834., S. 279. u. f. und Hogrebe's praktischer Anweisung zum planimetrischen Vermeßen der Feldmarken. Hannover, 1835.

Elfter Abschnitt.

Die Vertikalmeßungen.

§. 1.

Bei allen in VI. — X. angegebenen Methoden des Meßens kam es nur auf die Bestimmung der Horizontalprojektion (Einl. §. 3.) kleinerer oder größerer Fluren, nicht aber auf die absolute Lage der Punkte derselben, d. h. auf ihre senkrechte Entfernung von einer angenommenen Horizontalebene an. Weil aber die Projektion eines Punktes auch die Projektion aller in der zugehörigen projicierenden Linie liegenden Punkte ist, so ist durch die Horizontalprojektion einer Flur die absolute Lage ihrer Punkte noch völlig unbestimmt. Soll demnach die Gestalt der unebenen Erdoberfläche dargestellt werden, wie dieß u. a. bei Straßen- und Eisenbahnanlagen, bei Projekten von Waßerleitungen u. s. w. gefordert wird, so wird auch noch die Bestimmung der senkrechten Entfernung, d. h. der Höhe, gegebener Punkte der Erdoberfläche über einer angenommenen Horizontalebene nothwendig. Bei diesen Höhenbestimmungen unterscheidet man die absolute Höhe eines Gegenstandes von der relativen. Die erstere bezeichnet den senkrechten Abstand des höchsten Punktes von seiner Grundfläche, die letztere von einer durch einen andern Punkt gelegten Horizontalebene, z. B. der Oberfläche des Meeres. Bei Vertikalmeßungen wird bald die absolute, bald die relative Höhe eines Objekts gesucht.

A. Trigonometrische Höhenbestimmungen.

1. Höhenbestimmungen aus kleineren Entfernungen.

§. 2.

Aufgabe. Die absolute Höhe eines Gegenstandes zu bestimmen, wenn seine Grundfläche mit dem Standpunkte in derselben Horizontalebene liegt.

Ist in Fig. 156. AB der gegebene Gegenstand und kann man Fig. 156.

1) von dem Standpunkte C nach A unmittelbar meßen, so meße man daselbst den Elevationswinkel α, sowie AC = a, so ist Bb = a tg. α, folglich, wenn Cc = h die Höhe des Winkelmeßers bis zum Fernrohre ist,

$$AB = a \text{ tg. } \alpha + h.$$

2) Kann man eines Hindernisses wegen AC nicht unmittelbar meßen, so meße man nur einen Theil davon; z. B. CD = a und bestimme in C und D die Elevationswinkel α und β, so ist, da cBd = $\beta - \alpha$ ist,

$$Bd = \frac{a \sin. \alpha}{\sin. (\beta - \alpha)},$$

folglich $AB = \dfrac{a \sin. \alpha \sin. \beta}{\sin. (\beta - \alpha)} + h.$

Anmerkung. Um ein genaues Resultat zu erhalten, muß der Standpunkt C in einer Entfernung genommen werden, daß α nahe 45° beträgt (IX. §. 17.).

§. 3.

Aufgabe. Die absolute Höhe eines Gegenstandes zu bestimmen, wenn seine Grundfläche mit dem Standpunkte nicht in derselben Horizontalebene liegt, aber die Meßung der Standlinie bis zum Fuße des Gegenstandes gestattet ist.

1) Liegt der Standpunkt C über dem Horizonte von A, Fig. 157., so meße man CA = a und die Vertikalwinkel α und β, so ist Fig. 157.

$$AB = \frac{a \sin. (\alpha + \beta)}{\cos. \alpha} + h.$$

2) Liegt der Standpunkt C unter dem Horizonte von A, so wird der Elevationswinkel β zum Depressionswinkel, also subtraktiv, mithin

$$AB = \frac{a \sin. (\alpha - \beta)}{\cos. \alpha} + h.$$

§. 4.

Die absolute Höhe eines Gegenstandes zu bestimmen, wenn man in der zu meßenden geneigten Standlinie CA, (Fig. 157.) nur ein Stück CD meßen kann.

1) Liegt C höher, als der Fußpunkt des Gegenstandes, so meße man in C die Vertikalwinkel α und β und in D den Elevationswinkel γ, sowie CD = a, so ist Bdb = $\beta + \gamma$ und cBd = $\gamma - \alpha$, folglich

$$Bd = \frac{a \sin. (\alpha + \beta)}{\sin. (\gamma - \alpha)}$$

und da Bbd = $90^0 - \beta$ ist,

$$Ab = \frac{Bd \sin. (\gamma + \beta)}{\cos. \beta} = \frac{a \sin. (\alpha + \beta) \sin. (\gamma + \beta)}{\sin. (\gamma - \alpha) \cos. \beta},$$

$$\text{mithin } AB = \frac{a \sin. (\alpha + \beta) \sin. (\gamma + \beta)}{\sin. (\gamma - \alpha) \cos. \beta} + h.$$

2) Liegt C tiefer als A, so wird β subtraktiv, folglich, da $\cos. - \beta = \cos. \beta$ ist,

$$AB = \frac{a \sin. (\alpha - \beta) \sin. (\gamma - \beta)}{\sin. (\gamma - \alpha) \cos. \beta} + h.$$

§. 5.

Aufgabe. **Die absolute Höhe eines Gegenstandes AB, Fig. 158., zu bestimmen, wenn man weder eine horizontale noch schiefe Standlinie, noch ein Stück derselben in der durch AB gelegten Vertikalebene meßen kann.**

Fig. 158.

Man meße in einer Ebene die Standlinie CD = a, von welcher angenommen werden mag, daß sie oberhalb der durch A gelegten Horizontalebene Acd und daß der Punkt D höher liege, als C. Man meße ferner in C den Horizontalwinkel Acd = α und die Vertikalwinkel δ, γ und ε, so wie in D den Horizontalwinkel Adc = β. Alsdann ist Cg = cd = $a \cos. \varepsilon$,

$$cA = \frac{cd \sin. \beta}{\sin. (\alpha + \beta)} = \frac{a \cos. \varepsilon \sin. \beta}{\sin. (\alpha + \beta)}.$$

Da nun $Bf = Cf \text{ tg. } \gamma = Ac \text{ tg. } \gamma$,
$Af = Cf \text{ tg. } \delta = Ac \text{ tg. } \delta$,

so ist $AB = \frac{a \sin. \beta \cos. \varepsilon}{\sin. (\alpha + \beta)} (tg. \gamma + tg. \delta) + h,$

$$= \frac{a \sin. \beta \cos. \varepsilon \sin. (\gamma + \delta)}{\sin. (\alpha + \beta) \cos. \gamma \cos. \delta} + h.$$

Anmerkung. In den meisten Fällen kann man aber bei der vorliegenden Aufgabe den Werth von h vernachläßigen.

§. 6.

1. Liegen die Standpunkte C und D, wenn auch nur annähernd, in der durch A gedachten Horizontalebene, so ist sowohl δ als $\varepsilon = o$, folglich $CD = cd$, $Bf = BA = Ac \, tg. \gamma$ und daher

$$AB = \frac{a \sin. \beta \, tg. \gamma}{\sin. (\alpha + \beta)} + h.$$

2. Haben die schiefen Schenkel der Vertikalwinkel γ, δ und ε gegen die in ihrer Ebene liegende Horizontale die entgegengesetzte Lage von der im vorigen §. angenommenen, so müßen sie subtraktiv genommen und bei Rechnungen muß dann berücksichtigt werden, daß $\cos. - \varphi = \cos. \varphi$ und $\sin. - \varphi = - \sin. \varphi$ ist.

3. Da $Cc = Af$ und $Dd = Cc + Dg$, so ist

$$Cc = \frac{a \sin. \beta \cos. \varepsilon \, tg. \delta}{\sin. (\alpha + \beta)},$$

$$Dd = \frac{a \sin. \beta \cos \varepsilon \, tg. \delta}{\sin. (\alpha + \beta)} + a \sin. \varepsilon,$$

Ausdrücke, durch welche die absoluten Höhen der Standpunkte C und D von der durch A gehenden Horizontalebene gefunden werden können.

2. Die Korrektion der Höhen wegen der Erhöhung des scheinbaren Horizonts über dem wahren und wegen der Refraktion.

§. 7.

Ist C, Fig. 159., der Mittelpunkt der Erde, die hier für die folgenden Betrachtungen als Kugel angesehen werden mag, so nennt man die durch den beliebigen Punkt A der Erdoberfläche gehende und bis zum scheinbaren Himmelsgewölbe erweiterte Berührungsebene, wovon MN den Durchschnitt bezeichnet, den

Fig. 159.

scheinbaren Horizont für A. Während demnach ein in dieser Ebene liegender Ort A″ von A aus gesehen werden kann, ist dieß bei dem von C gleichweit entfernten Orte a″ nicht der Fall. Die mit der Meeresoberfläche aa′ parallel liegende Fläche Aa″ nennt man den wahren Horizont für die Oerter A und a″ und die Entfernung A″a″ die Erhöhung des scheinbaren Horizonts über dem wahren, für den Punkt A″. Ferner wird der Unterschied der Entfernungen der Punkte A und A″ von C der Höhenunterschied derselben genannt; liegt der eine, A, in der Meeresfläche, in a, so heißt der Höhenunterschied A″a′ die Meereshöhe des Punkts A″.

§. 8.

Wird in A der Elevationswinkel des Punkts A′ gemeßen, so erhält man Statt des wahren Höhenwinkels A′Aa″, da die optische Achse des Fernrohrs vor der Bewegung desselben in der Vertikalebene mit dem scheinbaren Horizonte zusammenfällt, den Winkel A′AA″, also um den Winkel A″Aa″ = 1/2 C zu klein, einen eben so großen Depressionswinkel daher um den genannten Winkel 1/2 C zu groß. Beide Vertikalwinkel bedürfen daher einer Korrektion, welche man die Korrektion wegen der Krümmung der Erde oder wegen der Erhöhung des scheinbaren Horizonts über dem wahren nennt. Man pflegt indessen die Korrektion nicht an dem abgelesenen Höhenwinkel, sondern an der daraus berechneten Höhe vorzunehmen.

§. 9.

Da ferner bei der Meßung des Elevationswinkels A′AA″ das Auge des Beobachters in A nach I. §. 18. das Höhenobjekt A′ nicht in der Richtung AA′, sondern in der Richtung der an die Kurve AαA′ gezogenen Berührungslinie AB′ sieht, so wird Statt des Elevationswinkels A′AA″ der Winkel B′AA″, also jener um den Winkel B′AA′ zu groß abgelesen. Hätte man dagegen in A Statt des Elevationswinkels die Zenithdistanz ZAA′ des Punkts A′ für den Punkt A bestimmt, so würde sie um den genannten Winkel B′AA′ zu klein sein. Es bewirkt demnach die irdische Strahlenbrechung einen entgegengesetzten Fehler, als der von der Krümmung der Erde herrührende ist. Die aus diesem Grunde an gemeßenen Vertikalwinkeln vorzunehmende Korrektion

wird die Korrektion wegen der Strahlenbrechung oder wegen der Refraktion genannt. Deshalb heißen auch die Winkel A'AA'', ZAA' beziehungsweise die wahre Höhe und die wahre Zenithdistanz, die Winkel B'AA'' und ZAB' aber die scheinbare Höhe und scheinbare Zenithdistanz des Punkts A' für den Punkt A.

Zugleich ergiebt sich aber, daß nur bei der Meßung von Höhen- und Tiefenwinkeln beide genannte Korrektionen in Betracht gezogen werden müßen, während die Meßung von Zenithdistanzen nur die Berücksichtigung der Korrektion wegen der Refraktion fordert.

§. 10.

Aufgabe. Aus der bekannten Entfernung zweier Oerter A und A', Fig. 160., und dem Halbmeßer der Erde die Erhöhung des scheinbaren Horizonts zu bestimmen.

Fig. 160.

Bezeichnet man den Erdhalbmeßer durch r, die gesuchte Höhe BA' durch h und setzt man AB = AA' = d, so ist im Δ ABC,

$$(r + h)^2 = r^2 + d^2$$

$$\text{oder } r + h = \sqrt{r^2 + d^2} = r\sqrt{\left(1 + \frac{d^2}{r^2}\right)}$$

$$= r\left(1 + \frac{1.\,d^2}{2\,r^2} - \frac{1.\,d^4}{8\,r^4} + \ldots\right)$$

$$\text{und daher } h = \frac{d^2}{2r} - \frac{d^4}{8\,r^3}$$

wofür man aber näherungsweise

$$h = \frac{d^2}{2r}$$

setzen kann, indem das zweite Glied erst in Distanzen von fast 10 Meilen einen merklichen Einfluß äußert.

§. 11.

Aufgabe. Aus den bekannten gegenseitigen scheinbaren Zenithdistanzen Z und Z' zweier Höhenobjekte A und A' und ihrer Entfernung von einander, d die Größe der Refraktion ϱ zu bestimmen.

Fig. 159. In Fig. 159. sei $ZAB' = z$, $Z'A'B = z'$ und $Aa'' = d$ gegeben. Aus $Aa'' = d$ erhält man

$$C = \frac{d \cdot 206264{,}8}{r} \text{ Sekunden},$$

so daß also hiernach C als gegeben angesehen werden kann. Setzt man nun die den scheinbaren Zenithdistanzen z und z' zugehörigen Refraktionen $B'AA'$ und $BA'A = \varrho$ und ϱ', so ist nach §. 9., wenn man die wahren Zenithdistanzen der Punkte A und A' durch Z und Z' bezeichnet,

$$Z = z + \varrho, \; Z' = z' + \varrho'.$$

Weil ferner $Z = AA'C + C$, $Z' = A'AC + C$, also
$Z + Z' = AA'C + C + A'AC + C = 180^0 + C$ ist,
so ist $z + z' + \varrho + \varrho' = 180^0 + C$.

Sind aber die scheinbaren Zenithdistanzen gleichzeitig bestimmt, so daß demnach der Zustand der Atmosphäre in beiden Beobachtungspunkten wenigstens annäherungsweise als derselbe angesehen werden kann, so ist auch $\varrho = \varrho'$ und daher

$$\varrho = 90^0 + \tfrac{1}{2}\, C - \tfrac{1}{2}\,(z + z'),$$

in welchem Ausdrucke die Refraktion bei denselben Zenithdistanzen nur von dem Winkel C abhängig ist. Da nun unter Voraussetzung derselben Dichtigkeit der Atmosphäre an dem Beobachtungsorte, die Refraktion dem Winkel C proportional angenommen werden kann, so kann man

$$\varrho = \varkappa\, C$$

setzen, in welchem Ausdrucke $\varkappa$ einen Zahlenkoefficienten bezeichnet, der bei derselben Dichtigkeit der Luft als konstant betrachtet werden darf. Nach den neuesten von Gauß vielfach angestellten Untersuchungen kann man $\varkappa = 0{,}0653$, also $\varrho = 0{,}0653\, C$ setzen; nach den früheren Untersuchungen von Delambre ist $\varkappa = 0{,}08$. Nach Bessel's Beobachtungen in Ostpreußen ist $\varkappa = 0{,}0685$, nach Struve $= 0{,}06185$; die neuesten Arbeiten jedoch haben gezeigt, daß ϱ sich mit allen Zeiten und besonders mit der Tageszeit ändert.

§. 12.

Aufgabe. Aus den bekannten gegenseitigen scheinbaren Zenithdistanzen z und z' zweier Höhenobjekte A und A', ihrer Entfernung von einander, d, und

der Größe der Refraktion die wahren Zenithdistanzen Z und Z' zu bestimmen.

Man berechne nach dem vorigen §. zuerst aus d und r die Größe des Winkels C durch den Ausdruck

$$C = \frac{d \cdot 206264{,}8}{r} \text{ Sekunden},$$

so ist, da nach dem vorigen §. $Z = z + \varrho$, $Z' = z' + \varrho'$, bei gleichzeitigen Zenithdistanzenbestimmungen aber $\varrho' = \varrho$ gesetzt werden kann,

$$Z = z + 90^0 + \tfrac{1}{2} C - \tfrac{1}{2}(z + z') = 90^0 + \tfrac{1}{2} C + \tfrac{1}{2}(z - z'),$$
$$Z' = z' + 90^0 + \tfrac{1}{2} C - \tfrac{1}{2}(z + z') = 90^0 + \tfrac{1}{2} C - \tfrac{1}{2}(z - z'),$$

Ausdrücke, worin die Berechnung der wahren Zenithdistanzen außer von dem bestimmten Winkel C nur von den gemeßenen scheinbaren Zenithdistanzen abhängt.

Ist nur eine scheinbare Zenithdistanz, z. B. Z bestimmt, so ist

$$Z = z + 0{,}0653\ C. ^{*)}$$

§. 13.

Da bei den Zenithdistanzenmeßungen in den Beobachtungspunkten meistens Signale errichtet sind, an deren Fuße die Meßung des Winkels geschieht, während ihre Spitzen zu den Zielpunkten dienen, so bedürfen die gemeßenen scheinbaren Zenithdistanzen noch einer Korrektion, indem z. B. der am Fuße α des Signals $A\alpha$, Fig. 161., beobachtete Winkel $Z\alpha B' = \zeta$ noch auf den Winkel ZAB' reduciert werden muß. Setzt man $AB'\alpha = x$, $A\alpha = h$, $AB' = d$, so ist

Fig. 161.

$$h : d = \sin. x : \sin. \zeta,$$

$$\text{mithin } \sin. x = \frac{h \cdot \sin. \zeta}{d}.$$

Da der Winkel x immer nur sehr klein sein wird, so kann man $\sin. x = x \sin. 1''$, mithin $x = \frac{\sin. x}{\sin. 1''} = \sin. x\ 206264{,}8$ Sekunden setzen. Es ist daher

$$ZAB' = z = \zeta + x = \zeta + \frac{h \cdot \sin. \zeta}{d}\ 206264{,}8 \text{ Sek.}$$

---

*) In dem Nachfolgenden soll immer der von Gauß angegebene Werth für $\varkappa$ berücksichtigt werden.

Auf dieselbe Weise erhält man

$$z' = \zeta' + \frac{h' \sin. \zeta'}{d} 206264,8 \text{ Sekunden},$$

wonach also auch die im vorigen §. angegebenen Ausdrücke für die wahren Zenithdistanzen zu verbessern sind.

3. Höhenbestimmungen aus großen Entfernungen.

§. 14.

Fig. 162. Aufgabe. Aus der in der einen Station A, Fig. 162., gemessenen scheinbaren Zenithdistanz z und der Horizontalentfernung AA' = d die Höhe A'B = H zu berechnen.

Man bestimme nach den §§. 12. u. 13. aus z die wahre Zenithdistanz ZAA' = Z und nach §. 11. aus d und dem Erdhalbmesser r den Winkel C, so ist in dem Dreiecke AA'B
$\beta = 180^0 - (Z + \alpha) = 180^0 - (Z + (90^0 - \frac{1}{2} C)) = 90^0 - (Z - \frac{1}{2} C)$, und $\gamma = Z - C$,

$$\text{mithin } H = \frac{AB \sin. \beta}{\sin. \gamma} = \frac{AB \cos. (Z - \frac{1}{2} C)}{\sin. (Z - C)},$$

so daß es demnach nur noch darauf ankommt, aus bekannten Stücken die Größe der Sehne AB = s zu berechnen.

Da nämlich s = 2r sin. ½ C und

$$\sin. \tfrac{1}{2} C = \tfrac{1}{2} C - \frac{\frac{1}{2} C^3}{1.2.3} + \frac{\frac{1}{2} C^5}{1.2\ldots5} - \ldots,$$

wobei aber das dritte Glied ohne Fehler vernachläßigt werden kann, wegen der Kleinheit des Winkels C aber

$$\sin. \tfrac{1}{2} C = \tfrac{1}{2} C \sin. 1'' - \tfrac{1}{6} (\tfrac{1}{2} C \sin. 1'')^3,$$

$$= \frac{\frac{1}{2} C}{206264,8} - \tfrac{1}{6} \left(\frac{\frac{1}{2} C}{206264,8}\right)^3 \text{ ist},$$

so erhält man mit Berücksichtigung, daß nach §. 11.

$$\frac{C \cdot r}{206264,8} = d \text{ ist}, \quad s = d - \tfrac{1}{24} \frac{d^3}{r^2},$$

wodurch s sich bestimmt.

Anmerkung. Kann man wegen geringer Entfernung der Punkte A und A', C = 0 und AB = d setzen, so ist H = d cotg. Z, welcher Ausdruck mit dem im §. 2. 1. angegebenen übereinstimmt.

§. 15.

Aufgabe. Aus den in A und A′ gemeßenen scheinbaren Zenithdistanzen z und z′ und der Horizontalentfernung d die Höhe AA′ = H zu bestimmen.

Man berechne wieder nach §§. 12. u. 13. die wahren Zenithdistanzen Z und Z′, nach §. 11. die Größe des Winkels C und wie im vorigen §. die Länge der Sehne AB = s, so ist, da $\gamma = 180^0 - Z'$ und $\beta = 90^0 - (Z - \frac{1}{2} C)$ (§. 14.) ist,

$$H = \frac{s . \sin. \beta}{\sin. \gamma} = \frac{s . \cos. (Z - \frac{1}{2} C)}{\sin. Z'}.$$

§. 16.

Kann man wegen geringer Entfernung der Stationspunkte A und A′, C = o und AB = d setzen, so erhält man nach §. 12.

$$H = \frac{d \cos. (90^0 + \frac{1}{2} C + \frac{1}{2} (z - z'))}{\sin. (90^0 + \frac{1}{2} C - \frac{1}{2} (z - z'))} = \frac{- \sin. \frac{1}{2} (z - z') . d}{- \cos. \frac{1}{2} (z - z')}$$
$$= d . \mathrm{tg}. \frac{1}{2} (z - z'),$$

so daß also die gesuchte Höhe sogleich aus den gemeßenen scheinbaren Zenithdistanzen und der Horizontalentfernung d sich berechnen läßt.

§. 17.

Kann man aus dem einen der beiden Punkte, deren Höhenunterschied man bestimmen soll, den andern wegen zu großer Entfernung oder wegen dazwischen liegender Hindernisse nicht sehen, so verbindet man beide durch eine Kette von Dreiecken, berechnet deren Seiten und bestimmt in auf einander folgenden Winkelpunkten nach den vorigen §§. die Höhenunterschiede, so erhält man durch dieß s. g. trigonometrische Nivellement auch den Höhenunterschied der gegebenen Punkte.

§. 18.

Anmerkung. Außer den im Vorhergehenden angegebenen trigonometrischen Höhenbestimmungen laßen sich auch auf einem rein geometrischen Wege durch Hülfe eines senkrecht eingesetzten Stabes oder durch die Länge der Schatten, die von den Höhenobjekten bei gleicher Sonnenhöhe auf eine Horizontalebene geworfen werden, Höhen von Objekten in kleinen Entfernungen bestimmen.

Da aber leicht einzusehen ist, daß diese geometrischen Höhenbestimmungen nur höchst ungenaue Resultate liefern, also für die Praxis keinen reellen Werth haben können, so soll von ihnen auch keine Rede sein.

B. Das Nivellieren.

§. 19.

Auch das Nivellieren hat zum Zweck, Höhenunterschiede von Punkten der Erdoberfläche zu bestimmen; es unterscheidet sich aber vom trigonometrischen Höhenmeßen nicht nur durch die geforderte größere Genauigkeit, sondern auch dadurch, daß die Höhenunterschiede immer nur gering sind und die zu bestimmenden Punkte meistens in einer Linie oder Fläche stetig neben einander liegen. Nivellementsbestimmungen werden gefordert bei der Anlage von künstlichen Waßerleitungen, Schleusenbauten, Mühlenanlagen, Chaussee- und Eisenbahnbauten, Ent- und Bewäßerungsanlagen u. s. f.

Um nun den Höhenunterschied — das Gefälle — BA' zweier gegebener Punkte A und A', Fig. 160., zu bestimmen, wird man daher durch das Nivellierwerkzeug die Richtung des scheinbaren Horizonts AB anzugeben haben, weil aus der bekannten Horizontalentfernung AA' nach §. 10. der Werth von BA' sich ergiebt. Aber nur bei kürzeren Entfernungen kann man den von B bis A gehenden Lichtstrahl als eine gerade Linie ansehen, bei längeren Entfernungen dagegen und bei dem gewöhnlichen Zustande der Atmosphäre wird der horizontale Visierstrahl unter dem Horizonte, etwa in B' liegen (§. 9.); da nun nach §. 11. der Refraktionswinkel B'AB = 0,0653 C, BAA' aber = 1/2 C ist, so wird wegen der Kleinheit der Winkel angenommen werden können, daß BB' : BA' = 0,0653 C : 1/2 C,

Fig. 160.

$$\text{folglich } BB' = 0{,}1306\ BA' = 0{,}1306\ .\ \frac{d^2}{2r} \text{ ist.}$$

Die Korrektion, die man daher bei dem gefundenen Gefälle unter Berücksichtigung der Krümmung der Erde und der Refraktion anzubringen hat, wird demnach

$$c = \frac{d^2}{2r} - 0{,}1306\ \frac{d^2}{2r} = 0{,}4347\ \frac{d^2}{r}$$

betragen, die man nach §. 10. beim Fallen der Stationen abzuziehen, beim Steigen aber zuzusetzen hat.

Nimmt man den mittleren Erdhalbmeßer = 21795294 Hannoversche Fuß an, so erhält man folgende

Tabelle
über die Höhenkorrektion wegen der Höhe des scheinbaren Horizonts über dem wahren und wegen der Refraktion.

Länge der Station	Korrektion in Linien Hannoverschen Maßes		
Ruthen	für 1 Ruthe = 2304‴	für 1 Ruthe = 1600‴	
10	0. 074	0. 051	
20	0. 294	0. 204	
30	0. 662	0. 46	
40	1. 176	0. 817	
50	1. 838	1. 276	
60	2. 647	1. 838	
70	3. 603	2. 502	
80	4. 706	3. 268	
90	5. 955	4. 136	
100	7. 352	5. 106	

§. 20.

Das Verfahren beim Nivellieren bleibt mit den in IV. §§. 88. — 97. beschriebenen Instrumenten im Wesentlichen dasselbe; ein Unterschied besteht hauptsächlich nur darin, daß man die für gegebene Entfernungen vorgeschriebene Schärfe wegen der mehr oder minderen Vollkommenheit ihrer Konstruktionen nur bis zu verschiedenen Graden erreichen kann. In der Ausführung unterscheidet man zwei Methoden des Nivellierens: das Nivellieren aus den Endpunkten (oder das Vorwärts-Nivellieren) und das Nivellieren aus der Mitte. Während man nun bei der Anwendung der Kanalwage und des Quecksilberniveau's, unter Anwendung der letzteren Methode nur auf Stationen von höchstens 40 Ruthen Länge angewiesen ist, kann man bei den Libellenniveaux, je nach ihrer größeren Vollkommenheit, Stationen bis zu 140 — 160 Ruthen Länge nehmen. Nur das Nivellieren

mit den in IV. §. 86. angegebenen Instrumenten ist von dem mit den oben erwähnten Niveaux verschieden; hinsichtlich der Genauigkeit, die man mit ihnen zu erreichen vermag, bleiben sie hinter den ersteren zurück; auch läßt sich auf sie nicht der oben gemachte Unterschied der Methoden anwenden.

1. Das Nivellieren mit der Setzwage.

§. 21.

In der Richtung der Nivellementslinie läßt man in Entfernungen, die der Länge des Richtscheits gleich sind, Pfähle mit ebenen Köpfen in die Erde treiben, z. B. Aa und Bb, Fig. 163., legt auf diese das Richtscheit und bringt dasselbe mittelst der aufgesetzten Setzwage in die horizontale Lage. An Bb schlägt man darauf für die zweite Lage des Richtscheits einen andern Pfahl Bβ und in C den Pfahl Cc ein und bringt das aufgelegte Richtscheit in die horizontale Lage u. s. f. Mißt man nun die Höhe h der hintern und die Höhe v der vorderen Pfähle und bezeichnet man allgemein durch ${}_mG_n$ das Gefälle von m bis n, so ist ${}_0G_1 = v_1 - h_1$, ${}_1G_2 = v_2 - h_2$, ${}_2G_3 = v_3 - h_3$, folglich

$${}_0G_3 = (v_1 + v_2 + v_3) - (h_1 + h_2 + h_3),$$

und allgemein ${}_0G_n = (v_1 + v_2 + v_3 + \ldots\ldots v_n) - (h_1 + h_2 + \ldots\ldots h_n)$, d. h. man findet das Gefälle zwischen zwei beliebigen Punkten, wenn man von der Summe der vorderen Pfahlhöhen die der hintern subtrahiert. Erhält man einen positiven Rest, so liegt der letzte Punkt tiefer, als der erste, im Gegentheile höher. Die gemeßenen Linien trägt man in ein Manual von folgender Einrichtung.

Station			Pfahlhöhe		Gefälle				Bemerkungen
			hintere	vordere	einzeln		summarisch		
Anfang	Ende	Länge Fuß	Fuß	Fuß	Vorz.	Fuß	Vorz.	Fuß	
0	1	16	2,82	4,82	+	2,0	+	2,0	
1	2	16	3,43	5,41	+	1,98	+	3,98	
2	3	16	4,0	4,2	+	0,2	+	4,18	
3	4	16	5,62	4,72	—	0,9	+	4,09	
4	5	16	5,45	3,12	—	2,33	+	1,76	
5	6	12,5	2,32	5,80	+	3,48	+	5,24	

2. Das Nivellieren mit der Markscheiderwage.

§. 22.

Außer dem in IV. §. 5. beschriebenen Gradbogen dient dazu eine aus Messingdrath verfertigte 2 Ruthen lange Meßschnur, deren Glieder bei 0,1° Länge durch kleine Ringe und Wirbel verbunden sind. Letztere wird auf in die Erde getriebenen Pfählen oder auf 3füßigen Böcken mit abgerundeten Köpfen mittelst eingeschraubter Pfriemen befestigt und gehörig straff gespannt. Bei einer von der Horizontalen wenig abweichenden Lage der Schnur hängt man zur Bestimmung des Neigungswinkels derselben den Gradbogen in ihrer Mitte an beiden Seiten an und nimmt von beiden Ablesungen das arithmetische Mittel. Bei mehr geneigter Lage der Schnur hängt man die Wage an zwei Punkten auf, die vom Anfange und Ende gleich weit abstehen, ebenfalls aber in verwendeter Lage. Berechnet man nun aus der Länge der Schnur = a und dem gefundenen Neigungswinkel φ die horizontale und vertikale Entfernung der gegebenen Punkte mittelst der Ausdrücke $h = a \cos. \varphi$, $v = a \sin. \varphi$
und mißt außerdem die vertikalen Abstände der Endpunkte oder auch anderer Punkte der Schnur von der Erdoberfläche, so ergiebt sich daraus leicht die Bestimmung des Gefälles.

Diese Methode des Nivellierens bietet besonders bei der Bestimmung der Querprofile bei bedeutender Abweichung des Terrains in kurzen Distanzen viel Bequemlichkeit dar.

Kleinere Theile der bis auf 15 Minuten gehenden Theilung des Gradbogens bestimmt man nach dem Augenmaße bis auf $2^1/_2$ Minuten, wofür aber die Markscheider eine bei der Ablesung der kleineren Theile des bergmännischen Kompasses (VII. §. 3.) analoge Abschätzung anwenden. Das dabei anzuwendende Manual kann folgende Einrichtung haben:

Anfang. der Station	Ende der Station	Länge der Stat.	Neigungswinkel		Berechnete			Summarisches Gefälle		Bemerkungen
			Steigen	Größe	Horizontal-Entfernung	Höhenunterschiede				
		Ruthen	Fallen	Grade	Ruthen	Vorz	Ruthen	Vorz	Ruthen	

Auf ähnliche Weise kann das Nivellieren mit dem Kilometer ausgeführt werden, nur dient diesem das Richtscheit zur Unterlage, das, wie die Setzwage auf eingetriebene Pfähle gelegt wird.

3. Das Nivellieren mit der Kanal- und Quecksilberwage und den Libellen-Niveaux.

a. Das Nivelliren aus den Endpunkten.

§. 23.

Fig. 164.

Man bezeichnet die einzelnen Punkte 0, 1, 2 ..., Fig. 164., deren Gefälle bestimmt werden soll, entweder vor dem Nivellement oder während desselben durch in die Erde getriebene Pfähle mit ebenen Köpfen, wenn sie sonst nicht anderweit schon bezeichnet sind, stellt sich mit dem Niveau in dem Anfangspunkte 0 auf und bringt (wenn hier nur auf ein Libellenniveau Rücksicht genommen wird) die Libelle mittelst der Stellschrauben oder der Elevationsschraube (IV. §. 90.) zum Einspielen. Nun läßt man in dem Endpunkte 1 der ersten Station die Nivellierlatte errichten und richtet mittelst der Visierlinie die Zielscheibe zu wiederholten Malen ein, läßt die betreffenden Zielhöhen 1. a ablesen, nimmt von den verschiedenen Resultaten das arithmetische Mittel z_1 und bestimmt die Instrumentenhöhe $o\alpha = i_1$ bis zur Mitte des Okulars, so ist nach der im §. 21. angegebenen Bezeichnung

$$_0G_1 = z_1 - i_1 + c_1,$$

wobei c_1 den nach der Tabelle im §. 19. bestimmten additiven oder subtraktiven Werth bezeichnet, je nachdem 1 höher oder tiefer als 0 liegt, oder je nachdem $z_1 \lesseqgtr i_1$ ist.

Auf dieselbe Weise bestimmt man

$$_1G_2 = z_2 - i_2 + c_2,\ _2G_3 = z_3 - i_3 + c_3 \ldots\ldots,$$

so ist allgemein

$$_0G_n = (z_1 + z_2 + z_3 + \ldots z_n) - (i_1 + i_2 + i_3 + \ldots i_n) + (c_1 + c_2 + \ldots c_n)$$

d. h. man findet das Gefälle zwischen zwei beliebigen Punkten, wenn man von der Summe der Lattenhöhen die Summe der Instrumentenhöhen abzieht und mit dem Reste die Summe der Korrektionen als additiven oder subtraktiven Werth verbindet.

Das Manual kann folgende Einrichtung haben:

Nivellement von . . . . bis . . . .

Station			Zielhöhe	Instrumentenhöhe	Gefälle		Korrektion		Verbeßertes Gefälle				Bemerkungen
									einzeln		summarisch		
Anfang	Ende	Länge Ruthen	Fuß	Fuß	Vorz.	Fuß	Vorz.	Linien	Vorz.	Fuß	Vorz.	Fuß	
0	1	80	8,34	4,32	+	4,02	—	3,3	+	3,99	+	3,99	
1	2	40,5	2,12	4,45	—	2,33	+	0,8	—	2,34	+	1,65	
2	3	70,2	14,06	4,38	+	9,68	—	2,5	+	9,66	+	11,31	
3	4	50,3	3,32	4,27	—	0,95	+	1,3	—	0,96	+	10,35	

. . . .

§. 24.

Das Nivellieren mit dem Stampfer-Starke'schen Niveau (IV. §. 96.) beruht auf dem Satze, daß die durch die Mikrometerschraube gemeßenen Winkel, wegen ihrer Kleinheit, den an der Nivellierlatte sich bildenden Gegenseiten proportional gesetzt werden können. Man stelle in dem Anfangspunkte 0, Fig. 165. der Station 0 1 das Niveau, in dem Endpunkte 1 die Nivellierlatte auf, bringe durch die Stellschrauben die Platte B (Fig. 92.) in die horizontale Lage und durch die Mikrometerschraube die Libelle zum Einspielen und lese den Stand der Mikrometerschraube $= h$ ab. Visiert man nun nach der oberen und unteren Zielscheibe, und liest in beiden Fällen die Stände der Mikrometerschraube $= o$ und $= u$ ab, so wird

Fig. 165.

$$HU : OU = HaU : OaU = h - u : o - u,$$

oder, wenn man die Höhe $HU = H$, den konstanten Abstand der beiden Scheiben $= d$ setzt,

$$H : d = h - u : o - u,$$

woraus $H = \dfrac{d\,(h - u)}{o - u}$ folgt.

Ist daher l die Höhe der unteren Scheibe vom Endpunkte der Latte, c die Höhenkorrektion und i die Instrumentenhöhe, so ist

$$oGI = d\,\frac{h - u}{o - u} + l - i + c,$$

wobei wieder c additiv oder subtraktiv zu nehmen ist, nachdem 1 höher oder tiefer als 0 liegt, oder nachdem $h - u$ negativ oder positiv ist.

Allgemein ist daher

$$oGn = nl + \left(\left(\frac{h-u}{o-u}\right)_1 + \left(\frac{h-u}{o-u}\right)_2 + \ldots + \left(\frac{h-u}{o-u}\right)_n\right)d$$
$$- (i_1 + i_2 + \ldots + i_n) + (c_1 + c_2 + \ldots + c_n).$$

Anmerkung. Eine nähere Anweisung über diese Art des Nivellierens findet man in Stampfer's Anleitung zum Nivellieren rc. Wien, 1845.

b. Das Nivellieren aus der Mitte.

§. 25.

Fig. 166.—168.

Man stellt sich mit dem Niveau in der Mitte I der ersten Station 0.1, Fig. 166., auf, visiert nach den in 0 und 1

errichteten Nivellierlatten und liest die Höhen der Zielscheiben $0\alpha = z^r_1$ und $1a = z_{v1}$ ab, so ist $_0G_1 = z^v_1 - z^r_1$. Ist $z^v_1 > z^r_1$, so ist das Gefälle positiv, im Gegentheile negativ. Denn in dem vorliegenden Falle, wobei 0 höher und 1 tiefer als der Standpunkt I liegt ist, wenn man durch 0 die Horizontale 0β sich gezogen denkt, $_0G_1 = 1\beta = 1a - 0\alpha = z_{v1} - z_{r1}$. Liegen beide Endpunkte der Station tiefer als I, Fig. 167., so ist $_0G_1 = 1\beta = 1a - 0\alpha$, wie vorhin. Dasselbe zeigt sich auch, wenn 0 und 1 höher liegen als I, Fig. 168. Bestimmt man nun auf dieselbe Weise das Gefälle der zweiten Station 1.2, Fig. 166., aus dem in ihrer Mitte liegenden Standpunkte II, $_1G_2 = z_{v2} - z^r_2$, und eben so $_2G_3 = z^v_3 - z^r_3$ ...., so ist $_0G_n = (z^v_1 + z^v_2 + z^v_3 + \ldots\ldots z^v_n) - (z^r_1 + z^r_2 + z^r_3 + \ldots\ldots + z^r_n)$ d. h. *man erhält das Gefälle zwischen zwei beliebigen Punkten, wenn man von der Summe der vorderen Zielscheibenhöhen die Summe der rückwärts genommenen subtrahiert.*

Die gemeßenen Längen trägt man in eine Tabelle von folgender Einrichtung:

Standpunkt	Rückwärts		Vorwärts		Gefälle				Länge der Station	Bemerkung
	Nach №	Lattenhöhe Fuß	Nach №	Lattenhöhe Fuß	Einzeln Vz.	Einzeln Fuß	Summarisch Vz.	Summarisch Fuß	Ruthen	
I.	0	8,23	1	10,54	+	2,31	+	2,31	50	
II.	1	15,47	2	5,82	+	9,65	—	7,34	100	
III.	2	2,75	3	10,23	+	7,18	+	0,14	90	
IV.	3	5,82	4	8,95	+	3,13	+	3,27	120	

. . . .

Anmerkung. Auch bei dieser Methode darf man sich mit dem *einmaligen* Visieren nicht begnügen, sondern muß ebenfalls von den Resultaten, die aus dem wiederholten Einvisieren entstehen, das arithmetische Mittel nehmen. (Man vgl. §§. 23. u. 29.)

§. 26.

Behält man die im §. 24. angegebene Bezeichnung bei, so erhält man mit dem *Stampfer-Starke*'schen Niveau das Gefälle zwischen beliebigen Punkten, wenn man die Werthe

für das Vorwärts- und Rückwärtsvisieren durch beigesetzte v und r andeutet, durch den Ausdruck

$$_0G_n = d.\left(\left(\frac{h-u}{o-u}\right)_1^v + \left(\frac{h-u}{o-u}\right)_2^v + \ldots\ldots + \left(\frac{h-u}{o-u}\right)_n^v\right)$$

$$- d.\left(\left(\frac{h-u}{o-u}\right)_1^r + \left(\frac{h-u}{o-u}\right)_2^r + \ldots\ldots + \left(\frac{h-u}{o-u}\right)_n^r\right).$$

§. 27.

Die Methode des Nivellierens aus der Mitte bietet in mehrfacher Hinsicht Vorzüge vor der zuerst angegebenen dar.

1. Kann man noch einmal so lange Stationen nehmen, mithin wird ein beim Visieren gemachter Fehler nur halb so oft vorkommen.

2. Kann man annehmen, daß dieser Fehler durch das Visieren nach entgegengesetzten Seiten sich meistens aufheben wird.

3. Wird ein Fehler, der in der Lage der Visierlinie des Fernrohrs in Bezug auf die Sehne der Libelle Statt findet, durch das Visieren nach entgegengesetzten Richtungen sich aufheben.

4. Hängt die Bestimmung des Gefälles nicht von der Messung der Instrumentenhöhe ab, welche meistens nur annähernd richtig auszuführen ist und

5. bedarf man der Höhenkorrektionen nicht, indem sie sich ebenfalls aufheben. Denn liegt, wie in Fig. 166., der eine Endpunkt der Station höher, der andere tiefer, als der Standpunkt, so ist die Korrektion für den ersteren additiv, für den anderen subtraktiv. Bezeichnet man nun die Specialgefälle zwischen I und 0. und zwischen I und 1. beziehungsweise durch g_0 und g_1, so ist $G = g_0 + c + g_1 - c = g_0 + g_1$. Liegen aber beide Endpunkte der Station tiefer oder höher, als I, Figg. 167. und 168., so ist im ersten Falle c für beide Visierlinien subtraktiv, im anderen additiv. Da aber alsdann das Gefälle G zwischen 0 und 1 der Differenz von g_0 und g_1 gleich ist, so ist ebenfalls $(\pm c) - (\pm c) = 0$.

Aus diesen Gründen wendet man das Nivellieren aus der Mitte überall an, wo es möglich ist. Dabei ist auch nicht erforderlich, sich genau in der Mitte der Station aufzustellen, sondern es reicht hin, in einem Punkte seitwärts seine Stellung zu nehmen, der von den Endpunkten gleiche Entfernung hat.

§. 28.

Jedes Nivellement muß nicht nur bei einem festen unabänderlichen Punkte, z. B. einem Brückenpfeiler, einem Baume, einem Gränzsteine u. s. w. anfangen und schließen, sondern es muß auch in seinem Verlaufe an solche Punkte sich anschließen. In der Nivellements Tabelle ist dann der Höhenunterschied solcher Punkte gegen den Anfangspunkt zu bestimmen. Welche andere Zwischenpunkte aber zu nivellieren und in welchen Entfernungen von einander sie zu wählen sind, hängt nicht nur von dem Zwecke des Nivellierens, sondern auch von der Vollkommenheit des anzuwendenden Niveau's und der Beschaffenheit des Terrains ab, weshalb hier, da für alle verschiedene Zwecke das geometrische Verfahren des Nivellierens dasselbe bleibt, auch keine speciellen Anleitungen für das Nivellieren der Straßen und Eisenbahnen, der Kanäle, der Ströme und Flüsse gegeben werden, sondern nur noch einige allgemeine Bemerkungen über verschiedene Ausführungen folgen sollen.*)

1. Gewöhnlich wird vor den Straßen- und Eisenbahnanlagen, den Flußregulierungen u. s. w. eine vorläufige Angabe über die Richtung des zu nehmenden Weges und eine allgemeine Kenntnis der Terrainpunkte gegen einander gefordert. Bei diesen generellen Nivellements kann man die Stationen meistens sehr groß nehmen und braucht hinsichtlich der Höhenbestimmungen hauptsächlich nur solche Punkte zu berücksichtigen, die für den beabsichtigten Zweck von Wichtigkeit sind. Gewöhnlich wird daher auch keine große Genauigkeit gefordert. Ist es aber bei den generellen Nivellements zugleich Zweck, Zwischenpunkte zum spätern Anhalten bei technischen Ausführungen zu bestimmen, so kann man sich dazu nur größerer Werkzeuge mit vollkommneren Konstruktionen bedienen.

2. Beim Special-Nivellement eines Flußes schlägt man vorher, da dessen Waßerfläche während des Nivellierens steigen und sinken kann, an den Anfangs- und Endpunkt feste Pfähle und mißt deren Vertikalabstand vom Waßerspiegel. Gewöhnlich wird dabei aber auch noch die Kenntnis der Lage des seitwärts

*) In dieser Hinsicht findet man ausführlichere Anleitung in Bachmann's Theorie und Praxis des Nivellierens u. s. w. Weimar, 1838.

liegenden Bodens verlangt. Dann legt man in bestimmten Entfernungen der Längennivellementsachse, wie die Verschiedenheit des Terrains es fordert, Normalen gegen dieselbe und nivelliert die in ihnen liegenden Punkte. Man nennt solche Nivellements Quernivellements. Bei dem Nivellement eines Flußes sind auch alle übrigen zugehörigen Bauwerke zu berücksichtigen, wohin Brücken, Schleusen, Mühlen, Ueberfälle, Wehre, Pegel u. s. w. gehören. Auch kommt es auf die Angabe des höchsten, mittleren und tiefsten Waßerstandes an. Zur Entwerfung des Profils des Strombettes dient eine über den Strom gespannte, nach Ruthen abgetheilte Schnur, von welcher ab die Tiefen des Bettes durch Senkel bestimmt werden.

3. Bei Straßenanlagen werden nach beendigtem Generalnivellement zuerst die Richtungen der Straße abgesteckt und hiervon die Längennivellements ausgeführt. Gleichzeitig erfolgt die Bestimmung der Quernivellements an allen den Stellen, wo bedeutende Abweichungen im Terrain sich zeigen. Meistens reichen Quernivellements in 5 bis 10 Ruthen Entfernung von einander hin; im gebirgigen Terrain kann letztere auch geringer sein.

§. 29.

Jedes Nivellement muß aber, wenn nicht ganz oberflächliche Angaben genügen, von dem Endpunkte aus nach dem Anfangspunkte zurück noch einmal vorgenommen werden. Weichen beide Resultate nur so viel ab, daß man die Größe der Abweichung den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben kann, so nimmt man von ihnen das arithmetische Mittel. Sind aber auch Zwischenpunkte hinsichtlich ihres Gefälles zu bestimmen, so muß man die Größe der halben Abweichung nach Verhältnis auf die einzelnen Stationen vertheilen. Es ist deshalb immer anzuempfehlen, nach jeder genommenen Visur beim Nivellieren die Zielscheibe wieder etwas verschieben zu laßen, aufs Neue ihren Stand zu bestimmen und von den erhaltenen verschiedenen Zielhöhen-Resultaten das arithmetische Mittel zu nehmen. Immer bleibt aber zu beachten, daß die bedeutendsten Fehler bei starken Luftzitterungen oder dadurch entstehen, daß ein Visierstrahl dicht über dem erwärmten Erdboden hinweg geht.

§. 30.

Bei dem Nivellieren größerer Flächen nach Länge und Breite, was z. B. beim Trockenlegen sumpfiger Stellen, Planierungen des Bodens u. s. w. vorkommt, theilt man dieselben gewöhnlich durch normal auf einander gesetzte Parallelen in lauter Rechtecke ab, und erhält dadurch zwei Reihen sich durchkreuzender Nivellements, wodurch sich die Höhenunterschiede der Terrainpunkte genügend festlegen. Bei den Planierungen wird es hauptsächlich auf die Ausführung der Aufgaben ankommen: durch einen gegebenen Punkt nach einer gegebenen Richtung eine Horizontallinie abzustecken; oder die Lage einer durch einen gegebenen Punkt gehenden Horizontalebene zu bestimmen und durch einen gegebenen Punkt nach einer bestimmten Richtung eine Horizontallinie und durch diese wieder eine Ebene zu legen, welche unter einem bestimmten Winkel gegen den Horizont geneigt ist. Die Ausführung der ersteren beiden Aufgaben dürfte aber keinen Schwierigkeiten unterworfen sein und bei der dritten ist nach Absteckung der Horizontallinie zunächst in normaler Richtung gegen dieselbe eine andere Linie festzulegen, welche den gegebenen Winkel mit ihr einschließt, was aber durch die gegebenen oder zu berechnenden Höhenunterschiede leicht möglich ist.

§. 31.

Endlich muß auch noch bei den meisten Nivellements in 20 bis 40 Ruthen Entfernung auf beiden Seiten der Längenachse ein Grundriß der nivellierten Fläche entworfen werden. Da es hierbei meistens auf keine große Genauigkeit ankommt, so kann man sich dazu der Boussole oder auch des Meßtisches bedienen. Nur ist bei dieser Aufnahme auf die Bestimmung aller fixer, so wie auch solcher Punkte des Nivellements Rücksicht zu nehmen, welche für den Zweck desselben von Wichtigkeit sind.

C. Das Höhenmeßen mit dem Barometer.

§. 32.

Die Methode, mittelst des Barometers Höhen zu meßen, gründet sich auf das aërostatische Gesetz, daß wenn in einer ruhigen Luftsäule von derselben Temperatur die

Höhen in einer arithmetischen Reihe zunehmen, der Druck der Luft, also auch die Dichtigkeit und die Barometerhöhe in einer geometrischen Reihe abnimmt.

Denn denkt man sich eine vertikale Luftsäule von der Erdoberfläche bis zur Gränze der Atmosphäre in gleiche Schichten von 1 Fuß Höhe getheilt, so darf man annehmen, daß in jeder dieser Schichten gleiche Dichtigkeit herrscht. Bezeichnet man nun die Dichtigkeit der Schicht I in Fig. 169. durch α, die der darüber liegenden durch $\beta, \gamma \ldots$; ferner den Druck, den die unterste Schicht 0 durch die darüber liegenden erleidet, durch d, und so auch den Druck, den die folgenden Schichten I, II ..... erleiden, durch d_2, $d_3 \ldots\ldots$, so sind die absoluten Gewichte der Schichten I, II ..... $= d_1 - d_2$, $d_2 - d_3, \ldots\ldots$ Da nun bei demselben Volumen die Dichtigkeiten wie die absoluten Gewichte und nach dem Mariotteschen Gesetze, wie die drückenden Kräfte sich verhalten, so ist

Fig. 169.

$\alpha : \beta = d_1 - d_2 : d_2 - d_3 = d_2 : d_3$,
woraus aber $d_1 : d_2 = d_2 : d_3$,
also allgemein $d_1 : d_2 = d_{n-1} : d_n$ folgt.

Daher ist $d_n = \frac{d_2}{d_1} d_{n-1} = e\, d_{n-1}$, wenn man den ächten Bruch $\frac{d_2}{d_1}$ durch e bezeichnet. Setzt man nun für n nach und nach die Zahlenwerthe 1, 2, 3...., so erhält man $d_1 = e . d_0$, $d_2 = e^2 d_0$, $d_3 = e^3 d_0 \ldots\ldots$, woraus die Richtigkeit des obigen Satzes sich ergiebt.

§. 33.

Von einer vertikalen Luftsäule sei nun der Barometerstand am unteren Ende = B, am oberen = b und es werde vorerst angenommen, daß die Temperatur in der ganzen Luftsäule dieselbe sei. Denkt man sich nun die Säule wieder in gleiche Schichten von 1 Fuß Höhe getheilt, so daß man ohne Fehler die Dichtigkeit in jeder derselben als konstant und sich nur von Schicht zu Schicht ändernd annehmen kann, so wird nach dem vorigen §. der Barometerstand von Unten nach Oben in einer geometrischen Reihe abnehmen. Nennt man den Exponenten

derselben $\frac{1}{m}$, so sind die Barometerstände in den von Unten nach Oben folgenden Luftschichten $B\left(\frac{1}{m}\right)^0$, $B\left(\frac{1}{m}\right)^1$, $B\left(\frac{1}{m}\right)^2$ ....., in der obersten oder xten Schicht darüber $= B\left(\frac{1}{m}\right)^x$; da der Barometerstand in dieser nun $= b$ sein soll, so ist

$$b = \frac{B}{m^x},$$

folglich $\text{Log. } b = \text{Log. } B - x \text{ Log. } m$, woraus

$$x = \frac{\text{Log. } B - \text{Log. } b}{\text{Log. } m}$$ folgt, oder, wenn man

$\frac{1}{\text{Log. } m} = M$ setzt,

$$x = M (\text{Log. } B - \text{Log. } b),$$

in welchem Ausdrucke also der s. g. barometrische Koefficient M zu bestimmen ist.

Da $M = \frac{x}{\text{Log.} B - \text{Log.} b}$, so ergiebt sich die Möglichkeit der Bestimmung von M, wenn x durch trigonometrische Meßungen bestimmt ist und in der That fand auch de Luc durch viele mühsam angestellte Meßungen bei einer Temperatur von 16,75° R, wenn x in Pariser Fußen gegeben ist, den barometrischen Koefficienten $M = 60000$, wobei nur nicht übersehen werden darf, daß diese Bestimmung noch in eine Zeit fiel, wo man die Dichtigkeit der Luft bei verschiedenen Temperaturen noch nicht so genau kannte, als jetzt, auch noch viel unvollkommnere Barometer besaß. — Durch Rechnung läßt sich M auf folgende Weise finden. Da man nämlich durch barometrische, thermometrische und hygrometrische Beobachtungen, das absolute Gewicht jeder Kubikeinheit atmosphärischer Luft aus dem Unterschiede der Barometerstände an einer höheren und tieferen Stelle der Atmosphäre und dadurch auch das Gewicht der dazwischen liegenden Luftsäule berechnen kann, so wird es zur Bestimmung des vertikalen Abstandes x beider Standpunkte darauf ankommen, zu einer geometrischen Reihe, für welche das Anfangsglied a, das Endglied u und die Summe s der Glieder gegeben ist, die Anzahl n der Glieder zu finden, welche aber mittelst des Ausdrucks

$$n = \frac{\text{log. } u - \text{log. } a}{\text{log. } (s - a) - \text{log. } (s - u)} + 1.$$

gefunden werden kann. Bezeichnet man das Gewicht von 1 Kubikfuß Luft bei 336''' Barometerstand und 0° Temp. durch p, so ist das bei B''' und b''' Barometerstand Statt findende Gewicht $= \frac{p}{336} . B$ und $\frac{p}{336} . b$, oder wenn man $\frac{p}{336} = k$ setzt, $= Bk$ und bk. Nimmt man 1 Quadratfuß als Grundfläche der Luftsäule von x Kubikfuß Inhalt an, so ist das Gewicht derselben dem einer Quecksilbersäule von $B - b$ Linien $= \frac{B - b}{144}$ Fuß Höhe gleich. Ist nun das Gewicht von 1 Kubikfuß Quecksilber bei $0° = p^1$, so ist das Gewicht der ganzen Quecksilbersäule $= \frac{B - b}{144} . p'$ Fuß $= P$. Nach der obigen Formel ist demnach, wenn man darin das Glied 1 vernachläßigt

$$x = \frac{\log. Bk - \log. bk}{\log. (P - bk) - \log. (P - Bk)} = \frac{\log. \frac{bk}{bk}}{\log. \frac{P - bk}{P - Bk}} = \frac{1}{\log. \frac{P - bk}{P - Bk}} (\log. B - \log. b).$$

Da aber $\frac{P - bk}{P - Bk} = \frac{P - bk + Bk - Bk}{P - Bk} = 1 + \frac{(B - b) k}{P - Bk}$,

oder, da Bk gegen P als unmerklich vernachläßigt werden kann,

$\frac{P - bk}{P - Bk} = 1 + \frac{(B - b) k}{P}$ ist, so ist

$$x = \frac{1}{\log. \left(1 + (B - b) k . \frac{1}{P}\right)} (\log. B - \log. b), \text{ folglich}$$

$$M = \frac{1}{\log. \left(1 + (B - b) k . \frac{1}{P}\right)}.$$

Nach den von Biot und Arago angestellten Untersuchungen kann man aber die Dichtigkeit der trocknen atmosphärischen Luft bei 0° Temp. und $0{,}76^m = 336{,}9049'''$ Druck für die Breite von 45° an der Meeresfläche, also bei 336''' Barometerstand $= \frac{1}{10466{,}82}$ der Dichtigkeit des Quecksilbers setzen.

Es ist also $p^1 = 10466{,}82\ p$, also $P = \frac{10466{,}82}{144}\, p(B-b)$,

oder $\frac{1}{P} = \frac{144}{10466{,}82\ p\,(B-b)}$, mithin, da $k = \frac{p}{336}$

$$M = \frac{1}{\log.\left(1 + (B-b)\frac{p}{336} \cdot \frac{144}{10466{,}82\ p\ (B-b)}\right)}$$

$$= \frac{1}{\log.\left(1 + \frac{144}{10466{,}82\ .\ 336}\right)} = \frac{1}{\log.\ 1{,}000040945}$$

$= 18316{,}57^m = 56386{,}535$ Pariser Fuß.

§. 34.

Nach dem vorigen §. erhält man daher

$x = 56386{,}535\ (\log.\ B - \log.\ b)$ Pariser Fuß,

welche Logarithmen aber die Briggischen Logarithmen bezeichnen. Hiernach würde demnach die Rechnung zur Bestimmung der Höhe x auszuführen sein, wenn man weder auf die Ungleichheit der Schwere an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche und Höhen über derselben, noch auf die Dichtigkeit des Quecksilbers und der Luft bei verschiedener Temperatur Rücksicht nimmt. Insofern bedarf also die obige Formel noch folgender Korrektionen.

1. In der obigen Formel ist angenommen, daß die Temperatur in der ganzen zu meßenden Luftsäule dieselbe sei. Da aber die Wärme die Luft ausdehnt, also man desto mehr steigen muß, damit das Quecksilber des Barometers um einerlei Größe falle, so werden demselben Fallen des Barometers um so größere Höhen entsprechen, je höher die Temperatur der Luft ist. Der Erfahrung zufolge ist nun die Temperatur der Atmosphäre um so geringer, je mehr man in derselben steigt; da aber das Gesetz der Abnahme noch nicht hinlänglich bekannt ist, so nimmt man an, daß in der ganzen Luftsäule eine Temperatur herrsche, welche das arithmetische Mittel zwischen den Temperaturen T' und t' am unteren und oberen Standpunkte ist. Da nun nach Gay-Lussac's Untersuchungen für jeden Grad Réaum. die Aenderung

$\frac{1}{213,3} = 0,00468$ beträgt, so ist der Korrektionsfaktor

$$= 1 + 0,00468 \left(\frac{T' + t'}{2}\right) = 1 + 0,00234\ (T' + t')\ ^{*}).$$

2. Da die in der Atmosphäre befindlichen Waßerdünste leichter wie die atmosphärische Luft sind, dieselben also ebenfalls eine Vergrößerung der Höhen verursachen werden, so verwandelt sich der vorige Korrektionsfaktor nach Laplace's Annahme in

$$1 + 0,00244\ (T' + t').$$

3. In der obigen Grundformel war die Dichtigkeit des Quecksilbers bei 0° R. = 1 gesetzt. Da aber nach den Untersuchungen von Dulong und Petit das Quecksilber sich bei jedem Grade der 80theiligen Skale um $\frac{1}{4440}$ ausdehnt, so ist die Dichtigkeit desselben bei τ Graden Wärme $= 1 - \frac{\tau}{4440}$. Bezeichnen nun T und t die Temperaturen des Quecksilbers am unteren und oberen Standpunkte, so ist Statt b zu setzen

$$b \left(1 + \frac{T - t}{4440}\right) = b\ (1 + 0,000225\ (T - t)).$$

4. Da die Schwerkraft beim Aufsteigen in der Atmosphäre sich vermindert, also das Quecksilber auf dem oberen Standpunkte specifisch leichter wird, so ist nach D'Aubuisson Statt des barometrischen Koefficienten $18316,57^{m}$, $18365^{m} = 56535,6$ Pariser Fuß zu setzen.

5. In der obigen Grundformel wurde die Schwere der Luft an einem Orte angenommen, wo das Barometer auf $0,76^{m}$ stand. Wegen der Veränderung der Schwere in senkrechter Richtung muß nach D'Aubuisson der in 4. verbeßerte barometrische Koefficient um 10 Meter vergrößert werden, so daß er demnach $= 18375^{m}$ **) = 56566,4 Pariser Fuß ist.

6) Weil in der Grundformel der barometrische Koefficient für die Breite von 45° bestimmt ist, von hier ab aber die Schwerkraft nach dem Aequator hin ab-, nach den Polen hin zunimmt,

---

*) D'Aubuisson de Voisins nimmt hierfür in Bezug auf die hunderttheilige Skale $1 + 0,001875\ (T' + t')$ an.

**) Gauß hat dafür $18382^{m} = 56587,9576$ Fuß gesetzt.

in dem letzteren Falle also die Atmosphäre dichter wird, so ist der obige Werth für x nach den darüber angestellten Untersuchungen, wenn φ die Breite des Beobachtungspunktes bezeichnet, noch mit $1 + 0{,}002595 \cos. 2\,\varphi$ *), wofür aber $1 + 0{,}0026 \cos. 2\,\varphi$ gesetzt werden mag, zu multiplicieren.

Faßt man also die angegebenen Korrektionen zusammen, so wird die Höhe x in Pariser Fußen durch die Formel

$$x = 56566{,}4\,(1 + 0{,}00244\,(T' + t'))\,(1 + 0{,}0026 \cos. 2\,\varphi)$$
$$\cdot\,[\text{Log. } B - \text{Log. } b\,(1 + 0{,}000225\,(T - t))]$$

gefunden.

Beispiel. Bei der Bestimmung des Pic de Bigore über Tarbes in den Pyrenäen wurde von Ramond und Dangos Folgendes beobachtet: $B = 27{,}17''$, $b = 19{,}845''$, $T = 14{,}9^0$ R, $t = 7{,}6^0$, $T' = 15{,}3^0$, $t' = 3{,}2$. $\varphi = 43^0$.

$$b\,(1 + 0{,}000225\,(T - t) = 19{,}845 \cdot 1{,}0016425 = 19{,}8776.$$

$$\begin{aligned} \text{Log. } 27{,}17 &= 1.\ 4340896 \\ \text{Log. } 19{,}8776 &= \underline{1.\ 2983683} \\ &\ 0.\ 1357213 \end{aligned}$$

$$1 + 0{,}00244\,(T' + t') = 1{,}04514$$
$$1 + 0{,}0026 \cos. 2\,\varphi = 1{,}0001814$$

$$\begin{aligned} \text{Log. } 56566{,}4 &= 4.\ 7525585 \\ \text{Log. } 1{,}04514 &= 0.\ 0191744 \\ \text{Log. } 1{,}0001814 &= \underline{0.\ 0000775} \\ \text{Num. Log. } & 4.\ 7718104 = 59130{,}3 \end{aligned}$$

$$59130{,}3 \cdot 0{,}1357213 = 8025{,}2 \text{ Fuß} = x.$$

Die trigonometrische Meßung ergab 8044 Fuß.

§. 35.

Bei Bestimmungen von Meereshöhen muß für b der mittlere Barometerstand am Meere, für B der des Ortes, für welchen die Meereshöhe bestimmt werden soll, genommen werden. Nach der Breite des Ortes ist aber die erstere verschieden anzunehmen.

---

*) Laplace nimmt dafür den Werth $1 + 0{,}00284 \cos. 2\,\varphi$.

Für 0° ist der mittlere Barometerstand im Niveau des Meeres unter den verschiedenen Breiten folgender *).

Breite	Pariser Linien	Millimeter	Breite	Pariser Linien	Millimeter
0°	337,	760,214	50°	338,093	762,682
10°	337,056	760,341	60°	338,397	763,367
20°	337,218	760,706	70°	338,645	763,927
30°	337,466	761,226	80°	338,806	764,29
40°	337,769	761,951	90°	338,862	764,414

§. 36.

Zur leichteren Berechnung der Höhenunterschiede hat man Hülfstafeln, hypsometrische Tafeln (von ὕψος, die Höhe) berechnet, von denen hier die von Gauß **) folgen mögen.

*) Gehler's physikalisches Wörterbuch I. 918.

**) Daselbst V. 329. und Ulrich's Lehrbuch der praktischen Geometrie II. 454.

Erste Tafel.

T' + t' ist die in beiden Stationen beobachtete Wärme der Luft in Réaumur'schen Graden, A und A' bezeichnen die jeder Wärme entsprechenden Logarithmen des barometrischen Koefficienten.

T'+t'	A für Meter	A' für Pariser Fuß	T'+t'	A für Meter	A' für Pariser Fuß
−10°	4. 25337	4. 74170	+21°	4. 28667	4. 77500
9	4. 25448	4. 74281	22	4. 28770	4. 77603
8	4. 25560	4. 74393	23	4. 28874	4. 77707
7	4. 25671	4. 74504	24	4. 28976	4. 77809
6	4. 25781	4. 74614	25	4. 29079	4. 77912
5	4. 25892	4. 74725	26	4. 29181	4. 78014
4	4. 26002	4. 74835	27	4. 29283	4. 78116
3	4. 26111	4. 74944	28	4. 29385	4. 78218
2	4. 26220	4. 75053	29	4. 29487	4. 78320
1	4. 26330	4. 75163	30	4. 29588	4. 78421
0	4. 26439	4. 75272	31	4. 29689	4. 78522
+ 1	4. 26548	4. 75381	32	4. 29790	4. 78623
2	4. 26658	4. 75491	33	4. 29891	4. 78724
3	4. 26765	4. 75598	34	4. 29991	4. 78824
4	4. 26872	4. 75705	35	4. 30092	4. 78925
5	4. 26980	4. 75813	36	4. 30192	4. 79025
6	4. 27087	4. 75920	37	4. 30291	4. 79124
7	4. 27195	4. 76028	38	4. 30391	4. 79224
8	4. 27301	4. 76134	39	4. 30490	4. 79323
9	4. 27408	4. 76241	40	4. 30589	4. 79422
10	4. 27514	4. 76347	41	4. 30688	4. 79521
11	4. 27620	4. 76453	42	4. 30787	4. 79620
12	4. 27726	4. 76559	43	4. 30885	4. 79718
13	4. 27832	4. 76665	44	4. 30984	4. 79817
14	4. 27937	4. 76770	45	4. 31082	4. 79915
15	4. 28042	4. 76875	46	4. 31179	4. 80012
16	4. 28147	4. 76980	47	4. 31277	4. 80110
17	4. 28251	4. 77084	48	4. 31374	4. 80207
18	4. 28356	4. 77189	49	4. 31471	4. 80304
19	4. 28460	4. 77293	50	4. 31568	4. 80401
20	4. 28564	4. 77397			

Zweite Tafel.

Korrektion von A und A′.

Polhöhe	+		Polhöhe	+	
0°	0. 00113	90	23°	0. 00078	67°
1	112	89	24	75	66
2	112	88	25	72	65
3	112	87	26	69	64
4	111	86	27	66	63
5	111	85	28	63	62
6	110	84	29	60	61
7	109	83	30	56	60
8	108	82	31	53	59
9	107	81	32	49	58
10	105	80	33	45	57
11	104	79	34	42	56
12	103	78	35	38	55
13	101	77	36	34	54
14	99	76	37	31	53
15	97	75	38	27	52
16	95	74	39	23	51
17	93	73	40	19	50
18	91	72	41	15	49
19	88	71	42	12	48
20	86	70	43	8	47
21	84	69	44	4	46
22	81	68	45	0	45
23	78	67			
	—	Polhöhe		—	Polhöhe

Dritte Tafel.

Korrektion des berechneten Logarithmen V oder V′.

V	+	V′	V	+	V′
1. 9	0. 00001	2. 4	3. 3	0. 00014	3. 8
2. 3	1	2. 8	3. 4	17	3. 9
2. 4	2	2. 9	3. 5	22	4. 0
2. 5	2	3. 0	3. 6	28	4. 1
2. 6	3	3. 1	3. 7	35	4. 2
2. 7	3	3. 2	3. 8	44	4. 3
2. 8	4	3. 3	3. 9	55	4. 4
2. 9	5	3. 4	4. 0	70	4. 5
3. 0	7	3. 5	4. 1	88	4. 6
3. 1	1	3. 6	4. 2	113	4. 7
3. 2	19	3. 7			

Diese Tafeln werden auf folgende Weise gebraucht. Man nimmt die Brigg. Logarithmen beider Barometerstände, die auf dasselbe Maß reduciert sein müßen und setzt hinter jeden das Zehnfache von T' und t', mit + oder —, je nachdem T' und t' + oder — sind. Man nimmt nun die Differenz der Logarithmen und der hintergesetzten Zahlen und subtrahiert die letztere Differenz von der ersteren, wodurch die Korrektion wegen der Wärme des Quecksilbers angebracht wird; der gefundene Rest mag u heißen. Hiervon nimmt man den Brigg. Logarithmen und addiert zu ihm das der Temp. T' und t' zugehörige, aus Taf. I. genommene A oder A', setzt hierzu die Korrektion aus Taf. II., welche für Polhöhen unter 45° addiert, über 45° aber subtrahiert werden muß. Der dadurch entstandenen Zahl V oder V', in Bezug auf A oder A', setzt man nach den Ganzen und Zehntheilen aus Taf. III. die Korrektion wegen der Abnahme der Schwere zu und hat dann den Logarithmen der gesuchten Höhe. Man erhält dann für das im §. 34. gegebene Beispiel

Log. B = 1. 43409 — 149
log. b = 1. 29765 — 76

0. 13644 — 73
Davon 73 abgezogen,

u = 0. 13571
log. u = 0. 13261 — 1
A' = 4. 77241
Korrekt. v. A' = 8

V' = 3. 90510
Korrekt. aus T. III. 17.

log. x = 3. 90527
x = 8040,3 Pariser Fuß.

§. 37.

Für die Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Oerter müßen die Beobachtungen gleichzeitig mit zwei völlig übereinstimmenden Barometern angestellt werden. Zu diesen nimmt man meistens Heberbarometer, weil bei ihnen die Kapillardepression sich aufhebt. Die Glasröhre ist von einer Holzfaßung umgeben

und letztere da durchbrochen, wo die Beobachtungen der Quecksilberoberfläche angestellt werden. Auch enthält die Faßung noch eine zweite mit Quecksilber gefüllte Glasröhre, um die Temperatur des letzteren meßen zu können, so wie auch ein Thermometer zur Bestimmung der Lufttemperatur. Auf der Vorderseite der Faßung läßt sich eine an den Beobachtungspunkten durchbrochene Messingplatte verschieben, welche die Skale enthält und Unten ein mit einem Fadenkreuz versehenes Mikroskop zur Einstellung auf das untere Niveau des Quecksilbers nebst Mikrometerschraube trägt. Zur Ablesung des oberen Quecksilberniveau's läßt sich ein Nonius in der Messingplatte verschieben, und durch eine Mikrometerschraube fein einstellen; die Ablesung geschieht ebenfalls mittelst eines Mikroskops *).

Die Barometer müßen an den Beobachtungsorten frei, genau vertikal und im Schatten hängen und erst nach längerer Zeit nach dem Aufhängen dürfen die Beobachtungen angestellt werden. Durch einige leise Stöße an die Barometerröhre wird der Widerstand des Quecksilbers an den Glaswänden aufgehoben. Die beste Beobachtungszeit fällt zwischen 10 Uhr Morgens und 4 Uhr Nachmittags; heitere windstille Luft und bedeckter Himmel sind am geeignetsten zu genauen Beobachtungen.

D. Die topographische Aufnahme der Berge.

§. 38.

Obgleich man nach den §§. 5. und 6. aus den Endpunkten einer gemeßenen Standlinie und anderen dadurch bestimmten Standpunkten Höhenunterschiede beliebig vieler Punkte eines Bergabhangs bestimmen kann, das Meßen auch dadurch noch zu erleichtern ist, daß man durch die Standpunkte sich Vertikalebenen gelegt denkt und in diesen die ihrer Höhe nach zu bestimmenden Punkte annimmt, so bleibt das Verfahren wegen der vielen Berechnungen doch immer ein sehr zusammengesetztes; man zieht demselben deshalb das folgende vor, wozu der Meßtisch angewandt

*) Eine ausführliche Beschreibung findet man in E. G. Fischer's mechanischer Naturlehre. 4. Aufl. I. 652. Berlin, 1837.

wird. Man steckt rund um den Berg herum in vertikalen Abständen von 10 bis 50 Fuß, je nach der verlangten Genauigkeit, Horizontalebenen ab und bemerkt namentlich die Punkte auf den Kuppen, Rücken, in den Schluchten u. s. w. Dieß kann mittelst eines einfachen Niveau's oder der Kippregel geschehen; früher wandte man dazu fast nur das Lehmann'sche Diopterlineal (IV. §. 53.) an. Aus Standlinien, die rund um den Fuß herum gelegt werden, bestimmt man die abgesteckten Punkte oder benutzt diese auch zur Bestimmung von anderen, bis schließlich alle Punkte der Horizontalebenen festgelegt sind. Man nimmt darauf die Meßtischplatte ab, zeichnet das zwischen je zwei Punkten derselben Horizontalebene liegende Stück des Bergabhangs nach dem Augenmaße auf die Platte und bemerkt dabei wieder die charakterisierenden Stücke des Abhangs, zeichnet zugleich die Schenkel der Neigungswinkel der verschiedenen Theile des Abhanges auf, welche die Richtung der bei der Ausarbeitung der Karte zu ziehenden Schraffierstriche abgeben und mißt endlich an besonders abweichenden Stellen die Neigung der Abhänge und bemerkt diese auf den entsprechenden Stellen des Meßtisches durch beigeschriebene Zahlen.

Zwölfter Abschnitt.

Die Abbildung des Terrains auf dem Papiere, die Berechnung des Flächeninhaltes, die Theilung der Figuren, die Entwerfung der Nivellementspläne und die Berechnung der nach dem Nivellementsprofil vorzunehmenden Erdarbeiten.

I. Die Abbildung des Terrains auf dem Papiere.

A. Die zur Verzeichnung der Linien und Winkel dienenden Werkzeuge und ihr Gebrauch.

§. 1.

Die Beschreibung der in den gewöhnlichen Reißzeugen vorkommenden Hand- und Stückzirkel nebst Einsatzstücken, Reißfedern, Feder- und Haarzirkel u. s. w. dürfte hier, da sie allgemein bekannt sind, übergangen werden und nur noch die Beschreibung der Werkzeuge folgen, die dem Geometer bei manchen Arbeiten unentbehrlich sind.

1. Der Stangenzirkel.

Figg. 170. u. 171. Er dient zum Meßen und Auftragen langer Linien, wobei der Handzirkel nicht mehr die nöthige Genauigkeit leistet. Sein Hauptbestandtheil ist eine drei- oder fünfseitige prismatische Stange AB von Holz oder Metall, an welcher zwei Hülsen C und D beweglich sind, die normal gegen die Achse des Prisma's Zirkelspitzen E und F enthalten und von welchen letzteren die eine, E meistens zum Herausnehmen eingerichtet ist, um sie mit einem Bleirohr oder einer Reißfeder vertauschen zu können. Die eine Hülse, D, ist längs der Stange verschiebbar und kann durch eine Druckschraube G festgestellt werden; die andere, C, steht mit dem hinteren Ende der Stange so in mittelbarer Verbindung, daß ihr durch eine Mikrometerschraube H eine sanfte Bewegung ertheilt

werden kann. Die Mikrometerschraube ist entweder, wie in Fig. 170., auf der einen Seitenebene der Stange zwischen Klemmen a, a' angebracht, von denen a mit dem Ende der Stange in unmittelbarer Verbindung steht, a' aber die Mutter der Schraube enthält und auf der Hülse C sitzt; oder sie geht, wie in Fig. 171., durch die ausgehöhlte Hülse C in das hintere Ende der Stange AB, in welcher die Mutter der Schraube liegt. Durch Umdrehung der Schraube kann dann die mit ihr mittelbar verbundene Hülse fortgeschoben werden.

§. 2.

2. Der Reduktionszirkel.

Dieser besteht aus zwei gleichgeformten prismatischen Stangen A und B, Fig. 172., die an ihren Enden mit Spitzen a, a', b, b' und der Länge nach mit Einschnitten versehen sind. In diesen kann, wenn der Zirkel geschloßen ist, nämlich die Stangen sich decken, der mit einer Druckschraube C versehene Kopf D D' des Zirkels verschoben und an jedem beliebigen Punkte festgestellt werden. In demselben Verhältnis, in welchem die veränderlichen Längen der Schenkel des Zirkels zu einander stehen, werden auch die Entfernungen zwischen den entsprechenden Spitzen zu einander sich befinden. Zur Bestimmung dieses Verhältnisses ist an der einen Seite der Einschnitte eine Theilung 1 ..... 10 vorhanden, die man am leichtesten durch Versuche, aber auch durch Rechnung bestimmen kann und zu welcher der mit dem Kopfe verbundene Schieber c den Index i enthält.

Fig. 172.

Man bedient sich dieses Zirkels vorzugsweise beim Verjüngen der Pläne. Vor dem Gebrauche löst man zuerst die Druckschraube C, schließt die Schenkel, schiebt den Index auf die der verlangten Verjüngung, z. B. $1/2$, zugehörige Zahl 2 und zieht darauf die Druckschraube wieder an. Beim Wiedereröffnen der Schenkel wird dann die Länge ab gleich der Hälfte jeder abgenommenen Länge a'b' sein. Zur leichtern Feststellung bei einer gegebenen Verjüngung enthalten einige Reduktionszirkel noch eine an der Seite der einen Stange angebrachte Stellschraube.

§. 3.

3. Der dreifüßige Zirkel.

Fig. 173. u. 174. Er dient zum schnelleren Auftragen gegebener Dreiecke eines verzeichneten Dreiecksnetzes, kann aber auch beim Kopiieren der Pläne angewandt werden. Zum Abtragen nicht zu großer Längen besteht er aus einem 5 bis 8 Zoll langen Handzirkel AB, Fig. 173., mit welchem aber noch ein dritter Schenkel CD so verbunden ist, daß letzterer nicht allein in einem normal zum Charniere des Handzirkels stehenden Gewinde C, sondern auch um eine damit verbundene Achse ac sich drehen läßt und daher der dritte Fuß in jede beliebige Stellung zu den Füßen des Handzirkels gebracht werden kann.

Zum Abtragen größerer Längen besteht er aus zwei prismatischen Stangen AB, AC, Fig. 174., von 10 bis 18 Zoll Länge, die in A durch ein Charnier verbunden sind. Unter demselben befindet sich eine Stahlspitze D; durch eine Preßschraube E können beide Stangen festgestellt werden. Längs derselben laßen sich wie beim Stangenzirkel in Fig. 170., zwei mit Spitzen versehene Hülsen F und G verschieben und durch Druckschrauben f und g feststellen.

§. 4.

4. Die Maßstäbe.

Die Maßstäbe sind entweder natürliche, wenn sie wirkliche Maßeinheiten enthalten, oder verjüngte, wenn sie das Verhältnis zwischen einer bestimmten Länge auf der Karte und der entsprechenden auf dem Felde darstellen. Die Verjüngung drückt man gewöhnlich durch einen Stammbruch aus und bezieht sie nicht auf die Fläche, sondern auf die Länge.

Obgleich man die Maßen von einer nach einem größeren Maßstabe bearbeiteten Karte genauer bestimmen kann, so gewährt doch auf der andern Seite eine nach einem großen Maßstabe aufgetragene Karte weniger Uebersichtlichkeit, weshalb man hinsichtlich der Wahl der Verjüngung im Allgemeinen das Princip befolgen muß, den Maßstab so klein zu wählen, als es der Zweck der Karte gestattet. Nach dem letzteren allein ist aber auch nur die Größe der Verjüngung zu bestimmen. Da bei der 16füßigen

Ruthe 0,96$^{dd''}$ = 0,5$^{d''}$ ist, so gestattet ein Maßstab, auf welchem 0,5$^{d''}$ = 1000$^{d''}$ genommen werden, also bei $^1/_{2000}$ Verjüngung, noch die genaue Abnahme der Fuße, indem auf demselben 1$^{d'}$ etwa 0,1$^{dd'''}$ entspricht. Berücksichtigt man aber, daß bei dem Abnehmen und Auftragen größerer Distanzen durch die Ausdehnung des Maßstabes und die Veränderlichkeit des Papiers wieder Fehler entstehen, so darf man die Verjüngung etwa nur = $^1/_{1500}$ — $^1/_{1000}$ setzen, wenn man keine Fehler begehen will, die $^1/_2$ — 1 Fuß betragen. (Beim hiesigen Landesökonomie-Kollegium sind für den Maßstab 6 und 9 Hann. Zoll für 100 Ruthen Länge festgesetzt, welcher also den Verjüngungen $^1/_{3200}$ und $^1/_{2133}$ entspricht.)

Anmerkung. Schreiber nimmt in seinen Vorlesungen über praktische Geometrie, Karlsruhe, 1842. folgende Verjüngungen an. Für Baurisse $^1/_{100}$, (Durchschnitte $^1/_{50}$); zur Aufnahme von Bauplätzen $^1/_{200}$. Für ökonomische Aufnahmen $^1/_{1000}$ — $^1/_{2500}$. Bei Forstaufnahmen für die Originalblätter $^1/_{5000}$, für Bestandeskarten $^1/_{10000}$, für Uebersichtskarten $^1/_{40000}$ — $^1/_{80000}$. Für topographische Aufnahmen nach der verschiedenen Genauigkeit $^1/_{10000}$—$^1/_{40000}$ und für militairische Aufnahmen $^1/_{10000}$—$^1/_{30000}$.

§. 5.

Die Konstruktion verjüngter Maßstäbe nimmt man am zweckmäßigsten auf sehr trocknen, dünnen mit starkem Papier überzogenen Brettchen von Linden- oder Birnbaumholz vor. In den Endpunkten einer geraden Linie AB, Fig. 175., deren Länge größer als die des Maßstabes ist, errichtet man die Normalen AC, BD, trägt auf sie 10 gleiche Theile Aα, $\alpha\beta$, . . . $\varkappa$C und von B bis E die vom Muttermaß nach der verlangten Verjüngung abgenommene Länge, theilt dieselbe in so viel gleiche Theile, daß die Länge eines Theiles 10 Ruthen gleich kommt und trägt diese 10 Ruthen Längen auch von D bis F ab. Durch $\alpha, \beta, \gamma \ldots . \varkappa$ zieht man von EF ab Parallelen, theilt EG und FH ebenfalls in 10 gleiche Theile, zieht die Transversalen 0. a, 1. b, 2. c, ... 9. F, so wie auch die Linien 10. e, 20. f . . . . . und schreibt endlich den erhaltenen Theilpunkten die zugehörigen Ziffern bei. Hiernach dürfte der Gebrauch des Maßstabes keinen Schwierigkeiten unterworfen sein.

Fig. 175.

§. 6.

5. Der Transporteur.

Fig. 176. Die beßeren Transporteur, wie sie zum genauen Auftragen und Meßen der Winkel eingerichtet sein müßen, bestehen in einem in Halbe und Sechstel Grade eingetheilten Kreisrande AB, Fig. 176., und einer zwei Nonien C und D enthaltenden Alhidade CD, die koncentrisch um den Zapfen EF sich bewegt. In der durchbrochenen Mitte des Werkzeugs liegt eine Glasplatte, auf welcher der Mittelpunkt der Theilung durch 2 Normalen bezeichnet ist. An jedem Ende der Alhidade stehen zwei kleine Säulen G, H, zwischen welchen die mit den Achsen GH verbundenen dünnen Messingrahmen I, K sowohl auf die Werkzeugs- als die Papierebene sich niederlegen lassen; im letzteren Falle dienen den Rahmen die Federn g, h zur Unterlage. Jedes Rahmenende trägt ein kleines Schräubchen L, das nach Unten in eine feine Spitze ausläuft; beide Spitzen müßen mit dem Mittelpunkte des Werkzeugs in einer geraden Linie liegen. Zur feinen Bewegung der Alhidade greift in die an dem äußeren Kreisrande eingeschnittenen Zähne ein Getriebe N, das durch den Kopf M gedreht werden kann. Die Loupen O und P endlich dienen zum genauen Ablesen.

§. 7.

Aufgabe. Mittelst des Transporteurs einen in der Gradabtheilung gegebenen Winkel zu konstruieren oder die Größe eines verzeichneten Winkels zu bestimmen.

1) Man legt den Transporteur so auf den einen Winkelschenkel, daß die Theilpunkte 0° und 180° damit zusammenfallen, bewegt dann die Alhidade so weit herum, bis die Nonien den gegebenen Winkel abschneiden, sticht die Spitzen L in das Papier und verbindet die entstandenen Punkte durch eine Gerade.

2) Wie man die Größe eines verzeichneten Winkels bestimmt, ergiebt sich hiernach sehr leicht.

6. Der geradlinichte Transporteur.

§. 8.

Schlägt man in den natürlichen trigonometrischen Tafeln die Sinus von 1/2°, 1°, 1 1/2° ...... 45° auf, so ist nach dem

Ausdrucke ch. $\varphi = 2 \sin. \frac{1}{2} \varphi$ das Doppelte der erhaltenen Zahlenwerthe beziehungsweise die Sehne von 1°, 2°, 3° ..... 90° eines Kreises, dessen Halbmeßer mit dem der trigonometrischen Funktionen übereinstimmt. Setzt man also diesen Halbmeßer = r, so kann man die zu einem Bogen von n° zugehörige Sehne s des Halbmeßers r für einen andern Kreishalbmeßer ρ durch den Ausdruck $\varsigma = \frac{s \cdot \rho}{r}$ berechnen. Dann entsteht für den Halbmeßer 500 folgende Sehnentafel.

Winkel Grad	Sehne	Winkel Grad	Sehne	Winkel Grad	Sehne
0	0,	30	258,8	60	500,0
5	43,6	35	300,7	65	537,3
10	87,2	40	342,0	70	573,6
15	130,5	45	382,7	75	608,8
20	173,6	50	422,6	80	642,8
25	216,4	55	461,7	85	675,6
				90	707,1

Ein aus diesen Sehnen für die Winkel von 0° bis 90° zusammengesetzter Maßstab heißt ein geradlinichter Transporteur.

Um denselben zu konstruieren, ziehe man durch die Endpunkte der Linie AB, Fig. 177., die Normalen AC und BD, trage auf diese fünf gleiche Theile AE, EF .... ; BH, HI ..... und nach einem tausendtheiligen Maßstabe von B bis A die Sehnen von 10°, 20°, 30° ... 90°, von D bis C aber die Sehnen von 5°, 15°, 25° ... 85° nach der obigen Tabelle auf (wobei Fig. 175. zum Grunde gelegt ist) und ziehe die Transversalen 0.5, 5.10, ... 85.90, so erhält man, nachdem durch E, F, G ... Parallelen mit AB gezogen sind, die Länge der Sehnen von Grad zu Grad. Theilt man daher weiter jeden der Theile AE, EF ..... in 6 oder 12 gleiche Theile und zieht auch durch diese Theilpunkte Parallelen mit AC, so erhält man die Sehnen der Winkel von 10 zu 10 oder von 5 zu 5 Minuten.

Fig. 177.

§. 9.

Aufgabe. Mittelst des geradlinichten Transporteurs einen in der Gradabtheilung gegebenen Winkel zu konstruieren und die Größe eines auf dem Papiere verzeichneten Winkels zu finden.

1. Man beschreibe mit einem Halbmeßer von 60° des Transporteurs aus dem Scheitel des Winkels einen Kreisbogen, und trage in diesen von dem Durchschnittspunkte desselben mit dem ersten Schenkel die von dem Transporteur abgenommene Sehne, so erhält man dadurch den zweiten Endpunkt des zweiten Winkelschenkels.

2. Das umgekehrte Verfahren zur Bestimmung der Größe eines konstruierten Winkels ergiebt sich hiernach leicht.

Auch wie man bei stumpfen und konvexen Winkeln verfahren muß, bedarf keiner Erläuterung.

§. 10.

Aufgabe. Mittelst der trigonometrischen Tafeln die Größe eines konstruierten Winkels zu finden und einen in der Gradabtheilung gegebenen Winkel zu konstruieren.

Fig. 178.

1. Man beschreibe, wenn ACB, Fig. 178., der gegebene Winkel ist, mit CA = 1 eines tausendtheiligen Maßstabes einen Kreisbogen, und fälle von A auf CB die Normale AD, so ist AD = sin. C und CD = cos. C; zieht man AB, so ist $1/2$ AB = sin. $1/2$ C. Der Winkel, welcher demnach in den Sinus- und Cosinustafeln zu den Zahlen gehört, durch welche für die ersteren beiden Ausdrücke AD und CD auf dem Maßstabe dargestellt sind, ist der gesuchte. Eben so findet sich der Winkel aus dem dritten Ausdrucke.

2. Die Verzeichnung eines in der Gradabtheilung gegebenen Winkels ergiebt sich aus dem Vorhergehenden leicht.

B. Abbildung der Horizontalprojektion einer gemeßenen Flur.

1. Abbildung einzelner Grundstücke oder kleiner Fluren.

§. 11.

1. Ist die Flur nach der Dreiecksmethode (VI. §. 34.) mittelst der Meßkette aufgenommen, so verzeichnet man nach dem verjüngten Maßstabe zunächst die Vier- und Dreiecke in derselben Folge, wie sie im Manual der Hauptlinien neben einander liegen. Waren größere Vierecke über die ganze Flur gelegt, so werden diese, so wie die Bindepunkte derselben mit den andern Vierecks- und Dreiecksseiten zuerst aufgetragen.

Zu den Probelinien wählt man immer die Seite oder Diagonale, welche eine der andern unter schiefen Winkeln schneidet. Zeigt sich hierbei ein größerer Unterschied, als der ist, den man nach der Beschaffenheit des Terrains gestatten kann ($^1/_{500}$ — $^1/_{2000}$. VI. §. 42.), so muß durch Nachmeßen auf dem Felde der Fehler untersucht und verbeßert werden.

Nach dem Auftragen dieses Polygonnetzes erfolgt die Verzeichnung der Koordinaten in derselben Ordnung und Lage, wie sie im Manuale aufgezeichnet sind. Darauf werden die Winkelpunkte der Dreiecke und die Bindepunkte der Seiten mit den zugehörigen Nummern bezeichnet und die Begränzungen der einzelnen Stücke mit schwarzer Tusche ausgezogen.

Auf diese Weise erhält man die Originalkarte, welche der Theilung und der Berechnung des Inhaltes zum Grunde gelegt wird. Man giebt gewöhnlich der Projektion der Flur die Lage auf dem Papiere, daß Norden Oben liegt oder die größte Ausdehnung mit der Länge des Plans zusammenfällt.

Bei dem Auftragen einer nach der Perpendikular- oder Parallelmethode aufgenommenen Flur bleibt im Allgemeinen das Verfahren daßelbe, nur sind die Normalen und Parallelen mit gehöriger Vorsicht zu konstruieren.

2. Ist die Flur mit dem Meßtische aufgenommen, so ist das Polygonnetz bereits verzeichnet und es bedarf daher nur noch der Verzeichnung derjenigen Koordinaten, die auf dem Felde nach einem eigends geführten Manuale aufgenommen wurden.

3. Bei der Aufnahme einer Flur mit der Boussole ist vor der Entwerfung des Polygonnetzes, oder der eigentlichen Zulage, der Entwurf der sogenannten Präparationszulage erforderlich, die den Zweck hat, der zu entwerfenden Karte dieselbe Lage gegen die Himmelsgegenden zu geben, wie sie die Feldflur hat. Zu diesem Zwecke verzeichnet man auf einem unverrückten Reißbrette oder Zeichentische nach einem kleinen Maßstabe alle Standlinien und umschließt das entstandene Polygon mit einem Rechtecke, dessen Seiten und deren Abweichungswinkel man mißt. Nach diesen Winkeln wird darauf der Zeichentisch horizontal gestellt, mit Bleistücken beschwert, der Anfangspunkt der Zulage entsprechend dem der Präparationszulage gewählt und darauf das Netz der Standlinien verzeichnet, wobei man nach VIII. §. 5. 2. verfährt.

Zeigen sich bei der Bestimmung der Stand- und Winkelpunkte durch die Richtlinien kleine Differenzen, die man als unvermeidliche Fehler betrachten kann, so wird von dem entstandenen kleinen Dreiecke ein mittlerer Punkt genommen und dieser nun zur Bestimmung anderer Winkelpunkte benutzt. Nach der Zulage verzeichnet man sowohl die magnetische Meridianlinie, als auch die Mittagslinie des Ortes und zeichnet die Einzelnheiten der Flur nach dem Manuale weiter auf.

4. Ist die Flur mit dem Theodolith aufgenommen, so beginnt man ebenfalls mit der Konstruktion des Polygonnetzes, von welchem man aber die Winkelpunkte nach der in IX. §. 13. angegebenen Tabelle der verbesserten Abscissen und Ordinaten aufträgt, darauf die Polygonseiten und Diagonalen zieht und nun das Detail aufträgt.

2. Abbildung größerer Fluren.

§. 12.

1. Ist das Dreiecksnetz mit dem Theodolith und das Detail entweder mit der Meßkette, oder der Boussole oder ebenfalls mit dem Theodolith aufgenommen, so muß man auch hier mit der Konstruktion der Winkelpunkte des Dreiecksnetzes beginnen. Dadurch erhält man Hauptanhaltspunkte, aus welchen die bei der Detailaufnahme gemeßenen Linien gezogen werden können und nun die Auszeichnung der Einzelnheiten nach den im vorigen §.

gegebenen Vorschriften geschehen kann. Zum Auftragen des mit dem Theodolith gemeßenen Details sind demnach die Seiten des Dreiecksnetzes, mit deren Endpunkten die kleineren Polygone in Verbindung stehen, als neue Abscissen- oder Ordinatenachsen anzusehen, um dadurch wieder durch das Koordinatenverfahren die Winkelpunkte der Detailpolygone zu bestimmen.

Bei der geometrischen Netzlegung und der Aufnahme des Details mit dem Meßtische aber ist sowohl das Netz der Detailpolygone, als auch ein Theil des Details schon verzeichnet, weshalb daher nur noch das fehlende Detail einzuzeichnen ist und die einzelnen Planchen in der richtigen Lage mit einander zu verbinden sein werden.

Die Aufzeichnung der Winkelpunkte des Dreiecksnetzes bei der obigen Aufnahme geschieht meistens durch ein Quadratnetz, welches man über die zu entwerfende Uebersichtskarte zieht und giebt den Seiten der Quadrate 10 — 50 Ruthen Länge.

Ein Paar der sich rechtwinklicht schneidenden Linien betrachtet man als die Koordinatenachsen und trägt danach die Winkelpunkte auf. Ein solches Quadratnetz gewährt dann zugleich einen Vortheil beim spätern Kopiieren oder zum Reducieren auf einen kleinern Maßstab.

2. Da die Specialkarten nach einem größeren Maßstabe aufgetragen werden, so ist es immer rathsamer, um die hinsichtlich der Auszeichnung unbequemen großen Karten zu vermeiden, einzelne Blätter für sich auszuarbeiten und dieselben dann mittelst, mit der Bleifeder übergezeichneter Quadratnetze mit einander zu verbinden. Dieß Verfahren kann namentlich dann angewandt werden, wenn von der aufgenommenen Gegend bloß eine topographische Karte ohne Flächeninhaltsangabe und Theilung der Felder entworfen werden soll. Kommt es aber, wie es bei der Aufnahme der Feldmarken der Fall ist, auf die Theilung der Flur an, so muß von jedem Felde der Feldmark oder von der Verbindung mehrerer Gewannen eine Karte entworfen werden, um auf ihr die Theilung nach einem Maßstabe von zweckmäßiger Größe vornehmen zu können. Das Auftragen derselben wird aber nach dem Vorhergehenden weiter keinen Schwierigkeiten unterworfen sein.

Zwölfter Abschnitt.

Die Abbildung des Terrains auf dem Papiere, die Berechnung des Flächeninhaltes, die Theilung der Figuren, die Entwerfung der Nivellementspläne und die Berechnung der nach dem Nivellementsprofil vorzunehmenden Erdarbeiten.

I. Die Abbildung des Terrains auf dem Papiere.

A. Die zur Verzeichnung der Linien und Winkel dienenden Werkzeuge und ihr Gebrauch.

§. 1.

Die Beschreibung der in den gewöhnlichen Reißzeugen vorkommenden Hand- und Stückzirkel nebst Einsatzstücken, Reißfedern, Feder- und Haarzirkel u. s. w. dürfte hier, da sie allgemein bekannt sind, übergangen werden und nur noch die Beschreibung der Werkzeuge folgen, die dem Geometer bei manchen Arbeiten unentbehrlich sind.

1. Der Stangenzirkel.

Figg. 170. u. 171.

Er dient zum Meßen und Auftragen langer Linien, wobei der Handzirkel nicht mehr die nöthige Genauigkeit leistet. Sein Hauptbestandtheil ist eine drei- oder fünfseitige prismatische Stange AB von Holz oder Metall, an welcher zwei Hülsen C und D beweglich sind, die normal gegen die Achse des Prisma's Zirkelspitzen E und F enthalten und von welchen letzteren die eine, E meistens zum Herausnehmen eingerichtet ist, um sie mit einem Bleirohr oder einer Reißfeder vertauschen zu können. Die eine Hülse, D, ist längs der Stange verschiebbar und kann durch eine Druckschraube G festgestellt werden; die andere, C, steht mit dem hinteren Ende der Stange so in mittelbarer Verbindung, daß ihr durch eine Mikrometerschraube H eine sanfte Bewegung ertheilt

werden kann. Die Mikrometerschraube ist entweder, wie in Fig. 170., auf der einen Seitenebene der Stange zwischen Klemmen a, a' angebracht, von denen a mit dem Ende der Stange in unmittelbarer Verbindung steht, a' aber die Mutter der Schraube enthält und auf der Hülse C sitzt; oder sie geht, wie in Fig. 171., durch die ausgehöhlte Hülse C in das hintere Ende der Stange AB, in welcher die Mutter der Schraube liegt. Durch Umdrehung der Schraube kann dann die mit ihr mittelbar verbundene Hülse fortgeschoben werden.

§. 2.

2. Der Reduktionszirkel.

Dieser besteht aus zwei gleichgeformten prismatischen Stangen A und B, Fig. 172., die an ihren Enden mit Spitzen a, a', b, b' und der Länge nach mit Einschnitten versehen sind. In diesen kann, wenn der Zirkel geschlossen ist, nämlich die Stangen sich decken, der mit einer Druckschraube C versehene Kopf D D' des Zirkels verschoben und an jedem beliebigen Punkte festgestellt werden. In demselben Verhältnis, in welchem die veränderlichen Längen der Schenkel des Zirkels zu einander stehen, werden auch die Entfernungen zwischen den entsprechenden Spitzen zu einander sich befinden. Zur Bestimmung dieses Verhältnisses ist an der einen Seite der Einschnitte eine Theilung 1 ..... 10 vorhanden, die man am leichtesten durch Versuche, aber auch durch Rechnung bestimmen kann und zu welcher der mit dem Kopfe verbundene Schieber c den Inder i enthält.

Fig. 172.

Man bedient sich dieses Zirkels vorzugsweise beim Verjüngen der Pläne. Vor dem Gebrauche löst man zuerst die Druckschraube C, schließt die Schenkel, schiebt den Inder auf die der verlangten Verjüngung, z. B. 1/2, zugehörige Zahl 2 und zieht darauf die Druckschraube wieder an. Beim Wiedereröffnen der Schenkel wird dann die Länge ab gleich der Hälfte jeder abgenommenen Länge a'b' sein. Zur leichtern Feststellung bei einer gegebenen Verjüngung enthalten einige Reduktionszirkel noch eine an der Seite der einen Stange angebrachte Stellschraube.

einen dunkleren, an beiden Seiten verwaschenen blauen Streifen geschehen. Die Tiefe des Strombettes deutet man durch beigeschriebene Zahlen (Koten) an. Bäche und naße Gräben bekommen einen dunkleren Ton von Blau. Sümpfe unterscheiden sich von den Teichen nur durch den Mangel des Dammes. Morast wird durch ein blaßes Blau mit grünen Horizontalstrichen bezeichnet. Bühnen oder Schlagten werden mit schwarzer Tusche blaß angelegt und nachdem sie gemauert oder von Holz sind, mit rothen oder gelben Linien umzogen. Dieselben Farben gelten für die Schleusen. Sandbänke werden mit feinen Pünktchen von grellem Gummigutt bezeichnet; bei Geröllen und Geschieben an Stromufern sind die feineren Pünktchen mit dickeren Punkten von Karmin unterbrochen.

3. Bezeichnung des Bodens. Getreidefeld wird braun von gebrannter Terra di Siena angelegt; auf Originalkarten bleibt dasselbe auch wohl weiß. Die Gränzen desselben deutet man bei einem größeren Maßstabe durch feine Linien mit schwarzer Tusche an. Dasselbe gilt auch von den folgenden Kulturarten. Trockene Wiesen werden mit einem matten Grün (aufgelöster Grünspan mit etwas Gummigutt gemischt) angelegt; naße Wiesen erhalten außerdem noch Horizontalstriche von etwas grellerem Blau. Durch diese blauen Streifen wird auch jeder andere naße Boden bezeichnet. Hutung wird durch mehr ins Gelbe spielende Wiesengrün dargestellt; Heiden werden mit blaßem Gummigutt angelegt und mit grünen Strichen durchzogen; dieselbe Farbe erhält der Moorboden, nur wird das Gelb mit braunen und blauen Strichen durchzogen; Torfstiche darin werden mit kurzen Schraffierstrichen eingefaßt. Sandboden wird mit Pünktchen von grellem Gummigutt bezeichnet. Kies- und Lehmboden werden gelb und roth punktiert, die Kontouren schwarz schraffiert. Felsen und felsige Hänge bekommen ein gehacktes Ansehn von verwaschenem Braun und Schwarz, mit horizontalen und vertikalen Strichen durchzogen; eben so Steinbrüche, nur erhalten diese regelmäßigere Striche. Wald wird meistens mit einerlei Farbe bezeichnet, wie verschieden auch die Art des Bestandes ist. Gewöhnlich legt man das Laubholz mit Karmin, das Nadelholz mit einem schmutzigen Blaugrün an. Will man die Bestände unterscheiden, so dient für Eichenhochwald Gummiguttgelb, für Buchenhochwald karminroth,

für Fichtenhochwald schwarzgrün, für Kiefern blaßschwarz; für gemischte Hochwaldbestände braungelb und für Schlagholz violet. Blößen bleiben weiß. Gebüsch, Alleen, einzelne Bäume werden durch kleine runde Tüpfelchen von Berggrün mit Schlagschatten versehen angedeutet. Gemüsegärten können mit einem röthlichen Braun, Obstgärten und Plantagen mit einem ins Blaue spielenden Grün angelegt werden; außerdem erhalten sie berggrüne Tüpfelchen. Anlagen erhalten Gartengrün mit Baumschlag und Wegen. Weingärten ebenfalls Gartengrün und einzelne Vertikalstriche mit geschlängelten Linien von schwarzer Tusche.

4. Bezeichnung der Wege auf festem Boden und über Gewäßer. Chausseen werden mit zwei parallelen mit der Reißfeder gezogenen schwarzen Linien bezeichnet und mit schwärzlichem Braun angelegt; bei Eisenbahnen sind die Begränzungslinien blau. Landstraßen und Feldwege werden mit dem schwärzlichen Braun angelegt, Fußsteige durch braun punktierte Linien bezeichnet. Dämme und Deiche von Erde werden durch 2 parallele Streifen von nicht ganz schwarzer Tusche bezeichnet und der Zwischenraum weiß gelaßen. Steinerne Brücken legt man mit Karmin von etwas dunklerer Einfaßung an; hölzerne Brücken und Stege werden mit Gummigutt angelegt. Zugbrücken, wie die letzteren, mit einem Rechteck mit Diagonalen von schwarzen Linien; auch Schiffbrücken erhalten Gelb, die Kähne werden mit schwarzen Umrißen bezeichnet.

5. Für die geognostische Bezeichnung herrschen bis jetzt noch keine bestimmte Vorschriften, obgleich einige der verschiedenen Formationen von verschiedenen Geognosten mit derselben Farbe bezeichnet werden; da man nun meistens dazu nur lithographirte oder gestochene Karten zum Grunde legt, so soll die Angabe der Bezeichnung der geognostischen Formationen hier unterbleiben.

§. 15.

Die Ausarbeitung der Karten nach schwarzer Manier wendet man meistens nur bei einem Maßstabe an, der kleiner als $^1/_{10000}$ ist.

1. Bei Bauwerken zeichnet man die Umriße und durch-

zieht die Flächen mit parallelen Linien; bei ausgezeichneten Gebäuden wird diese Reihe noch von einer zweiten sie schneidenden überzogen. Mauern bezeichnet man durch dickere Striche; Plankenzäune durch feine Linien; bei Lattenzäunen erhalten diese Linie noch kleine Punkte; Heckenzäune werden durch kleine nach Unten offene Halbkreise, die durch Striche verbunden sind, bezeichnet.

Für die einzelnen Arten der Gebäude wendet man charakterisierende Zeichen an und ergänzt auch durch beigesetzte Namen.

2) Das Waßer deutet man durch zusammenhängende feine Linien an; bei den stehenden Gewäßern sind es gerade Linien, bei den fließenden sanft gebogene Linien, die in der Richtung der Strömung gezogen werden. Bei den Sümpfen, wo die Waßeroberfläche unterbrochen ist, sind die geraden Linien unzusammenhängend, welche wieder bei dem Moraste Zickzacke oder Flammen bilden. Wegen der stets wellenförmigen Oberfläche des Meeres und der Seen werden diese auch wie die Ströme bezeichnet. Bei den Flüßen zieht man die Linien um so dichter, je tiefer sie sind und um so gerader, je rascher die Strömung ist. Die Ufer werden schraffiert; trockene Flüße punktiert. Von Schleusen und Wehren werden die Umriße angegeben.

3) Bei der Bezeichnung des Bodens giebt man bei den Getreidefeldern die Furchen durch Linien an. Für den Graswuchs wählt man kleine aufrecht stehende Striche, die man nach dem verschiedenen Boden verschieden groß nimmt und um so dichter stellt, je dichter das Gras steht. Sand wird durch feine Pünktchen bezeichnet; ist er mit Geröllen und Schutt gemengt, so werden größere Punkte dazwischen gesetzt. Felsen zeichnet man so, wie sie von Oben gesehen erscheinen; auf ähnliche Weise stellt man Steinbrüche, Kies und Lehmgruben dar. Bäume und Sträuche zeichnet man meistens im herabgelegten Zustande, ähnlich den einzelnen Arten. Weinbau bezeichnet man durch aufrechte, mit geschlängelten Linien umgebene Striche. Gärten durch punktierte Linien, den Wegen parallel.

4) Die Bezeichnung der Wege ist nach Beschaffenheit der Breite verschieden. Bei Kunststraßen deutet man die Gräben durch zwei Paar dicht gestellte Linien an; Landstraßen

bekommen nur zwei Linien; größere Feldwege eine dickere Linie; Fußwege eine punktierte Linie. Bei Brücken zeichnet man die Umriße durch 2 Linien, deren Zwischenraum bei steinernen punktiert wird. Bei Zug- und Schiffbrücken wendet man die im vorigen §. angegebenen Bezeichnungen an, jedoch ohne Farben. Dämme und Deiche werden schraffiert.

§. 16.

Beim Beschreiben eines Planes soll man im Allgemeinen die Regel befolgen, daß Norden Oben liegt und die Richtung der Schrift dem oberen Rande parallel ist; indessen werden die Namen der Flüße, Straßen, Wege u. s. w. diesen entlang geschrieben.

Hinsichtlich der Schriftarten wählt man meistens die stehende lateinische, Antiqua, oder die liegende, Kursivschrift, oder die Englische. Bei der Schrifthöhe richtet man sich theils nach dem vorhandenen Platze, theils nach der Bedeutung des Gegenstandes. Bei ökonomischen Karten werden die Flurtheile mit arabischen Ziffern numeriert und auf das Inhaltsverzeichnis bezogen; oder es wird der Inhalt in die Parzellen eingetragen.

Zum Orientieren einer Karte wird an einer paßenden leeren Stelle die Richtung des magnetischen Meridians, so wie die Mittagslinie, hingezogen. Die Magnetrose zu zeichnen, ist nicht mehr gebräuchlich.

Endlich muß noch ein Transversalmaßstab, nach welchem die Karte aufgetragen ist, gewöhnlich unter den Titel des Plans, gezeichnet werden.

D. Abbildung der Unebenheiten des Erdbodens.

§. 17.

Da die Zeichenebene als Horizontalprojektionsebene auch die Horizontalprojektionen der Oberfläche eines unebenen Terrains mit enthält, so ist jetzt noch anzugeben, wie man durch eine der Natur der Sache angemeßene Bezeichnung die Unebenheiten der Erdoberfläche darstellen kann. Die erste richtige, auf wißenschaftliche Principien sich stützende Bergzeichnungstheorie wurde vor etwa funfzig Jahren von dem Sächsischen Major Lehmann eingeführt und beruht zum Theil auf dem in I. §. 5. 4. ange-

gebenen Satze, daß für parallele Lichtstrahlen die Helligkeit einer Fläche, unter übrigens gleichen Umständen, dem Cosinus ihres Neigungswinkels gegen die Horizontalebene proportional ist, wonach sich also eine Skale der Beleuchtung für alle Neigungswinkel von 0° bis 90° aus den trigonometrischen Tafeln aufstellen ließe und man das Maximum der Helligkeit durch Weiß ohne Schattierung, das Minimum durch vollen Schatten, also durch Schwarz, bezeichnen könnte. Da aber in der Natur nur die aus Felsen bestehenden Bergabhänge unter einem größeren Winkel als 45° gegen den Horizont geneigt sind, alle übrigen aber kleinere Neigungswinkel als 45° bilden, so nahm Lehmann für das Minimum der Helligkeit einen Neigungswinkel von 45° an und stellte zur Darstellung jeder anderen weniger geneigten Fläche die allerdings nur annäherungsweise richtige Regel auf, daß die Masse des Schwarzen sich zu der des Weißen eben so verhalten solle, wie ihr Neigungswinkel zum Ergänzungswinkel zu 45° sich verhält. Dadurch erhält man folgende Skale:

Neigungswinkel Grade	Verhältnis des Schwarzen zum Weißen	Abgekürztes Zahlen-Verhältnis
0	0 : 45	0 : 9
5	5 : 40	1 : 8
10	10 : 35	2 : 7
15	15 : 30	3 : 6
20	20 : 25	4 : 5
25	25 : 20	5 : 4
30	30 : 15	6 : 3
35	35 : 10	7 : 2
40	40 : 5	8 : 1
45	45 : 0	9 : 0

Drückt man also die verhältnismäßige Masse des Schwarzen und Weißen durch gerade schwarze Striche und dazwischen liegende weiße Räume aus, so daß die letzte Kolumne der vorliegenden Skale das Verhältnis der Dicke des Strichs zu dem Zwischenraume zweier Striche bezeichnet, so wird man aus einem richtig schraffierten Berge nicht nur die Größe der Abdachung, sondern auch die Höhe jedes beliebigen Punktes derselben über

der durch den Fuß gehenden Horizontalebene bestimmen können, welches insbesondere für den Militair von Wichtigkeit ist. Denn stellt z. B. ABCD, Fig. 179., einen Theil der Abdachung eines Berges vor, so sind durch die Länge der Schraffierstriche die Linien AE, BF, CG, durch das Verhältniß des Schwarzen zum Weißen die Böschungswinkel α, β, γ bekannt und daher BE = AE tg. α, CF = BF tg. β, DG = CG tg. γ.

Fig. 179.

§. 18.

Um nun einen nach XI. §. 38. aufgenommenen Berg auf dem Papiere abzubilden, trägt man die auf der Meßtischplatte befindlichen Umfangslinien der verschiedenen Horizontalebenen auf die Zeichenebene, giebt den Schraffierstrichen nach der bekannten Böschung mittelst der Skale des vorigen §. die erforderliche Dicke und an den betreffenden Stellen die bemerkte Richtung; in dieser Hinsicht ist nur noch zu bemerken, daß die Dicke der Striche nur so groß sein muß, daß sie in einer passenden Entfernung in einander zu verfließen scheinen, damit das Auge den Eindruck einer gewissen Dunkelheit, zugleich aber den einer gleichmäßig beleuchteten Fläche erhält. Was die Länge der Striche innerhalb zweier Kurven betrifft, so müßen sie so lang gemacht werden, als es die Geschicklichkeit der Hand erlaubt, zugleich sind sie aber auch so kurz zu halten, daß sie an den Stellen, wo sie wegen der vorhandenen Krümmung des Abhanges nicht parallel liegen können, weder an dem einen Ende zu fein, noch an dem andern zu dick gemacht werden müßten.

§. 19.

Ein zweites Mittel, um ohne Vertikalprojektionen die Terrainunebenheiten auf Karten darzustellen, besteht in der Verzeichnung der Niveaukurven. Denkt man sich nämlich durch einen Berg in bestimmten, aber gleichen Vertikalabständen Horizontalebenen gelegt, daß die kürzeste Linie zwischen je zwei Punkten zweier auf einander folgender Kurven ganz in die Bergfläche fällt, so wird man aus der mehr oder weniger genäherten Lage der Kurven auf die Neigung des Bergabhanges schließen können, so wie auch aus den beigesetzten Höhenkoten die Höhe jedes beliebigen Punktes des Terrains sich bestimmen läßt. Denn ist z. B. A, Fig. 180., die Projektion eines zwischen den Kurven

Fig. 180.

20 und 30 liegenden Punktes, dessen Höhe über der Horizontalebene durch 30 bestimmt werden soll, so ziehe man durch A die Linie BC normal auf die beiden Kurven, setze CD normal auf BC = 10 Fuß und ziehe BD, welche die zwischen den Kurven 20 und 30 durch A gehende Linie des Bergabhanges sein wird, so wie durch A die Normale AE auf BC. Dann ist

$$AE : CD = AB : BC, \text{ folglich } AE = \frac{CD \,.\, AB}{BC},$$

woraus die gesuchte Höhe sich ergiebt.

§. 20.

Was die Darstellung der Berge auf illuminierten Planen betrifft, so ist zu beachten, daß wenn man die Lehmann'sche Schraffiermethode mittelst der Zeichenfeder dabei anwenden wollte, manche Terrainbezeichnung, namentlich für eine Gebirgsgegend, dadurch an Deutlichkeit sehr verlieren würde. Obgleich man nun auch durch Striche mit dem Pinsel mittelst schwacher schwarzer Tusche bei einzelnen und wenig ansteigenden Bergen dem Verhältnis des Schwarzen zum Weißen sich nähern und auch die allmäligen Uebergänge von dem Dunklen zum Hellen dadurch erreichen kann, daß man bei den stärkeren Neigungen die mit schwächeren Tönen begonnenen Striche mit stärkerer Tusche nachzieht: so bleibt dieß Verfahren bei Karten, auf deren schnelle Vollendung es ankommt, doch immer nur ein sehr Zeit raubendes und daher nur anwendbares, wenn man eine sorgfältige Ausführung beabsichtigt. In den gewöhnlichen Fällen scheint es daher hinreichend, wenn man die Niveaukurven durch feine Linien andeutet und durch Anlegen und Verwaschen mit schwacher schwarzer Tusche die mehr oder weniger starke Beleuchtung ausdrückt und besonders die Aufdämmungen, Ufer, Hohlwege u. dgl. m. durch Zeichnung deutlich darstellt.

E. Prüfung einer Flurmeßung.

§. 21.

Diese geschieht dadurch, daß man von festliegenden Punkten aus Linien quer über die Flur mißt, dann die Punkte bemerkt, in welchen die Linien von den innern Begränzungslinien geschnitten werden und eben so auch die normalen Abstände nicht zu entfernt liegender Dreieckspunkte bestimmt. Dann trägt man diese

Linien auf das Papier und vergleicht die gemeßenen Längen und Abstände mit den entsprechenden auf der Karte. Eben so wird die Größe einzelner Parzellen in verschiedenen Gegenden der Flur gemeßen und der berechnete Inhalt mit dem der Karte verglichen. Bei diesen Vergleichungen dürfen die Statt findenden Unterschiede die durch bestimmte Gesetze erlaubten Fehler nicht übersteigen, falls die Meßung nicht für unrichtig erkannt werden soll.

F. Das Kopiieren der Karten.

§. 22.

Bei dem Kopiieren einer Karte soll entweder derselbe Maßstab beibehalten oder ein kleinerer angenommen werden, denn im Allgemeinen sind durch das Kopiieren vorzunehmende Vergrößerungen wegen der zunehmenden Größe der Fehler, viel unzuverläßiger als Verkleinerungen.

Im ersten Falle wendet man entweder 1) die Kopiiernadel an, wenn dieß Verfahren wegen der dadurch entstehenden Beschädigung der Originalkarte gestattet ist; oder man bedient sich 2) des Oel- oder Strohpapiers; oder 3) des Durchzeichnens mittelst der Kopiierscheibe, welche Methode aber nur bei Karten von geringerer Ausdehnung seine Anwendung finden kann; oder das Kopiieren geschieht 4) durch ein Netz von Quadraten, das man sowohl auf die Originalkarte, als auf die zu entwerfende Kopie trägt und in das letztere Netz Alles das zeichnet, was auf der Originalkarte in den entsprechenden Quadraten sich findet.

Soll aber eine Karte, auf einen andern Maßstab reduciert, kopiiert werden, so beruht das Verfahren auf dem planimetrischen Satze, daß die Flächen ähnlicher Polygone wie die Quadrate ähnlichliegender Seiten sich verhalten. Man überzieht dann die Originalkarte ebenfalls mit einem Quadratnetz, mißt die Länge der entstandenen Rechtecksseiten a und b, berechnet dann nach dem obigen Satze die Länge der ähnlichliegenden Seiten α und β, trägt aus ihnen das Quadratnetz der Kopie zusammen und zeichnet endlich mittelst des Reduktionszirkels Alles wie vorhin aus. Ist das Verhältnis, in welchem die Originalkarte verkleinert werden soll, $1 : \frac{m}{n}$, so ist $\alpha = \frac{a}{n}\sqrt{(mn)}$, $\beta = \frac{b}{n}\sqrt{(mn)}$ zu nehmen.

Anmerkung. Die Beschreibung der Storchschnabel und Pantographen kann hier füglich übergangen werden, da ihre Anwendung beim Kopiren geometrischer Karten nicht für alle Fälle die erforderliche Genauigkeit zuläßt. Man findet beide Werkzeuge beschrieben in: Adams geometrische und praktische Versuche u. s. w. Aus dem Englischen übersetzt von Geißler. Leipzig, 1795.

II. Die Berechnung des Flächeninhalts aufgenommener Fluren.

§. 23.

Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden: 1) der Flächeninhalt läßt sich unmittelbar aus den aus dem Felde gemeßenen Stücken berechnen und 2) er wird aus der aufgetragenen Horizontalprojektion der Flur gefunden. Da das Auftragen der Figuren und das Abnehmen der Länge der Linien nach einem verjüngten Maßstabe offenbar größeren oder kleineren Fehlern unterworfen ist, so ist einleuchtend, daß die erste Art der Flächenberechnung Vorzüge vor der zweiten Art darbietet, daher jene immer bei der genauen Bestimmung des Inhaltes der Grundstücke, Feldmarken u. s. w., die letztere aber nur dann angewandt werden sollte, wenn ein Maßstab von wenigstens $1/1000$ — $1/1500$ zum Grunde gelegt ist, oder wenn nicht die größte Schärfe gefordert wird, wie z. B. bei Berechnung der Hutungen, der Forsten u. s. w.

A. Inhaltsbestimmung aus gemeßenen Linien und Größe der Fehler in der Flächenberechnung.

§. 24.

1. Ist die Flur nach der Dreiecksmethode aufgenommen, so erhält man den Inhalt der Dreiecke, wenn man die Summe der drei Seiten a, b und c durch s bezeichnet, durch die Formel

$$A = \sqrt{(1/2\,s\,(1/2\,s - a)\,(1/2\,s - b)\,(1/2\,s - c))}.$$

Hat man auf diese Weise die Größe eines Vierecks durch Hülfe der einen Diagonale berechnet, so giebt die durch die andere Diagonale vollzogene Berechnung des Vierecks die Proberechnung ab. Es ist daher nur zu untersuchen, wie groß die aus den unvermeidlichen Fehlern der Meßung entspringende Differenz, d. h.

wie groß der gefundene Unterschied mit Rücksicht auf VI. §. 42. 1. bei beiden Resultaten sein darf, um von ihnen das arithmetische Mittel nehmen zu können.

Bezeichnet A den Inhalt eines Oblongums, dessen Seitenlinien a und b sein mögen, so ist bei völlig fehlerfreier Meßung A = ab. Ist aber der bei der Meßung der Linien a und b begangene Fehler beziehungsweise $= \pm \Delta a$ und und $\pm \Delta b$, so erhält man zum Inhalte:

$$(a \pm \Delta a)(b \pm \Delta b) = ab \pm a . \Delta b \pm b . \Delta a + \Delta a \Delta b.$$

Der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten der durch die Vorzeichen entstehenden vier Resultate ist demnach

$$a. \Delta b + b. \Delta a + \Delta a \Delta b.$$

Bezeichnet man diesen Unterschied in dem Flächeninhalte gegen A durch ΔA, so ist

$$\Delta A = a. \Delta b + b. \Delta a + \Delta a \Delta b.$$

Werden, was vorausgesetzt werden muß, die Linien mit derselben Genauigkeit gemeßen, so darf man die dabei begangenen Fehler den Linien proportional setzen, also

$$\Delta a = \frac{1}{n} a, \Delta b = \frac{1}{n} b$$

annehmen, mithin wird

$$\Delta A = a. \frac{1}{n} b + b. \frac{1}{n} a + \left(\frac{1}{n}\right)^2 . ab.$$

Wegen der Kleinheit des Bruchs $\frac{1}{n}$ darf man aber ohne merklichen Fehler das dritte Glied des obigen Ausdrucks vernachläßigen und demnach wird

$$\Delta A = a. \frac{1}{n} b + b. \frac{1}{n} a = 2 . \frac{1}{n} ab = 2. \frac{1}{n} A,$$

so daß daher das Verhältnis des Fehlers in der Flächenberechnung zwei Mal so groß ist, als das Verhältnis des Fehlers in der Linienmeßung.

Da aber jedes Polygon auf ein Oblongum zurückgeführt werden kann, so gilt die obige Bestimmung auch bei jeder aus Linienmeßungen vorgenommenen Berechnung.

Auf die obige Art berechnet man alle Vierecke und Dreiecke der Flur und erhält aus der Summe der Partialinhalte den Inhalt des von den geraden Linien gebildeten Polygons.

Die Größe der von den Polygonseiten und den krummlinichten Begränzungen eingeschloßenen Flächen findet man durch die Berechnung der durch die gemeßenen Koordinaten entstandenen Trapeze und Dreiecke. Nimmt man die Berechnung jedes einzelnen Stücks für sich vor, so ist nur zu berücksichtigen, welche Flächen additiv und welche subtraktiv sind. Die Resultate der Rechnungen setzt man in eigenes Inhaltsverzeichnis.

2. Sind einzelne Dreiecke mit dem Winkelkreuz aufgenommen, ist b die gemeinschaftliche Grundlinie zweier Dreiecke, deren Höhen h und h_1 sind, so ist der Inhalt des Vierecks

$$A = \frac{b\,(h + h_1)}{2}.$$

B. Inhaltsbestimmung aus gemeßenen Linien und Winkeln.

§. 25.

Nachdem nach IX. §§. 7. und 12. aus den gemeßenen Linien und Winkeln die Koordinaten aller Winkelpunkte des Polygons in Bezug auf eine bestimmte Achse berechnet sind und alle Ordinaten gezogen gedacht werden, so zerfällt das Polygon in Dreiecke und Trapeze, die man zwar nach den bekannten Regeln der Planimetrie, doch aber auch mittelst des folgenden Satzes berechnen kann, indem dadurch die Berücksichtigung wegfällt, welche der Flächen als subtraktiv zu nehmen sind.

Man erhält den Inhalt eines Polygons aus den Koordinaten seiner Winkelpunkte, wo auch der Ursprung genommen werden mag, wenn man die Abscisse (oder Ordinate) jedes Winkelpunktes von der Abscisse (oder Ordinate) des zweiten darauf folgenden Winkelpunkts subtrahiert, den Rest mit der Ordinate (oder Abscisse) des zwischenliegenden Winkelpunkts multipliciert, alle diese Produkte addiert und von der Summe die Hälfte nimmt, oder, wenn man die Abscisse des ersten, zweiten, dritten...... Winkelpunkts durch x_1, x_2, x_3..., die zugehörigen Ordinaten durch y_1, y_2, y_3... und den Inhalt des Polygons durch A bezeichnet,

$$A = \tfrac{1}{2}\,((x_3 - x_1)\,y_2 + (x_4 - x_2)\,y_3 + \ldots\ldots + (x_1 - x_{r-1})\,y^r + (x_2 - x^r)\,y_1).$$

Fig. 181. Denn ist $B_1\ B_2\ B_3 \ldots B_8$, Fig. 181., ein gegebenes

Polygon, AM die Abscissen-, AN die Ordinatenachse, also A der Ursprung der Koordinaten, so ist

$$A = B_1 B_2 C_1 C_2 + B_2 B_3 C_2 C_3 + B_3 B_4 C_3 C_4 - B_4 B_5 C_4 C_5 - \ldots\ldots\ldots\ldots + B_7 B_8 C_7 C_8 - B_8 B_1 C_8 C_1.$$

oder

$$A = \tfrac{1}{2}((y_2+y_1)(x_2-x_1)+(y_3+y_2)(x_3-x_2)+(y_4+y_3)(x_4-x_3) + \ldots\ldots\ldots (y_8+y_7)(x_8-x_7)+(y_1+y_8)(x_1-x_8))$$

oder, wenn man die angedeuteten Multiplikationen vollzieht,

$$\begin{aligned} A = \tfrac{1}{2}\,((&y_2\,x_2 + y_1\,x_2 - y_2\,x_1 - y_1\,x_1) \\ + (&y_3\,x_3 + y_2\,x_3 - y_3\,x_2 - y_2\,x_2) \\ + (&y_4\,x_4 + y_3\,x_4 - y_4\,x_3 - y_3\,x_3) \\ + &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ + (&y_1\,x_1 + y_8\,x_1 - y_1\,x_8 - y_8\,x_8)), \end{aligned}$$

woraus nach Aufhebung der positiven und negativen Glieder und nach Absonderung des gemeinschaftlichen Faktors der obige Ausdruck sich ergiebt.

Die Berechnung der von den krummlinichten Begränzungen und den Polygonseiten eingeschloßenen Stücke geschieht wie im vorigen §.

C. Inhaltsberechnung aus der Zeichnung.

§. 26.

Die durch das Auftragen der Dreiecke oder Polygone entstandenen geradlinicht begränzten Flächen zerlegt man entweder durch sich nicht schneidende Diagonalen in Dreiecke und berechnet diese einzeln, indem man aber eine Diagonale als gemeinschaftliche Grundlinie zweier Dreiecke ansieht und dann die Fläche jeder zwei Dreiecke durch den Ausdruck $A = \frac{b\,(h + h')}{2}$ findet. Oder man zieht durch das Innere oder außerhalb des Polygons eine Linie und zieht durch alle Winkelspitzen Normalen auf jene, die man nöthigenfalls bis zur gegenüberliegenden Polygonseite verlängert, so wird das Polygon in Trapeze zerlegt, die man nach dem vorigen §. berechnen kann. Zieht man die Parallelen so nahe an einander, daß man die zwischenliegenden Linien ohne merklichen Fehler als gerade ansehen kann, so kann man auch

einen dunkleren, an beiden Seiten verwaschenen blauen Streifen geschehen. Die Tiefe des Strombettes deutet man durch beigeschriebene Zahlen (Koten) an. Bäche und naße Gräben bekommen einen dunkleren Ton von Blau. Sümpfe unterscheiden sich von den Teichen nur durch den Mangel des Dammes. Morast wird durch ein blaßes Blau mit grünen Horizontalstrichen bezeichnet. Bühnen oder Schlagten werden mit schwarzer Tusche blaß angelegt und nachdem sie gemauert oder von Holz sind, mit rothen oder gelben Linien umzogen. Dieselben Farben gelten für die Schleusen. Sandbänke werden mit feinen Pünktchen von grellem Gummigutt bezeichnet; bei Geröllen und Geschieben an Stromufern sind die feineren Pünktchen mit dickeren Punkten von Karmin unterbrochen.

3. Bezeichnung des Bodens. Getreidefeld wird braun von gebrannter Terra di Siena angelegt; auf Originalkarten bleibt dasselbe auch wohl weiß. Die Gränzen desselben deutet man bei einem größeren Maßstabe durch feine Linien mit schwarzer Tusche an. Dasselbe gilt auch von den folgenden Kulturarten. Trockene Wiesen werden mit einem matten Grün (aufgelöster Grünspan mit etwas Gummigutt gemischt) angelegt; naße Wiesen erhalten außerdem noch Horizontalstriche von etwas grellerem Blau. Durch diese blauen Streifen wird auch jeder andere naße Boden bezeichnet. Hutung wird durch mehr ins Gelbe spielende Wiesengrün dargestellt; Heiden werden mit blaßem Gummigutt angelegt und mit grünen Strichen durchzogen; dieselbe Farbe erhält der Moorboden, nur wird das Gelb mit braunen und blauen Strichen durchzogen; Torfstiche darin werden mit kurzen Schraffierstrichen eingefaßt. Sandboden wird mit Pünktchen von grellem Gummigutt bezeichnet. Kies- und Lehmboden werden gelb und roth punktiert, die Kontouren schwarz schraffiert. Felsen und felsige Hänge bekommen ein gehacktes Ansehn von verwaschenem Braun und Schwarz, mit horizontalen und vertikalen Strichen durchzogen; eben so Steinbrüche, nur erhalten diese regelmäßigere Striche. Wald wird meistens mit einerlei Farbe bezeichnet, wie verschieden auch die Art des Bestandes ist. Gewöhnlich legt man das Laubholz mit Karmin, das Nadelholz mit einem schmutzigen Blaugrün an. Will man die Bestände unterscheiden, so dient für Eichenhochwald Gummiguttgelb, für Buchenhochwald karminroth,

für Fichtenhochwald schwarzgrün, für Kiefern blaßschwarz; für gemischte Hochwaldbestände braungelb und für Schlagholz violet. Blößen bleiben weiß. Gebüsch, Alleen, einzelne Bäume werden durch kleine runde Tüpfelchen von Berggrün mit Schlagschatten versehen angedeutet. Gemüsegärten können mit einem röthlichen Braun, Obstgärten und Plantagen mit einem ins Blaue spielenden Grün angelegt werden; außerdem erhalten sie berggrüne Tüpfelchen. Anlagen erhalten Gartengrün mit Baumschlag und Wegen. Weingärten ebenfalls Gartengrün und einzelne Vertikalstriche mit geschlängelten Linien von schwarzer Tusche.

4. Bezeichnung der Wege auf festem Boden und über Gewäßer. Chausseen werden mit zwei parallelen mit der Reißfeder gezogenen schwarzen Linien bezeichnet und mit schwärzlichem Braun angelegt; bei Eisenbahnen sind die Begränzungslinien blau. Landstraßen und Feldwege werden mit dem schwärzlichen Braun angelegt, Fußsteige durch braun punktierte Linien bezeichnet. Dämme und Deiche von Erde werden durch 2 parallele Streifen von nicht ganz schwarzer Tusche bezeichnet und der Zwischenraum weiß gelaßen. Steinerne Brücken legt man mit Karmin von etwas dunklerer Einfaßung an; hölzerne Brücken und Stege werden mit Gummigutt angelegt. Zugbrücken, wie die letzteren, mit einem Rechteck mit Diagonalen von schwarzen Linien; auch Schiffbrücken erhalten Gelb, die Kähne werden mit schwarzen Umrißen bezeichnet.

5. Für die geognostische Bezeichnung herrschen bis jetzt noch keine bestimmte Vorschriften, obgleich einige der verschiedenen Formationen von verschiedenen Geognosten mit derselben Farbe bezeichnet werden; da man nun meistens dazu nur lithographirte oder gestochene Karten zum Grunde legt, so soll die Angabe der Bezeichnung der geognostischen Formationen hier unterbleiben.

§. 15.

Die Ausarbeitung der Karten nach schwarzer Manier wendet man meistens nur bei einem Maßstabe an, der kleiner als $^1/_{10000}$ ist.

1. Bei Bauwerken zeichnet man die Umriße und durch-

zieht die Flächen mit parallelen Linien; bei ausgezeichneten Gebäuden wird diese Reihe noch von einer zweiten sie schneidenden überzogen. Mauern bezeichnet man durch dickere Striche; Plankenzäune durch feine Linien; bei Lattenzäunen erhalten diese Linie noch kleine Punkte; Heckenzäune werden durch kleine nach Unten offene Halbkreise, die durch Striche verbunden sind, bezeichnet.

Für die einzelnen Arten der Gebäude wendet man charakterisierende Zeichen an und ergänzt auch durch beigesetzte Namen.

2) Das Waßer deutet man durch zusammenhängende feine Linien an; bei den stehenden Gewäßern sind es gerade Linien, bei den fließenden sanft gebogene Linien, die in der Richtung der Strömung gezogen werden. Bei den Sümpfen, wo die Waßeroberfläche unterbrochen ist, sind die geraden Linien unzusammenhängend, welche wieder bei dem Moraste Zickzacke oder Flammen bilden. Wegen der stets wellenförmigen Oberfläche des Meeres und der Seen werden diese auch wie die Ströme bezeichnet. Bei den Flüßen zieht man die Linien um so dichter, je tiefer sie sind und um so gerader, je rascher die Strömung ist. Die Ufer werden schraffiert; trockene Flüße punktiert. Von Schleusen und Wehren werden die Umriße angegeben.

3) Bei der Bezeichnung des Bodens giebt man bei den Getreidefeldern die Furchen durch Linien an. Für den Graswuchs wählt man kleine aufrecht stehende Striche, die man nach dem verschiedenen Boden verschieden groß nimmt und um so dichter stellt, je dichter das Gras steht. Sand wird durch feine Pünktchen bezeichnet; ist er mit Geröllen und Schutt gemengt, so werden größere Punkte dazwischen gesetzt. Felsen zeichnet man so, wie sie von Oben gesehen erscheinen; auf ähnliche Weise stellt man Steinbrüche, Kies und Lehmgruben dar. Bäume und Sträuche zeichnet man meistens im herabgelegten Zustande, ähnlich den einzelnen Arten. Weinbau bezeichnet man durch aufrechte, mit geschlängelten Linien umgebene Striche. Gärten durch punktierte Linien, den Wegen parallel.

4) Die Bezeichnung der Wege ist nach Beschaffenheit der Breite verschieden. Bei Kunststraßen deutet man die Gräben durch zwei Paar dicht gestellte Linien an; Landstraßen

bekommen nur zwei Linien; größere Feldwege eine dickere Linie; Fußwege eine punktierte Linie. Bei Brücken zeichnet man die Umriße durch 2 Linien, deren Zwischenraum bei steinernen punktiert wird. Bei Zug- und Schiffbrücken wendet man die im vorigen §. angegebenen Bezeichnungen an, jedoch ohne Farben. Dämme und Deiche werden schraffiert.

§. 16.

Beim Beschreiben eines Planes soll man im Allgemeinen die Regel befolgen, daß Norden Oben liegt und die Richtung der Schrift dem oberen Rande parallel ist; indessen werden die Namen der Flüße, Straßen, Wege u. s. w. diesen entlang geschrieben.

Hinsichtlich der Schriftarten wählt man meistens die stehende lateinische, Antiqua, oder die liegende, Kursivschrift, oder die Englische. Bei der Schrifthöhe richtet man sich theils nach dem vorhandenen Platze, theils nach der Bedeutung des Gegenstandes. Bei ökonomischen Karten werden die Flurtheile mit arabischen Ziffern numeriert und auf das Inhaltsverzeichnis bezogen; oder es wird der Inhalt in die Parzellen eingetragen.

Zum Orientieren einer Karte wird an einer paßenden leeren Stelle die Richtung des magnetischen Meridians, so wie die Mittagslinie, hingezogen. Die Magnetrose zu zeichnen, ist nicht mehr gebräuchlich.

Endlich muß noch ein Transversalmaßstab, nach welchem die Karte aufgetragen ist, gewöhnlich unter den Titel des Plans, gezeichnet werden.

D. Abbildung der Unebenheiten des Erdbodens.

§. 17.

Da die Zeichenebene als Horizontalprojektionsebene auch die Horizontalprojektionen der Oberfläche eines unebenen Terrains mit enthält, so ist jetzt noch anzugeben, wie man durch eine der Natur der Sache angemeßene Bezeichnung die Unebenheiten der Erdoberfläche darstellen kann. Die erste richtige, auf wißenschaftliche Principien sich stützende Bergzeichnungstheorie wurde vor etwa funfzig Jahren von dem Sächsischen Major Lehmann eingeführt und beruht zum Theil auf dem in I. §. 5. 4. ange-

den vorfinden, welche die angebliche Größe jedes einzelnen Ackerstücks enthalten und deren Verschiedenheiten von der wahren Größe theils den anzulegenden Gewannenwegen, Abzugsgräben u. s. w., theils Zufälligkeiten, theils auch unrechtlichen Handlungen zuzuschreiben sein werden. Es wird demnach darauf ankommen, nach dem Verhältnis, welches zwischen der wahren Größe einer Abtheilung einer Feldmark und der angeblichen Statt findet, für jeden Besitzer den ihm zukommenden Theil zu berechnen und hiernach zuzutheilen. Ist z. B. die angebliche Größe der in einer Feldabtheilung liegenden, den Interessenten A, B, C, D .... gehörige Stücke = a, b, c, d ...., deren Summe = S sein mag, die zu vertheilende Summe aber = Σ, so wird die Größe der den Besitzern A, B, C .... durch Theilung zukommenden Stücke

$$\alpha = \frac{\Sigma}{S}.a, \; \beta = \frac{\Sigma}{S}.b, \; \gamma = \frac{\Sigma}{S}.c, \; \delta = \frac{\Sigma}{S}.d......$$

sein, wenn $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ... die Größen der zu vertheilenden Stücke bezeichnen.

§. 33.

Aufgabe. Von einer Figur ein Stück von vorgeschriebener Größe A abzuschneiden.

Fig. 185. Ist ABCDEF, Fig. 185., die gegebene Figur, in welcher die Theilungslinien von AF und DE begränzt werden sollen, so ziehe man durch B die Linie GH in der Richtung, welche etwa die Theilungslinien erhalten sollen und berechne die Größe a der Figur ABCDGH. Dann bleibt über HG noch ein Stück abzuschneiden, welches = A — a = α ist. Man meße HG, dividiere α durch HG, so ist der Quotient h der Höhe des Oblongums HGIK gleich, welches den Inhalt α hat. Verlängert man demnach KI bis L und M, so ist das Stück ABCDML um die Größe der beiden Dreiecke GIM und HLK größer als α. Berechnet man also den Inhalt der beiden Dreiecke = β, und schneidet unterhalb LM ein Oblongum ab, welches = β ist, so wird in den meisten Fällen die neue Theilungslinie NO keine weitere wesentliche Verschiedenheit von der Größe des abzuschneidenden Oblongums hervorbringen. Im entgegengesetzten Falle wird man das vorige Verfahren nochmals zu wiederholen haben.

§. 34.

Durch das im vorigen §. angegebene Verfahren kann man nun über NO noch mehrere andere Stücke von gegebenem Inhalte abschneiden.

Soll aber die folgende Theilungslinie nicht mehr der vorhergehenden parallel sein, sondern etwa eine mit NP parallele Richtung haben, so berechnet man zunächst die Größe des Stücks NOP und verfährt dann weiter, wie vorhin angegeben ist.

Sind schließlich die Theilungslinien richtig bestimmt, so mißt man auf den Linien XX' und YY', deren Richtungen durch festgelegte Punkte bestimmt sind, die Entfernungen X.1, X.2 ...., Y.1, Y.2 .... und trägt diese auf dem Felde nach der Meßkette auf.

§. 35.

Soll die Theilung mit Rücksicht auf Bonität geschehen, so kommt es darauf an, das Verhältnis der Werthe zweier Grundstücke zu bestimmen, die an Größe und Bonität verschieden sind. Da aber sowohl die Größe, als auch die Bonität mit dem Werthe im direkten Verhältnisse stehen, so wird das Verhältnis der Werthe zusammengesetzt sein aus den Verhältnissen der Größen und der Bonitäten. Bezeichnen demnach G, g, γ die Größen dreier Grundstücke, B, b, β ihre Bonitäten, so sind ihre Werthe beziehungsweise, B . G, b . g und $\beta . \gamma$, der zu theilende Werth demnach $BG + bg + \beta\gamma$. Ist nun das Verhältnis der zu bildenden Theile m : n : o und bezeichnen M, N, O die jedem Interessenten zukommenden Werthe, so ist

$$M = \frac{BG + bg + \beta\gamma}{m + n + o} . m,$$

$$N = \frac{BG + bg + \beta\gamma}{m + n + o} . n,$$

$$O = \frac{BG + bg + \beta\gamma}{m + n + o} . o,$$

worauf nunmehr die Theilung wieder nach §. 33. auszuführen ist.

IV. Die Entwerfung der Nivellementspläne.

§. 3

Das Auftragen des Grundrißes geschieht nach §§. 11. und 12.

Zum Auftragen der Profilrisse zieht man eine gerade Linie als Horizontale in einer solchen Höhe über dem Anfangspunkte, daß alle andere Punkte des Terrains unterhalb derselben liegen, weshalb noch vor dem Auftragen das Gefälle sämmtlicher Terrainpunkte auf jene Haupthorizontale bezogen werden muß. Man trägt die berechneten Zahlenwerthe in eine Rubrik, welche man den in XI. §§. 23. u. 25. angegebenen Nivellementstabellen unter der Ueberschrift: „Ordinaten unter der Haupthorizontale" noch zufügt. Darauf trägt man die Horizontalprojektionen der Stationslängen auf der Horizontalen ab, errichtet in den Endpunkten Normalen, trägt auf diesen aus der genannten Kolumne das Gefälle der einzelnen Punkte ab und verbindet die so erhaltenen Punkte durch Linien.

Die durch Längennivellements entstandenen Profile nennt man Längenprofile, die nach Quernivellements konstruierten Querprofile. Diese zeichnet man so unter die ersteren, daß die Horizontale des Querprofils rechtwinklicht durch die nach Unten verlängerte Ordinate des Punktes im Längenprofile geht, durch welchen das Querprofil gelegt wurde. Der Durchschnittspunkt beider Linien ist dann der Nullpunkt des Profils, von welchem ab nach der Rechten und Linken die rechts und links gemeßenen Abscissen getragen werden. Fig. 186. erläutert die konstruierten Profile.

Fig. 186.

Beim Auftragen der Stationslängen wendet man meistens einen Maßstab zu $^1/_{2500}$ an, beim Auftragen des Gefälles aber einen 5 bis 10 mal größeren, wodurch freilich die Profile nicht die wahre Gestalt des Erdbodens darstellen.

Die Terrainlinie wird mit schwarzer Tusche ausgezogen und nach Unten mit brauner Farbe verwaschen; bei Flüßen und Gräben nimmt man Blau. Auch werden die Ordinatenlängen und ihre Horizontalentfernungen eingetragen.

V. Die Berechnung des Auf- und Abtrages der nach den Nivellementsprofilen vorzunehmenden Erdarbeiten.

§. 37.

In den meisten Fällen wird bei einem auf der Erdoberfläche vorzunehmenden Bau, z. B. bei der Anlage einer Straße, eines Kanals, militairischer Vertheidigungswerke u. s. w. die Erdoberfläche nicht schon in dem Zustande sein, um den Bau ausführen zu können, sondern es werden vielmehr noch die Unebenheiten des Bodens fortzuschaffen sein. Man muß daher zuvörderst den körperlichen Inhalt des Auf- und Abtrages berechnen, der zwischen der natürlichen und der projektierten Terrainfläche enthalten ist. Auf den Nivellementsplänen pflegt man den Auftrag mit Karmin, den Abtrag mit Gummigutt, auch wohl blaß mit schwarzer Tusche anzulegen.

§. 38.

Für diese Berechnungen müßen zunächst aus der Lage der natürlichen und projektierten Terrainfläche die Abstände zweier in derselben Vertikalebene liegender Punkte derselben bestimmt werden. Die Abstände der natürlichen und projektierten Terrainfläche von der Horizontale nennt man beziehungsweise die Terrain- oder Gelände- und Entwurfszahlen und ihren Unterschied die rothen Zahlen. Diese bestimmen daher den Auf- oder Abtrag, je nachdem die Entwurfszahlen kleiner oder größer als die Terrainzahlen sind.

Ist in Fig. 186. ABC .... K die natürliche Terrainfläche, ADK die Entwurfsfläche, bei einer Straßenanlage also die Kronlinie der Straße, XX' die Haupthorizontale, und beträgt das Gefälle der Kronlinie von 0 bis IV., — 2,5' auf 50 Ruthen Länge, mithin auf 1 Ruthe 0,05', so läßt sich hiernach das Gefälle der Kronlinie von A bis b, m und c leicht berechnen, woraus sich dann weiter die Entwurfszahlen der Punkte I., II. und III. bestimmen laßen. Nimmt man ferner das Gefälle von IV. bis IX. = — 6,6', so beträgt daſselbe auf jede Ruthe 0,1', woraus dann wieder das Gefälle von D bis e, f, g, h und die Entwurfszahlen der Punkte V., VI., VII. und VIII. bestimmt

werden können. Liegt der eine Stationspunkt im Auftrage, der nächstfolgende oder vorhergehende aber im Abtrage, wie F und G, so erhält man die Entfernung VI. x für den Uebergangspunkt n, Fig. 187., aus der Proportion VI. x : Ff = VI. VII : φF mittelst des Ausdrucks VI. x = $\frac{\text{Ff. VI. VII.}}{\text{Gg} + \text{Ff}}$; hieraus läßt sich dann weiter das Gefälle für x bestimmen. Auf dieselbe Weise würde sich das Gefälle jedes beliebigen Punktes der Haupthorizontale aus der bekannten Entfernung von dem nächsten Stationspunkte berechnen laßen. Die Bestimmung der rothen Zahlen ergiebt sich nun leicht.

Fig. 187.

Da nun ferner aus den Querprofilen auch die Entwurfszahlen beliebiger Punkte derselben sich berechnen laßen, so ergiebt sich überhaupt die Möglichkeit der Bestimmung aller erforderlichen rothen Zahlen. Die folgende Tabelle enthält die Bestimmung der rothen Zahlen des in Fig. 186. dargestellten Längenprofils.

Stationspunkte	Terrainzahlen	Relatives Gefälle der Entwurfslinie auf die Ruthe	Absolutes Gefälle der Entwurfslinie auf den Stationspunkt 0 bezogen		Entwurfszahlen	Rothe Zahlen im Auftrage	Rothe Zahlen im Abtrage
	Fuß	Fuß	Vorz.	Fuß	Fuß	Fuß	Fuß
0	20,0	.....	.	...	20,0	—	—
I	17,2	.....	—	0,85	19,15	—	1,95
II	18,65	. 0,05 .	—	1,35	18,65	—	—
III	25,82	.....	—	1,85	18,15	7,67	—
IV	17,5	.....	—	2,5	17,5	—	—
V	22,79	.....	—	4,3	15,7	7,09	—
VI	21,0	.....	—	5,3	14,7	6,3	—
x	13,08	0,1	—	6,92	13,08	—	—
VII	11,23	.....	—	7,3	12,7	—	1,47
VIII	10,15	.....	—	7,8	12,2	—	2,15
IX	10,9	.....	—	9,1	10,9	—	—

§. 39.

Um nun den Auf- und Abtrag der zwischen zwei auf einander folgenden Querprofilen liegenden körperlichen Räume zu berechnen, sieht man die natürliche Terrainfläche als eine windschiefe Cylinderfläche *) an, deren Richtungslinien die Durchschnitte

*) Wenn eine unbegränzte gerade Linie a längs zwei Kurven p und q, oder einer Kurve p und einer geraden Linie q, die aber beide nicht in

der Querprofile mit der natürlichen Terrainfläche, und deren Parallelebene eine mit der Längsachse des Nivellementsprofils parallele Vertikalebene ist. Die projektierte Terrainfläche ist eine Horizontal- oder auch eine geneigte Ebene. Die vertikalen Seitenkanten der zu berechnenden Körper sind dann die den Ecken der Grundflächen zugehörigen rothen Zahlen. Die Berechnung solcher Körper stützt sich auf den stereometrischen Satz, daß **der körperliche Inhalt P eines normalen schief abgeschnittenen dreiseitigen Prisma's dem Produkte aus dem dritten Theile der Summe der drei Seitenkanten α, β, γ in die auf ihnen normal stehende Grundebene Δ**, oder daß $P = \left(\frac{\alpha + \beta + \gamma}{3}\right) \Delta$ ist.

Ist nun in Fig. 188. ein bei A und B rechtwinklichtes Trapez, über welchem als Grundebene das normale schief abgeschnittene Prisma ABCDEFGH steht, so ist nach dem obigen Satze, wenn man sich die Diagonalebene ACEG durchgelegt denkt, $ABC = \Delta$, $ACD = \Delta_1$ und die zu A, B, C und D gehörigen Seitenkanten beziehungsweise $= \alpha$, β, γ, δ setzt, der Inhalt dieses Körpers

Fig. 188.

$$P = \tfrac{1}{3} \Delta (\alpha + \beta + \gamma) + \tfrac{1}{3} \Delta_1 (\alpha + \gamma + \delta).$$

Denkt man sich ferner die über AB und CD stehenden Seitenebenen als die zwei auf einander folgenden Querprofilen zugehörigen Vertikalebenen und alle Seitenebenen von einer windschiefen Cylinderfläche LMNO durchschnitten, deren Richtungslinien die Linien LM und NO sind, deren Parallelebene daher die über AD stehende Vertikalebene ist und die vier Seitenkanten so verlängert, daß LE = DO, MF = CN, NG = BM und OH = AC ist, so wird der Inhalt des entstandenen normalen schief abgeschnittenen Prismas ABCDEFGH das Doppelte des Inhalts des Körpers ABCDLMNO sein. Setzt man den letzteren Inhalt $= P$, so ist

$$P = \tfrac{1}{6} \Delta (\alpha + \beta + \gamma) + \tfrac{1}{6} \Delta_1 (\alpha + \beta + \gamma).$$

---

einerlei Ebene liegen, so fortbewegt wird, daß sie beständig mit einer gegebenen Ebene E parallel bleibt, so heißt die dadurch erzeugte krumme Fläche eine **windschiefe Cylinderfläche**. Die Linie a wird die **Erzeugungslinie**, die Linien p und q werden die **Richtungslinien** und die Ebene E die **Parallelebene** derselben genannt.

Bezeichnet man nun die mit der Längsachse parallelen Linien BC und AD beziehungsweise durch l und l_1 die Horizontalprojektion AB der Querachse durch q, ferner die Seitenkanten AL, BM, CN, DO durch h, h_1, h_2, h_3, so ist

$$P = \frac{q \cdot l}{12}(2h + 2h_1 + h_2 + h_3) + \frac{q \cdot l_1}{12}(h + h_1 + 2h_2 + 2h_3).$$

Ist demnach die Entwurfsfläche eine Horizontalebene, so bezeichnet diese ABCD und es sind demnach AL, BM .... die rothen Zahlen der Eckpunkte. Ist aber die Entwurfsfläche eine schiefe Ebene, so bezeichnet EFGHLMNO den zu berechnenden Körper, für welchen EL, FM .... die rothen Zahlen darstellen, für den aber ebenfalls AB = q, BC = l und AD = l_1 ist. Setzt man die rothen Zahlen = r, r_1, r_2, r_3 so ist der Inhalt für den Auf- oder Abtrag

$$P = \frac{q \cdot l}{12}(2r + 2r_1 + r_2 + r_3) + \frac{q \cdot l_1}{12}(r + r_1 + 2r_2 + 2r_3). \quad (1.)$$

§. 40.

1. Gehen zwei auf einander folgende Querprofile durch die sich gleich bleibende Richtung der Längsachse, so wird ABCD ein Oblongum, also l = l_1 und daher

$$P = \frac{q \cdot l}{4}(r + r_1 + r_2 + r_3). \quad (2.)$$

2. Sind die Seitenkanten in C und D = o, ist also $r_2 = r_3 = o$, so verwandeln sich (1.) und (2.) in:

$$P = \frac{q \cdot l}{6}(r + r_1) + \frac{q \cdot l_1}{12}(r + r_1) = \frac{q}{6}(r + r_1)(l + \frac{l_1}{2}) \quad (3.)$$

$$\text{und } P = \frac{q \cdot l}{4}(r + r_1). \quad (4.)$$

3. Ist die Horizontalprojektion für die Entwurfs- und Terrainfläche ein Dreieck und z. B. die in D stehende Seitenkante, also $r_3 = o$, so ist, da nach der obigen Konstruktion die in C stehende Seitenkante um ihre eigene Länge verlängert werden mußte,

$$P = \frac{q \cdot l}{6}(r + r_1 + r_2). \quad (5.)$$

§. 41.

In der Praxis wird meistens der Inhalt für den Auf- und Abtrag zwischen zwei aufeinander folgenden Querprofilen so berechnet, daß man das arithmetische Mittel der Flächen der Querprofile mit der normalen Entfernung multipliciert. Nach der früheren Bezeichnung ist demnach das Querprofil über

$AB = \frac{q}{2}(r + r_1)$, das über $CD = \frac{q}{2}(r_2 + r_3)$, folglich

$$P = \frac{q}{4} . l\,(r + r_1 + r_2 + r_3),$$

woraus nach (2.) folgt, daß der Fehler, den man durch diese Berechnung begeht, dann $= 0$ ist, wenn ABCD ein Oblongum ist.

Anmerkung. Ein für den Auf- und Abtrag berechnetes Zahlenbeispiel findet sich in Ulrich's praktischer Geometrie. II. S. 406.

Vierte Abtheilung.

Grundzüge der höheren Geodäsie.

Dreizehnter Abschnitt.

Die Aufnahme größerer Erdstrecken, wobei die Erdoberfläche nicht mehr als eben angesehen werden darf.

§. 1.

Bei der Aufnahme eines so großen Theiles der Erdoberfläche, daß derselbe nicht mehr als eben angesehen werden darf, beobachtet man im Allgemeinen ein ähnliches Verfahren, wie das im X. Abschnitte angegeben ist. Man verschafft sich daher zunächst eine Kenntnis der aufzunehmenden Erdstrecke und wählt erhöht liegende Stationspunkte als Winkelpunkte eines über das aufzunehmende Land zu legenden Dreiecksnetzes aus. Die Größe der Seiten der Dreiecke richtet sich vorzüglich nach der Größe der aufzunehmenden Erdstrecke, daher man auch bei der Aufnahme ganzer Länder Dreiecksnetze mehrerer Ordnungen bestimmt, die mit einander in einer solchen Verbindung stehen, daß jeder Dreieckspunkt erster Ordnung auch ein Dreieckspunkt zweiter Ordnung, jeder Dreieckspunkt zweiter Ordnung auch ein Dreieckspunkt dritter Ordnung ist, jede Ordnung aber ein Dreiecksnetz für sich bildet.

Die Dreiecke der letzten Ordnung dürfen dann nur eine solche Größe haben, daß zwei bis drei seiner Winkelpunkte auf eine Platte des zur Detailaufnahme anzuwendenden Meßtisches fallen. Wo möglich sucht man die Stationspunkte so aus, daß die entstehenden Dreiecke möglichst gleichseitig werden; jedenfalls sind aber Dreiecke mit sehr spitzen Winkeln zu vermeiden. Für einen der Dreieckspunkte wenigstens bestimmt man die geographische

Breite und Länge und wählt zu solchen Punkten vorzugsweise Sternwarten oder andere Hauptörter des Landes.

Die auf erhöhten Punkten oder auf ebener Erde liegenden Stationspunkte bezeichnet man durch Pfeiler von Stein, die drei bis vier Fuß über den Boden hervorragen und dem Winkelmeßer und Heliotrop zur Unterlage dienen. Um den Dreieckspunkt sicher zu bezeichnen, ist unter den Pfeiler in die Erde ein Stein eingemauert, auf dessen Oberfläche ein vertikalstehender Metallcylinder eingegraben ist, dessen Achse senkrecht unter dem auf der Oberfläche des Pfeilers bemerkten Winkelpunkte liegt. Thürme pflegt man nur dann zu Stationspunkten zu wählen, wenn sie dem anzuwendenden Winkelmeßer eine feste Stellung gewähren. Bei großen Entfernungen der Dreieckspunkte sind diese noch mit Signalen zu versehen, auf welche pointiert wird. Man wendet dazu die in IV. beschriebenen Heliotrope oder andere künstliche Signale an.

1. Die Meßung und Berechnung der Basis des Dreiecksnetzes.

§. 2.

Das Terrain, auf welchem die Basis für das trigonometrische Netz gemeßen werden soll, muß wo möglich eine horizontale Ebene oder doch nur wenig und stetig gegen den Horizont geneigt sein. Die Endpunkte werden auf dieselbe Weise, wie die Stationspunkte dauerhaft bezeichnet. Gewöhnlich mißt man aber außer dieser eigentlichen Basis, wo möglich in größer Entfernung von derselben, noch eine zweite, s. g. Verifikationsbasis, deren Länge auch aus dem Dreiecksnetze durch Rechnung abgeleitet wird, und aus deren Uebereinstimmung mit der unmittelbar gemeßenen Länge zugleich eine Kontrole für die größere oder geringere Genauigkeit der ganzen Aufnahme hervorgeht. Meistens wird man aber, da die Basis von nicht so großer Ausdehnung gemeßen werden kann, als die Seiten des Dreiecksnetzes betragen, eine kürzere Basis durch Netze von Dreiecken mit der einen Seite des genannten Dreiecksnetzes verbinden müßen. Mit welcher Genauigkeit dieß zu erreichen ist, zeigt Schwerd in seinem Werke: die kleine Speyerer Basis u. s. w., Speier, 1822. Vor der Meßung der Grundlinie wird ihre Richtung durch eingetriebene weiß angestrichene Pfähle in 60 bis 70 Fuß Entfernung von

den vorfinden, welche die angebliche Größe jedes einzelnen Ackerstücks enthalten und deren Verschiedenheiten von der wahren Größe theils den anzulegenden Gewannenwegen, Abzugsgräben u. s. w., theils Zufälligkeiten, theils auch unrechtlichen Handlungen zuzuschreiben sein werden. Es wird demnach darauf ankommen, nach dem Verhältnis, welches zwischen der wahren Größe einer Abtheilung einer Feldmark und der angeblichen Statt findet, für jeden Besitzer den ihm zukommenden Theil zu berechnen und hiernach zuzutheilen. Ist z. B. die angebliche Größe der in einer Feldabtheilung liegenden, den Interessenten A, B, C, D .... gehörige Stücke $= a, b, c, d$ ...., deren Summe $= S$ sein mag, die zu vertheilende Summe aber $= \Sigma$, so wird die Größe der den Besitzern A, B, C .... durch Theilung zukommenden Stücke

$$\alpha = \frac{\Sigma}{S} . a, \ \beta = \frac{\Sigma}{S} . b, \ \gamma = \frac{\Sigma}{S} . c, \ \delta = \frac{\Sigma}{S} . d \ldots\ldots$$

sein, wenn $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ... die Größen der zu vertheilenden Stücke bezeichnen.

§. 33.

Aufgabe. Von einer Figur ein Stück von vorgeschriebener Größe A abzuschneiden.

Fig. 185. Ist ABCDEF, Fig. 185., die gegebene Figur, in welcher die Theilungslinien von AF und DE begränzt werden sollen, so ziehe man durch B die Linie GH in der Richtung, welche etwa die Theilungslinien erhalten sollen und berechne die Größe a der Figur ABCDGH. Dann bleibt über HG noch ein Stück abzuschneiden, welches $= A - a = \alpha$ ist. Man meße HG, dividiere α durch HG, so ist der Quotient h der Höhe des Oblongums HGIK gleich, welches den Inhalt α hat. Verlängert man demnach KI bis L und M, so ist das Stück ABCDML um die Größe der beiden Dreiecke GIM und HLK größer als α. Berechnet man also den Inhalt der beiden Dreiecke $= \beta$, und schneidet unterhalb LM ein Oblongum ab, welches $= \beta$ ist, so wird in den meisten Fällen die neue Theilungslinie NO keine weitere wesentliche Verschiedenheit von der Größe des abzuschneidenden Oblongums hervorbringen. Im entgegengesetzten Falle wird man das vorige Verfahren nochmals zu wiederholen haben.

§. 34.

Durch das im vorigen §. angegebene Verfahren kann man nun über NO noch mehrere andere Stücke von gegebenem Inhalte abschneiden.

Soll aber die folgende Theilungslinie nicht mehr der vorhergehenden parallel sein, sondern etwa eine mit NP parallele Richtung haben, so berechnet man zunächst die Größe des Stücks NOP und verfährt dann weiter, wie vorhin angegeben ist.

Sind schließlich die Theilungslinien richtig bestimmt, so mißt man auf den Linien XX′ und YY′, deren Richtungen durch festgelegte Punkte bestimmt sind, die Entfernungen X.1, X.2 ...., Y.1, Y.2 .... und trägt diese auf dem Felde nach der Meßkette auf.

§. 35.

Soll die Theilung mit Rücksicht auf Bonität geschehen, so kommt es darauf an, das Verhältnis der Werthe zweier Grundstücke zu bestimmen, die an Größe und Bonität verschieden sind. Da aber sowohl die Größe, als auch die Bonität mit dem Werthe im direkten Verhältnisse stehen, so wird das Verhältnis der Werthe zusammengesetzt sein aus den Verhältnissen der Größen und der Bonitäten. Bezeichnen demnach G, g, γ die Größen dreier Grundstücke, B, b, β ihre Bonitäten, so sind ihre Werthe beziehungsweise, B.G, b.g und $\beta.\gamma$, der zu theilende Werth demnach $BG + bg + \beta\gamma$. Ist nun das Verhältnis der zu bildenden Theile m : n : o und bezeichnen M, N, O die jedem Interessenten zukommenden Werthe, so ist

$$M = \frac{BG + bg + \beta\gamma}{m + n + o} . m,$$

$$N = \frac{BG + bg + \beta\gamma}{m + n + o} . n,$$

$$O = \frac{BG + bg + \beta\gamma}{m + n + o} . o,$$

worauf nunmehr die Theilung wieder nach §. 33. auszuführen ist.

Nimmt man darauf auf einem Komparateur, der dem oben beschriebenen ähnlich ist, dessen Keilschneiden aber etwas mehr als 2 Toisen von einander abstehen, die Vergleichung der Längen M_1, M_2, M_3, M_4 jeder der vier Meßstangen I, II, III, IV mit der bekannten Größe $M + M'$ vor, so ergiebt sich die Möglichkeit der Bestimmung der Werthe M_1, M_2, M_3, M_3 in Bezug auf die Normaltemperatur T und das Normalmaß M. *)

Anmerkung. Die Anfertigung des oben genannten Normalmaßes, dessen Länge bei der Normaltemperatur T, $= M$ sein sollte, beruht auf dem Kopiieren desselben von einer anderen gegebenen Maßeinheit, die auf Sternwarten oder bei den Regierungen niedergelegt ist. Bei den Maßeinheiten unterscheidet man zweierlei Arten. Entweder ist die Länge derselben durch 2 parallele Striche auf einem der ganzen Länge nach in den Eisenstab eingelassenen Silberstreifen aufgetragen und auch die weitere Eintheilung desselben darauf angegeben. Man nennt solche Normalmaße étalons à traits. Oder ihre Länge ist zwischen den Endflächen des Stabes enthalten und der Stab vor den durch äußere Einwirkungen erleidenden Veränderungen durch an den Enden aufgesetzte Körper von großer Härte, z. B. Saphir, geschützt. Solche Maße nennt man étalons à bouts. Zum Kopiieren beider dienen wieder Komparateure, die nach Verschiedenheit der étalons auch eine zweifache Einrichtung haben, und noch mit einem Reißerwerk versehen sind. Zum Kopiieren nach étalons à traits enthalten die Komparateure Mikroskope, bei der zweiten Art aber Fühlhebel. Beide Arten finden sich vollständig beschrieben im 18. Bande der Jahrbücher des polytechnischen Instituts in Wien.

§. 5.

Nachdem nun, wie im §. 3. angegeben wurde, die Richtung der zu meßenden Basis bezeichnet ist und die Unterlagen angebracht sind, legt man auf diese die vier Meßstangen I., II., III., IV. so, daß die vertikal stehenden Schneiden der Keile nach Vorn gerichtet sind, die Schneiden selbst aber noch einen kleinen Zwischenraum laßen, giebt ihnen entweder eine horizontale Lage, oder liest ihre Neigungswinkel ab, bemerkt auch die Temperatur

*) Grunerts Geodäsie, 115. u. f.

jeder Stange und schiebt die Keile zwischen I. und II., so wie zwischen II. und III., liest auch diese Abstände ab und bestimmt nöthigenfalls auch noch die Entfernung des Anfangspunktes der Basis von der hinteren Schneide der Stange I. Nun wird I. vor IV. geschoben, die Ablesung des Keils zwischen II. und III. wiederholt und auch der Zwischenraum zwischen III. und IV., IV. und I. bestimmt u. s. f. Das Einrichten der Meßstangen in die gerade Linie geschieht mittelst Visierens längs der im §. 3. erwähnten Stifte, oder durch ein aufgestelltes Fernrohr, dessen Fadenkreuz dann auf die senkrechten Schneiden der Keile gerichtet wird. Zu Ruhepunkten am Ende des Tages rammt man einen starken Pfahl in die Erde, daß seine Oberfläche mit der Bodenfläche zusammenfällt. Die Pfahloberfläche trägt eine mit einem Punkt versehene Silberplatte, die durch Schrauben nach zwei auf einander normal stehenden Richtungen verschoben werden kann. Von der wagerechten Schneide der letzten Meßstange mißt man dann die Glaskeildicke von der vorhergehenden und verschiebt die Silberplatte so lange, bis die Spitze des von der voranliegenden Schneide herabgelaßenen Senkels *) den Punkt der Platte trifft. Auf diese Weise setzt man die Meßung der Basis bis zu ihrem Endpunkte fort.

Zur Kontrole mißt man entweder die Basis zum zweiten Male, oder man mißt in dem außerhalb der Basis AB, Fig. 191., angenommenen Punkte D, von welchem A, B und ein Punkt C in ihr sichtbar sind, die Winkel α, β und ADB, so kann man aus dem bekannten Stücke AC die Größe von CB und AB berechnen. Fig. 191.

§. 6.

Es kommt nun noch darauf an, aus der gemeßenen Länge der Basis die auf den Horizont eines Ortes, oder auch die auf den Meereshorizont reducierte Länge derselben zu bestimmen. Ist nun bei der Meßstange I. der Neigungswinkel α_1 in einer bestimmten Lage und ihre Temperatur $= t_1$ gefunden, so ist zunächst die Länge derselben in Bezug auf die Normaltemperatur T zu bestimmen; dann ergiebt sich hieraus die Horizontalprojektion

*) Der Senkelungsapparat, wie ihn Bessel anwandte, findet sich beschrieben in Fischer's höherer Geodäsie II. 101.

der Meßstange nach Abschnitt VI. §. 7. Dieselbe Korrektion ist also bei allen anderen Lagen der Meßstange I. und ebenso auch bei den anderen Meßstangen anzubringen.

Wäre nun noch das Normalmaß von der Länge M, wie es zur Vergleichung der Meßstangen diente, um Δ Linien länger oder kürzer, als die bei der Temperatur T Statt findende wahre Länge M, so müßen sämmtliche Stangen noch auf letztere reduciert werden *). Die auf den Horizont reducierte Länge der Basis besteht demnach aus der Summe der reducierten Meßstangenlängen, der Summe der Keilablesungen, den Fadendicken der Senkel und aus den Entfernungen der ersten und letzten Meßstange vom Anfangs- und Endpunkte der Basis.

2. Die Meßung und Korrektion der Winkel des Dreiecksnetzes.

§. 7.

Früher bediente man sich zur Meßung der Winkel fast ausschließlich des Borda'schen Repetitionskreises (IV. §. 74.), in einzelnen Fällen auch des Spiegelsextanten und reducierte dann die schief liegenden Winkel nach VII. §. 11. auf den Horizont des Standortes. Jetzt wendet man dazu aber meistens nur Repetitionstheodolithen oder Wiederholungskreise an und bestimmt mit den kleineren Werkzeugen die zu meßenden Winkel nur nach der Repetitionsmethode (VII. §§. 5. — 7.). Bei größeren Werkzeugen, bei welchen die Ablesung genauer verrichtet werden kann, bringt man den Inder des einen Nonius auf verschiedene Punkte der Theilung und bestimmt die Winkel daher auch durch Wiederholung einzelner Beobachtungen. Auch Bessel schlug diesen Weg ein, nachdem er die Theilungsfehler des angewandten Werkzeugs vorläufig untersucht hatte **).

Es versteht sich von selbst, daß die Winkel in beiden Lagen des Fernrohrs beobachtet werden (VII. §. 4. 2.). Auch mißt man auf jedem Standpunkte alle im Horizonte liegenden Winkel.

Kann man sich nicht im Scheitel des zu meßenden Winkels

---

*) Grunert's Geodäsie. 124.

**) Fischer's höhere Geodäsie II. 148. u. f.

aufstellen, so mißt man gleich anfangs die zum Centrieren nöthigen Data und verfährt bei der Berechnung nach VII. §. 8. *).

Endlich mißt man zur Berechnung der Höhenunterschiede auf jedem Stationspunkte die Zenithdistanzen für alle anderen Winkelpunkte (IX. §§. 14. — 16.).

§. 8.

Da man aber auf diese Weise mehr gemeßen hat, als zur Bestimmung des Dreiecks erforderlich ist, indem auch selbst für sphärische Dreiecke der sphärische Exceß aus den beobachteten Winkeln gefunden werden kann, jede Beobachtung aber mit den unvermeidlichen Fehlern behaftet sein wird (VII. §. 22.), so wird es nun noch darauf ankommen, die gemeßenen Winkel so abzuändern, daß sie den anderen Statt findenden Bedingungen entsprechen, oder den Werth auszumitteln, der am wenigsten durch die genannten Fehler einem Irrthum ausgesetzt ist, wozu aber nur die Methode der kleinsten Quadrate die Möglichkeit darbietet, weshalb hier diese Korrektionen übergangen werden müßen und in dieser Hinsicht besonders auf Fischer's Lehrbuch der höhern Geodäsie III. 12. u. f. und Gerling's Ausgleichungsrechnungen der praktischen Geometrie, Hamburg, 1843, verwiesen werden muß.

3. Die Bestimmung des Azimuths und der geographischen Breite eines Punktes des Dreiecksnetzes.

§. 9.

Denkt man sich, Fig. 192., durch einen bestimmten Ort z der Erde den Meridian ANBN' und den Horizont ACQB, durch einen Stern S aber einen Vertikalkreis ZSCZ' gelegt, so heißt der von den beiden größten Kreisen gebildete sphärische Winkel AZS und der daher nach II. §. 2. durch den zwischenliegenden Bogen AC des Horizonts gemeßen wird, das Azimuth des Sterns S für den Horizont des Orts z. Gewöhnlich rechnet man die Azimuthe vom südlichen Theile des Meridians an durch Westen, Norden und Osten von 0° bis 360°.

Fig. 192.

*) Man vergleiche hierüber noch Fischer a. a. O. III. 39. u. f.

Ist NN' die Weltachse, DQE der Himmelsäquator, so heißt der sphärische Winkel AQD, welchen die Bogen des Aequators und des Horizonts eines Orts Z mit einander bilden und dessen Maß daher der auf dem zugehörigen Meridiane abgeschnittene Bogen AD = BE ist, die Aequatorhöhe des Ortes z, die Komplementarbogen von jenen, also DZ = BN die Polhöhe desselben Ortes. Da nun, wenn dnen' der zum Orte z gehörige Erdmeridian, dqe der Erdäquator ist, dz die geographische Breite des Ortes bezeichnet, so folgt, daß die astronomische Bestimmung der Polhöhe eines Ortes auch die geographische Breite desselben giebt.

§. 10.

Aufgabe. Das Azimuth der Basis oder einer anderen Seite des Dreiecksnetzes zu bestimmen, wenn die geographische Breite desselben gegeben ist.

Fig. 193. Ist in Fig. 193. A der gegebene Standpunkt, AB die gegebene Linie, Z das Zenith und S'DEN' der Horizont von A, N der Nordpol der Himmelskugel, also S'ZNN' ein Theil des Meridians und S'N' die Mittagslinie des Punktes A; ferner S der Stand der Sonne für eine bestimmte Zeit, so ist $\overset{\frown}{DAS'}$ das Azimuth der Sonne und, wenn man sich durch B den Vertikalkreis ZBE gelegt denkt, $\overset{\frown}{EAS'}$ das Azimuth des Ortes B oder das Azimuth der Linie AB für den Horizont von A. Mißt man daher in A die Höhe der Sonne oder ihre Zenithdistanz (VII. §§. 10. — 12. und 20.), bemerkt zugleich die Zeit der Beobachtung und mißt auch noch den Horizontalwinkel DAE zwischen dem Punkte B und der Sonne, so sind in dem sphärischen Dreieck SZN, da die astronomischen Jahrbücher für die bekannte Beobachtungszeit die Deklination der Sonne (X. §. 5.) angeben, die drei Seiten bekannt, nämlich SZ als Zenithdistanz, SN als das Komplement der Deklination, die Polardistanz der Sonne und ZN als das Komplement der bekannten Polhöhe des Ortes A. Man erhält daraus nach II. §. 29. die Größe des Winkels SZN oder DAN', also auch den Winkel DAS'. Es ist nämlich

$$\cos. \tfrac{1}{2} Z = \sqrt{\left(\frac{\sin. \tfrac{1}{2} p \sin. (\tfrac{1}{2} p - z)}{\sin. n \sin. s}\right)},$$

wenn man die Summe der drei Seiten z, s und n durch p bezeichnet. Da nun außerdem DAE gemeßen ist, so erhält man aus beiden den gesuchten Winkel $\widehat{EAS'}$. Bei der Meßung der Sonnenhöhe bedarf aber die durch Rechnung gefundene noch der Korrektion wegen der Refraktion, der Parallachse und des scheinbaren Durchmeßers der Sonne.

Anmerkung 1. Wie man den Meridian des Ortes A aus den korrespondierenden Höhen eines Cirkumpolarsterns findet, ist schon in X. §. 5. angegeben, woraus dann das Azimuth des Punktes B für A sich leicht bestimmen läßt.

2. Andere Methoden zur Bestimmung des Azimuths findet man in Jahn's praktischer Astronomie II. Berlin, 1835.

§. 11.

Aufgabe. Die geographische Breite eines Punktes des Dreiecksnetzes zu bestimmen.

Da alle Cirkumpolarsterne (X. §. 5.) größere und kleinere Parallelkreise um den Weltpol beschreiben, und zweimal durch den Meridian eines Ortes z auf der Erde gehen, so kann man aus den beobachteten Kulminationen eines solchen Sterns, z. B. des Polarsterns und aus den gemeßenen Höhen, die Polhöhe des Ortes z leicht finden. Ist in Fig. 194. BMS die größte, BMS' die kleinste Höhe des Sterns S und sind beide wegen der Refraktion und Parallachse verbeßert, so ist die halbe Summe der verbeßerten Höhen die gesuchte Polhöhe BMN = Bogen BN *).

Fig. 194.

4. Die Berechnung des Dreiecksnetzes.

§. 12.

Nach Einleitung §. 6. kann man die Dreiecke zweiter und dritter Ordnung ohne Fehler als ebene ansehen und daher die Seiten nach den in IX. §§. 1. und 7. angegebenen Formeln der ebenen Trigonometrie berechnen. Bei der Berechnung der Seiten der Dreiecke erster Ordnung dagegen kann man verschiedene Wege

*) Ueber andere Methoden zur Bestimmung der Polhöhe eines Ortes vergleiche man Jahn's praktische Astronomie II. und Ulrich's Lehrbuch der praktischen Geometrie II.

einschlagen. 1) daß man die Dreiecke als eben betrachtet, wenn man den dritten Theil des nach II. §§. 39. und 40. zu berechnenden sphärischen Excesses von jedem nach §. 8. korrigierten Winkel abzieht, wodurch also deren Summe = 180° wird, und die Länge der Seiten des sphärischen Dreiecks zu den Seiten des ebenen Dreiecks nimmt, wie dies Legendre *) gezeigt hat. Man berechnet also die fehlenden Seiten ebenfalls nach den in IX. §. 7. angegebenen Formeln.

2) Nach dem Beispiele von Delambre und Mudge reduciert man die gemeßenen sphärischen Winkel auf solche, welche die nach den Winkelpunkten gezogenen Sehnen mit einander einschließen und die Seiten des sphärischen Dreiecks auf Sehnen. Man hat es daher ebenfalls mit ebenen Dreiecken zu thun **).

3) Man betrachtet die Dreiecke des Netzes als sphärische Dreiecke und berechnet die fehlenden Seiten nach den in II. §§. 35. und 36. angegebenen Formeln. Da aber in dem ersten Dreiecke des Dreiecksnetzes die gemeßene Basis nicht in der Gradabtheilung, sondern in Theilen des Kugelhalbmeßers gegeben ist, so muß dieselbe vor ihrer Anwendung auf die Gradabtheilung reduciert werden. Statt $\sin. b = \frac{\sin. B \sin. a}{\sin. A}$ (II. §. 35.) hat man daher anzuwenden die Formel:

$$\sin. \frac{b}{r} = \frac{\sin. B}{\sin. A} \sin. \frac{a}{r},$$

in welcher man dann $\sin. \frac{a}{r}$ nach einer Reihe zu entwickeln hat, die den Sinus in Werthen des Bogens giebt. Auf diese Weise sind die Seiten des Dreiecksnetzes für Würtemberg berechnet ***).

4) Oder man betrachtet unsere Erde als ein Rotationssphäroid und wendet dann die Formeln der sphäroidischen Trigonometrie an, wie von Gauß bei der hannöverschen Gradmeßung und von Gerling bei der Triangulierung von Kurhessen geschehen ist ****).

---

*) Die Elemente der Geometrie von Legendre, übersetzt von Crelle, Berlin, 1830. 416. Ulrich's praktische Geometrie II. 8.

**) Delambre, méthode analytique pour la détermination d'un arc du meridien. Paris, 1796.

***) Proß, Lehrbuch der praktischen Geometrie. S. 282. u. f.

****) Gerling's Beiträge zur Geographie Kurhessens. Kassel, 1839.

§. 13.

Nachdem nun die Seiten des Dreiecksnetzes gefunden sind, kommt es schließlich auf die Bestimmung der Projektionen der Dreieckspunkte auf der mathematischen Erdoberfläche an.

Hat das Dreiecksnetz nur eine Größe von etwa 6 bis 10 Quadratmeilen, so kann man die in X. §. 8. angegebenen Koordinatenberechnung anwenden, indem man die durch den einen Endpunkt der Basis gehende Mittagslinie bestimmt, den Azimuthalwinkel der Basis unmittelbar mißt, daraus die Azimuthalwinkel aller anderen Dreiecksseiten und aus diesen die Koordinaten der Dreieckspunkte berechnet, wobei man die Mittagslinie als Abscissenachse und das darauf gesetzte Perpendikel als Ordinatenachse ansieht und dann aus den berechneten Koordinaten das Netz aufträgt. Aus den nach XI. §§. 14. — 16. berechneten Höhenunterschieden bestimmt sich dann auch die Lage der Dreieckspunkte in Bezug auf eine angenommene Horizontalebene.

Hat aber das Dreiecksnetz eine solche Ausdehnung, daß man die durch die Dreieckspunkte gedachten Meridiane nicht mehr als parallel ansehen kann, so kommt es zunächst auf die Auflösung folgender Aufgabe an.

§. 14.

Aufgabe. Wenn die geographische Breite β und Länge λ eines Dreieckspunktes A, Fig. 195., so wie das Azimuth α einer durch ihn gehenden Seite AB $= \delta$ gegeben ist, die geographische Breite β', die Länge λ' und das Azimuth α' der Seite AB für den Horizont von B zu bestimmen.

Fig. 195.

Man erweitere die beiden durch A und B gehenden Meridiane, bis sie sich in den Polen N und N' schneiden. Ist CDEF der Aequator und NCN'F der erste Meridian, so ist AD $= \beta$, BE $= \beta'$, CD $= \lambda$, CE $= \lambda'$, DAB $= \alpha$ und $\widehat{EBA} = \alpha'$, mithin ist in dem sphärischen Dreiecke ABN, AN $= 90^0 - \beta$ AB $= \delta$ und BAN $=$ A $= 180^0 - \alpha$ gegeben und daher zu berechnen: BN $= 90^0 - \beta'$, BNA $=$ N $= \lambda' - \lambda$ und ABN $=$ B $= \alpha' - 180^0$. Man erhält daher aus II. §. 32.:

1. $\cos. {}^1/_2 (B - N) \sin. (45^0 - {}^1/_2\beta') = \sin. (45^0 - {}^1/_2(\beta - \delta)) \sin. (90^0 - {}^1/_2\alpha)$,
2. $\sin. {}^1/_2 (B - N) \sin. (45^0 - {}^1/_2\beta') = \sin. (45^0 - {}^1/_2(\beta + \delta)) \cos. (90^0 - {}^1/_2\alpha)$,
3. $\cos. {}^1/_2 (B + N) \cos. (45^0 - {}^1/_2\beta') = \cos. (45^0 - {}^1/_2(\beta - \delta)) \sin. (90^0 - {}^1/_2\alpha)$,
4. $\sin. {}^1/_2 (B + N) \cos. (45^0 - {}^1/_2\beta') = \cos. (45^0 - {}^1/_2(\beta + \delta)) \cos. (90^0 - {}^1/_2\alpha)$.

Dividiert man 1 durch 2 und 3 durch 4, so erhält man

$$\text{cotg.}\ {}^1/_2 (B - N) = \text{tg.}\ (90^0 - {}^1/_2\,\alpha)\ \frac{\sin.\ (45^0 - {}^1/_2\,(\beta - \delta))}{\sin.\ (45^0 - {}^1/_2\,(\beta + \delta))},$$

$$\text{cotg.}\ {}^1/_2 (B + N) = \text{tg.}\ (90^0 - {}^1/_2\,\alpha)\ \frac{\cos.\ (45^0 - {}^1/_2\,(\beta - \delta))}{\cos.\ (45^0 - {}^1/_2\,(\beta + \delta))},$$

woraus die Winkel B und N, also auch $\lambda' = N + \lambda$ und $\alpha' = 180^0 + B$ sich ergeben.

Dividiert man ferner 1 durch 3, so erhält man

$$\text{tg.}\ (45^0 - {}^1/_2\,\beta') = \text{tg.}\ (45^0 - {}^1/_2\,(\beta - \delta))\ \frac{\cos.\ {}^1/_2\ (B - N)}{\cos.\ {}^1/_2\ (B + N)},$$

woraus β' sich ergiebt.

Einfacher erhält man aber β' nach II. §. 26. aus $\sin. (90^0 - \beta') : \sin. \delta = \sin. (180^0 - \alpha) : \sin. (\lambda' - \lambda)$, durch den Ausdruck

$$\cos.\ \beta' = \frac{\sin.\ \delta\ \sin.\ \alpha}{\sin.\ (\lambda' - \lambda)},$$

und unabhängig von λ' nach II. §. 24. aus: $\cos. (90^0 - \beta') = \cos. (90^0 - \beta) \cos. \delta + \sin. (90^0 - \beta) \sin. \delta \cos. (180^0 - \alpha)$ oder $\sin. \beta' = \sin. \beta \cos. \delta - \cos. \beta \sin. \delta \cos. \alpha$ *).

§. 15.

Um nun die Winkelpunkte des Dreiecksnetzes zu berechnen, geht man von einem Punkte aus, dessen Breite und Länge bekannt ist, z. B. von A in Fig. 196., berechnet aus dem bekannten Azimuth der Seite AB und aus ihrer Größe die Breite und Länge von B, so wie auch das Azimuth von BA in Bezug auf den Meridian durch B. Aus dem bekannten Winkel CBA und der Seite BC bestimmt man wieder die Breite und Länge von C, so wie das Azimuth von BC für den durch C gehenden Meridian.

Fig. 196.

---

*) Ueber andere Methoden dieser Berechnungen vergleiche man Stein's geographische Trigonometrie, Mainz, 1825.

Eine Probe erhält man dadurch, daß man den Winkelpunkt C nun noch aus dem Winkel BAC und aus CA berechnet. Auf diese Weise bestimmt man alle folgenden Winkelpunkte des Dreiecksnetzes.

Eine genauere Berechnung fordert, daß man die bei den vorigen Berechnungen als Kugel betrachtete Erde als ein Rotationsellipsoid annimmt, wobei also die Meridiane eine elliptische Form erhalten und worüber Ulrich's praktische Geometrie, II. zu vergleichen ist.

§. 16.

Auch kann man die Winkelpunkte des Dreiecksnetzes durch sphärische Koordinaten berechnen, indem man durch den einen derselben, A, Fig. 197., den Hauptmeridian NAN' legt, den einen Halbkreis desselben als Abscissenachse und den genannten Punkt als Anfangspunkt der Koordinaten betrachtet, von den anderen Dreieckspunkten B, C ... normal gegen den Hauptmeridian sich größte Kreise durchgelegt denkt und das zwischen dem Fußpunkte b, c .... dieser sphärischen Normalen und dem Punkte A liegende Stück des Meridians Ab, Ac .... als Abscisse, die Normalen Bb, Cc .... aber als Ordinaten der Punkte B, C .... annimmt. Auf diese Weise ist das Dreiecksnetz für Würtemberg berechnet.*) Bessel wandte bei der Berechnung des Dreiecknetzes für Ostpreußen die Polarkoordinatenbestimmung an, wobei die Sternwarte zu Königsberg als Pol der Koordinaten angenommen wurde.**)

Fig. 197.

5. Die Aufnahme des Details.

§. 17.

Diese erfolgt nach den Abschnitten VIII. — X., nachdem man dabei, wie es meistens der Fall ist, den Meßtisch nebst Distanzmeßer oder Meßkette oder auch den Theodolith nebst der Meßkette anwendet.

*) Proß a. a. O.

**) Bessel und Bayer a. a. O. und Fischer's höhere Geodäsie III. 116. u. f.

Druckfehler und Verbesserungen.

Seite 6 Zeile 3 v. U. ist zu setzen: κάτοπτρον, Statt: κάτοπρον.
„ 7 „ 15 v. U. „ „ „ Lage BC Statt Lage B.
„ 12 „ 1 v. O. „ „ „ ersteren SA Statt ersteren S'A.
„ 17 „ 4 v. O. „ „ „ IH'C Statt IH'B.
„ 17 „ 7 v. O. „ „ „ S'HC Statt SH'C.
„ 17 „ 7 v. O. „ „ „ IKL Statt GKL.
„ 17 „ 21 v. O. „ „ „ IKL Statt GKL.
„ 19 „ 9 v. O. „ „ „ HS' + SE, Statt HS'SE.
„ 20 „ 2 v. U. „ „ „ $x = \frac{BF}{\delta}$ St. $x - \frac{BF}{\delta}$.
„ 34 „ 4 v. U. „ „ „ $\frac{pc}{PC} = \frac{cO}{CO}$ St. $\frac{pc}{PC} - \frac{cO}{CO}$.
„ 51 „ 15 v. O. „ „ „ AC > AD Statt AC = AD.
„ 52 „ 10 v. U. „ „ „ AG Statt AG'.
„ 55 „ 1 v. O. „ „ „ $\varepsilon = \zeta$ Statt $\varepsilon = \xi$.
„ 63 „ 2 v. O. „ „ „ $\frac{\sin.{}^1/_2(A-B)}{\cos.{}^1/_2 C}$ St. $\frac{\sin.{}^1/_2(A-B)}{\cos.{}^1/_2 c}$.
„ 63 „ 2 v. O. ist das letzte — Zeichen in = zu verwandeln.
„ 67 „ 3 v. U. ist zu setzen: A + B + C Statt CA + B + C.
„ 112 „ 4 v. O. „ „ „ Das eine Klemmenpaar, ε, ε' ist Statt: Von jedem Klemmenpaare liegt die eine, ε und ζ,
„ 112 „ 9 v. O. ist zu setzen: während das andere, ζ, ζ', Statt: Von der anderen Klemme jedes Klemmenpaares ist die eine, ε', eben daselbst befestigt, während die andere, ζ',
„ 121 „ 15 v. U. ist zu setzen: Achsen A, A, Statt: Achsen a, a.
„ 134 „ 4 v. U. „ „ „ §. 10. Statt: §. 17.
„ 134 „ 6 v. U. „ „ „ §. 21. Statt: §. 17.
„ 138 „ 19 v. O. „ „ „ Die Nonien LL Statt: Die Nonien.
„ 162 „ 11 v. U. „ „ „ ersterer Statt: letzterer.
„ 251 „ 7. 8. und 20. v. O. ist zu setzen γ Statt: λ.
„ 254 „ 5 v. O. „ „ „ um Statt: nur.
„ 261 „ 11 v. O. „ „ „ DCs Statt: DCS.
„ 262 „ 8 v. O. „ „ „ ZFG Statt: CFG.
„ 274 „ 14 v. O. „ „ „ mn Statt: m'n'.
„ 289 „ 9 v. O. „ „ „ BD = c Statt: D = c.
„ 289 „ 11 v. O. „ „ „ sin. β Statt: a sin. β.
„ 307 „ 11 v. O. „ „ „ ΔB cotg. (A + B) Statt: B cotg. (A + B).

Seite 330 Zeile 10 v. O. ist zu setzen: $Bb = \frac{Bd \sin. (\gamma + \beta)}{(\cos. \beta)}$ Statt: $Ab = \frac{BD \sin. (\gamma + \beta}{\cos. \beta}$.

" 342 " 1 v. O. " " " Klitometer Statt: Kilometer.
" 369 " 15 v. O. " " " $^1/_{1500}$ Statt: $^1/_{500}$.
" 384 " 3 v. U. " " " $(x_1 - x_{r-1}) y_r$ St. $(x_1 - x_{r-1}) y$.

Nachtrag zu Abschnitt III. §. 5. S. 72.

Nach den auf der Papen'schen Karte vom Königreiche Hannover sich findenden Angaben ist
die hannöv. Meile = 25400 hannov. Fuß = 1587,5 hannov. Ruthen = 7419,2 Meter.
die braunschw. Meile = 26000 braunschw. Fuß = 1625 braunschw. Ruthen = 7419,42 Meter.
die preußische Meile = 7532,5 Meter.
die geographische Meile 1587,764 hannov. Ruthen = 7420,4385 Meter.

Taf. I.

Gest. v. L. Dittmer.

Taf. II.

26.

27.

28.

29.

33.

34.

35.

37.

Gest. v. L. Dittmer.

Taf. III.

45.

46 a.

48.

49 a.

Gest. v. L. Dittmer.

Taf. IV.

55 a.

58 a.

61.

60.

Gest. v. L. Dittmer.

UNIV. OF MICH.

72.

73.

Gest. v. L. Diffmer.

81.

78.

Gesf. v. L. Diffmer.

UNIV. OF MICH.

Taf. VII.

88.

Gest. v. L. Diffmer.

UNIV. OF MICH.

Taf. VIII.

92.

94.

Gest. v. L. Dittmer.

UNIV. OF MICH.

Taf. IX.

102.

103.

107.

108.

119.

116 a.

Gest. v. L. Dittmer.

123.

124.

134.

129 a.

Gest. v. L. Dittmer.

UNIV. OF MICH.

139

141

Gest. v. L. Diffmer.

UNIV. OF MICH.

149.

145.

146.

152.

153.

Gest. v. J. Löffler.

UNIV. OF MICH.

154.

170.

71.

72.

173.

Taf. XIV.

178.

179.

180.

181.

182.

Gest. v. L. Diffmer.

UNIV. OF MICH.

183.

188.

187.

193.

192

196.

197.